L'ACADEMIE
ROYALE
DES SCIENCES

[illegible]

[illegible]

[illegible]

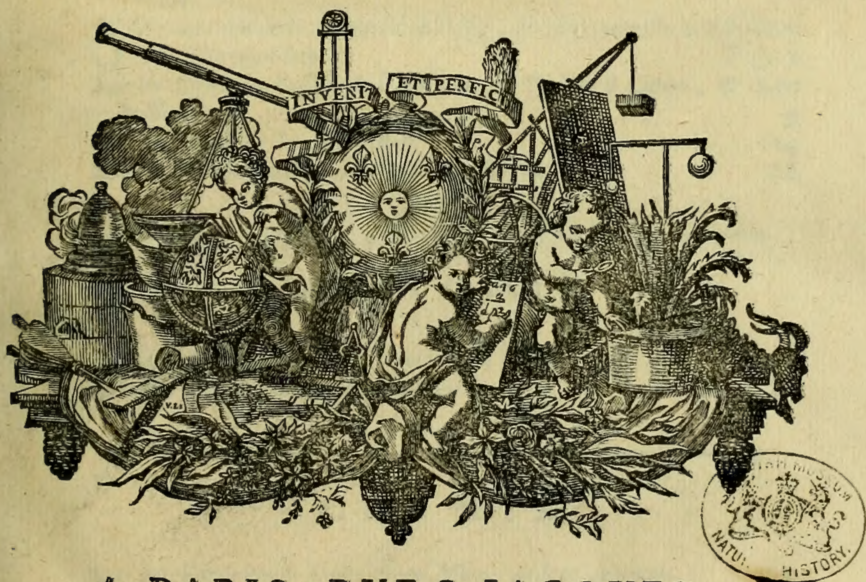
[illegible]

HISTOIRE
DE
L'ACADEMIE
ROYALE
DES SCIENCES.

Année MDCCII.

Avec les Mémoires de Mathématique & de Physique, pour la même Année.

Tirés des Registres de cette Académie.



A PARIS, RUE S. JACQUES,
Chez GABR. MARTIN, JEAN-BAPT. COIGNARD, & les Freres GUERIN.

M. DCCXLIII.

AVEC PRIVILEGE DU ROY.

TABLE POUR L'HISTOIRE.

PHYSIQUE GENERALE.

ANATOMIE.

CHYMIE.

BOTANIQUE.

GEOMETRIE.

ASTRONOMIE.

GEOGRAPHIE.

HIDROGRAPHIE.

ACOUSTIQUE.

MECHANIQUE.

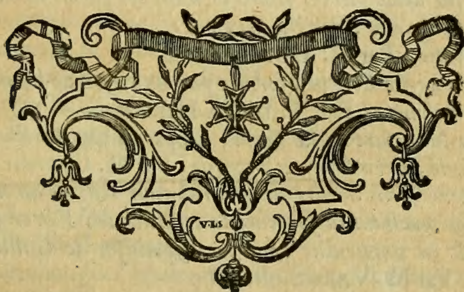
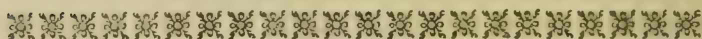




TABLE
POUR
LES MEMOIRES.



PRIVILEGE DU ROY.

LOUIS PAR LA GRACE DE DIEU, ROY DE FRANCE ET DE NAVARRE : A nos amés & féaux Conseillers, les Gens tenans nos Cours de Parlement, Maîtres des Requêtes ordinaires de notre Hôtel, Grand'Conseil, Prevôt de Paris, Baillifs, Sénéchaux, leurs Lieutenans Civils & autres nos Justiciers qu'il appartiendra : SALUT. Notre Académie Royale des Sciences Nous ayant très-humblement fait exposer, que depuis qu'il nous a plû lui donner par un Reglement nouveau de nouvelles marques de Notre affection, Elle s'est appliquée avec plus de soin à cultiver les Sciences qui font l'objet de ses exercices ; ensorte qu'outre les Ouvrages qu'Elle a déja donnés au Public, Elle seroit en état d'en produire encore d'autres, s'il Nous plaisoit lui accorder de nouvelles Lettres de Privilege, attendu que celles que Nous lui avons accordées en datte du *6.* Avril *1699.* n'ayant point de tems limité, ont été déclarées nulles par un Arrêt de Notre Conseil d'Etat du 13. du mois d'Août dernier. Et désirant donner à ladite Académie en corps & en particulier, à chacun de ceux qui la composent, toutes les facilités & les moyens qui peuvent contribuer à rendre leurs travaux utiles au Public, Nous avons permis & permettons par ces Présentes à la-

dite Académie, de faire imprimer, vendre & débiter dans tous les lieux de notre obéissance, par tel imprimeur qu'Elle voudra choisir, en telle forme, marge, caractere & autant de fois que bon lui semblera : *Toutes les Recherches ou Observations journalieres, & Relations annuelles de tout ce qui aura été fait dans les Assemblées de l'Académie Royale des Sciences*; comme aussi *les Ouvrages, Memoires ou Traités de chacun des particuliers qui la composent*, & généralement tout ce que ladite Académie voudra faire paroître sous son nom, lorsqu'après avoir examiné & approuvé lesdits Ouvrages aux termes de l'article xxx. dudit Reglement, Elle les jugera dignes d'être imprimés, & ce pendant le tems de dix années consécutives, à compter du jour de la datte desdites Présentes. Faisons très-expresses défenses à tous Imprimeurs, Libraires, & à toutes sortes de personnes de quelque qualité & condition que ce soit, d'imprimer, faire imprimer en tout ni en partie, aucun des Ouvrages imprimés par l'Imprimeur de ladite Académie; comme aussi d'en introduire, vendre & débiter d'impression étrangere dans notre Royaume, sans le consentement par écrit de ladite Académie ou de ses ayans cause, à peine contre chacun des contrevenans de confiscation des Exemplaires contrefaits au profit de sondit Imprimeur, de trois mille livres d'amende, dont un tiers à l'Hôtel-Dieu de Paris, un tiers audit Imprimeur, & l'autre tiers au Dénonciateur, & de tous dépens, dommages & intérêts, à condition que ces Présentes seront enregistrées tout au long sur le Registre de la Communauté des Imprimeurs-Libraires de Paris, & ce dans trois mois de ce jour : Que l'Impression de chacun desdits Ouvrages sera faite dans notre Royaume & non ailleurs, & ce en bon papier & en beaux caracteres, conformément aux Réglemens de la Librairie, & qu'avant que de les exposer en vente il en sera mis de chacun deux Exemplaires dans notre Bibliotheque publique, un dans celle de notre Château du Louvre, & un dans celle de notre très-cher & féal Chevalier Chancelier de France le sieur Phelyppeaux Comte de Pontchar-

train Commandeur de nos Ordres, le tout à peine de nullité des Préſentes, du contenu deſquelles, Vous mandons & enjoignons de faire jouir ladite Académie ou ſes ayans cauſe pleinement & paiſiblement, ſans ſouffrir qu'il leur ſoit fait aucun trouble ou empêchemens. Voulons que la copie deſdites Préſentes qui ſera imprimée au commencement ou à la fin deſdits Ouvrages ſoit tenue pour dûement ſignifiée, & qu'aux copies collationnées par l'un de nos amés & féaux Conſeillers & Secretaires foi ſoit ajoutée comme à l'Original: Commandons au premier notre Huiſſier ou Sergent de faire pour l'exécution d'icelles tous Actes requis & néceſſaires ſans autre permiſſion, & nonobſtant Clameur de Haro, Charte Normande & Lettres à ce contraires: CAR tel eſt notre plaiſir. DONNE' à Verſailles le neuviéme jour de Fevrier, l'an de Grace mil ſept cens quatre, & de notre Regne le ſoixante-uniéme. Par le Roi en ſon Conſeil, LE COMTE.

L'Académie Royale des Sciences, par délibération du 13. Fevrier 1704. a cédé le préſent Privilege à JEAN BOUDOT ſon Libraire, pour en jouir conformément au Traité fait par l'Académie avec ledit Boudot le 13. Juillet 1699. En foi de quoi j'ai ſigné, à Paris ce 15. Fevrier 1704.

FONTENELLE, *Secretaire de l'Académie Royale des Sciences.*

Regiſtré ſur le Livre de la Communauté des Libraires & Imprimeurs de Paris, Numero CVI. *page 136. conformément aux Reglemens, & notamment à l'Arrêt du Conſeil du 13. Août dernier. A Paris ce 13. Fevrier 1704.*

P. EMERY, *Syndic.*

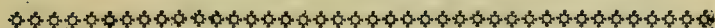
HISTOIRE



HISTOIRE
DE
L'ACADEMIE ROYALE DES SCIENCES.

Année M. DCCII.

PHYSIQUE.



PHYSIQUE GENERALE.

SUR UNE NOUVELLE PROPRIETE' DE L'AIR, & une nouvelle construction de Thermométre.



LA première découverte que la Philosophie moderne ait faite sur la nature de l'Air, a été celle de sa pesanteur, qui sembla si paradoxe au commun du monde, & même à la plûpart des Philosophes. De la pesanteur de l'air, on alla à son ressort, autre qualité que l'on y auroit aussi peu soupçonnée que la premiere. V. les M. p. 155.

Il faut donc concevoir l'Air comme composé d'une infinité de petites lames à ressort, soit spirales, soit de telle autre figure qu'on jugera plus convenable. Quand l'air est comprimé par quelque force étrangere, les lames se serrent, & leurs extrémités s'approchent; & plus cet effet est grand, plus le ressort de l'air est tendu, & disposé à se débander avec violence. Les lames occupent moins d'espace, lorsque leurs extrémités s'approchent, & c'est ce qu'on appelle la condensation de l'air, ou la diminution de son volume. Feu M. Mariotte de l'Académie des Sciences, ayant cherché quelle étoit la proportion des différentes condensations de l'air, trouva par toutes ses experiences qu'elle suivoit celle des poids dont il étoit chargé. Ainsi l'air que nous respirons étant chargé du poids de toute l'Atmosphére, égal au poids de 28 pouces de Mercure, un air qui seroit chargé de 56 pouces de Mercure seroit deux fois plus condensé, ou réduit en un espace deux fois moindre.

Cette regle de M. Mariotte n'est pourtant pas absolument vraie; car on peut supposer que le poids dont on chargera l'air augmente à l'infini, & on ne peut concevoir que sa condensation augmente de même. Quand les deux extrémités d'une même lame seront venues à se toucher, c'en est fait, un plus grand poids ne peut faire rien de plus. Mais il faut convenir que nous ne sçaurions aller par le secours d'aucune Machine jusqu'à cette derniére condensation de l'air; que nous en sommes même toujours fort éloignés, & que toutes nos expériences ne roulent que sur des condensations moyennes, où se renferme la régle de M. Mariotte, qui hors de-là seroit fausse. Il est clair par ce qui a été dit, que l'augmentation du ressort de l'air suit sa condensation, & la diminution de son volume.

Ce ne sont pas seulement les poids dont l'air est chargé qui augmentent son ressort, la chaleur l'augmente aussi, mais seulement lorsqu'elle ne peut augmenter son volume, ou l'augmenter suffisamment. Car elle fait toujours sur lui l'un de ces deux effets; elle le rarefie, s'il a la liberté de

s'étendre ; ou s'il ne l'a pas, elle augmente ſon reſſort. S'il n'a la liberté de s'étendre qu'en partie, elle augmente d'autant moins ſon reſſort qu'elle le rarefie davantage.

On a vû dans l'Hiſtoire de *1699.* * que M. Amontons ayant eu beſoin pour ſon Moulin à feu de connoître la meſure ou la proportion de l'augmentation du reſſort de l'air par la chaleur, avoit trouvé que la chaleur de l'eau bouillante n'augmentoit la force du reſſort de l'air que d'un peu plus que le tiers de ce qu'il en a ſur la ſurface de la terre, où il eſt chargé du poids de l'Atmoſphére, c'eſt-à dire, qu'elle augmentoit ſon reſſort d'un peu plus que le tiers de 28 pouces de Mercure.

* Page 101.

Cette connoiſſance ſuffiſoit alors à M. Amontons, & il n'alla pas plus loin. Mais depuis, en ſuivant la nature de plus près, il a trouvé une propriété de l'air, nouvelle, ſinguliére, & qui peut d'abord paroître ſurprenante. Plus l'air eſt chargé d'un grand poids, plus ſon reſſort s'augmente par un même degré de chaleur.

La raiſon en eſt que l'action de la chaleur conſiſte en une infinité de petites particules très-agitées qui pénétrent les corps. Quand elles entrent dans une maſſe d'air, elles en ouvrent & en développent les lames ſpirales, non-ſeulement parce que ce ſont de nouveaux corps qui ſe logent dans leurs interſtices, mais principalement parce que ce ſont des corps qui ſe meuvent avec beaucoup de violence. De-là vient l'augmentation de ce volume d'air. Que s'il eſt enfermé de maniére qu'il ne ſe puiſſe étendre, les particules de feu qui tendent à ouvrir ſes ſpires, & ne les ouvrent point, augmentent par conſéquent leur force de reſſort, qui ceſſeroit ſi elles s'ouvroient librement. Quand l'air eſt condenſé, il y a plus de particules d'air dans un même eſpace, & quand les particules de feu viennent à y entrer, elles exercent donc leur action ſur un plus grand nombre de particules d'air, c'eſt-à-dire, qu'elles cauſent ou une plus grande dilatation, ou une plus grande augmentation de reſſort. Or quand l'air eſt chargé d'un plus grand poids, il eſt plus condenſé, & par conſéquent s'il ne peut alors

s'étendre, comme on le ſuppoſe toujours, un même degré de chaleur augmente davantage ſon reſſort.

M. Amontons a trouvé par expérience que l'augmentation cauſée au reſſort de l'air par la chaleur de l'eau bouillante, eſt égale au tiers du poids dont l'air eſt alors chargé, ſi l'expérience eſt faite dans le Printems ou dans l'Automne, c'eſt-à-dire, dans un tems qui tienne à peu près le milieu entre le grand chaud & le grand froid. Ainſi l'air que nous reſpirons, toujours chargé d'un poids de 28 pouces de Mercure ou environ, étant échauffé par de l'eau bouillante, augmenteroit la force de ſon reſſort de 9 pouces 4 lignes. Un air condenſé au double l'augmenteroit de 18 pouces 8 lignes, qui ſont le tiers de 56. Reciproquement un air, toujours dans le même état de condenſation, augmentera différemment ſon reſſort, ſelon les différens degrés de chaleur.

Ces découvertes ont conduit M. Amontons à l'invention d'un nouveau Thermométre. Car ſi l'on prend un tuyau recourbé, dont une branche qui ſera très-courte ſe termine en une boule, ſi cette boule eſt pleine d'un air plus condenſé qu'il ne l'eſt naturellement, & s'il y a du mercure dans la longue branche ouverte par le haut, il eſt évident que cet air en vertu de ſa condenſation ſeule qui aura augmenté ſon reſſort, ſoûtiendra le mercure de l'autre branche au-deſſus du niveau; que quand la chaleur répandue dans l'air extérieur viendra encore augmenter le reſſort de l'air enfermé dans la boule, il élevera ſon mercure plus haut, & le laiſſera tomber quand cette chaleur viendra à diminuer. C'eſt-là le principe général du Thermométre de M. Amontons.

Ce qu'il y a de plus difficile & de plus fin dans la pratique de la conſtruction, c'eſt de condenſer l'air de la boule; mais ce détail ne nous eſt pas permis, & on le verra dans le Mémoire de l'Auteur. Cet air de la boule que nous ſuppoſons condenſé juſqu'à un certain point, doit augmenter uniquement ſon reſſort par la chaleur, & non pas ſon volume; car l'augmentation du volume nuiroit à celle du

reſſort, & ce n'eſt que par celle-ci que l'on meſure dans cette Machine les degrés de chaleur. Cependant il eſt impoſſible que l'air de la boule dont le reſſort ſera augmenté, éleve le mercure du tuyau, ſans avoir autant augmenté ſon propre volume, que le mercure occupera de nouvel eſpace par ſon élévation. Le ſeul remède à ce mal inévitable, eſt que le tuyau ſoit très-étroit par rapport à la capacité de la boule, & que par conſéquent une augmentation abſolument inſenſible du volume de l'air enfermé dans la boule, ne laiſſe pas de faire un effet ſenſible ſur le mercure du tuyau.

Il faut fixer au tuyau une longueur dans laquelle les degrés aient une aſſez grande étendue. M. Amontons prend un tuyau de 47 pouces, à les compter au-deſſus du niveau du mercure qui ſera dans la petite branche. Il condenſe ou charge l'air de la boule, de maniére qu'outre le poids de l'Atmoſphère égal à 28 pouces qu'il porte toujours, il porte encore 28 autres pouces. Si cet air chargé de 56 pouces reçoit la chaleur de l'eau bouillante, il augmentera ſon reſſort du tiers de 56, c'eſt-à-dire, de 18 pouces 8 lignes, & portera 74 pouces 8 lignes de mercure. Il ſuffit donc que le tuyau ait 47 pouces, afin qu'un air condenſé au double de celui que nous reſpirons, puiſſe élever le mercure juſqu'au degré de chaleur de l'eau bouillante; car de 74 pouces 8 lignes, ôtant 28 qui ſont le poids de l'Atmoſphére, & qui ne doivent pas être comptés ſur la longueur du tuyau, reſte 46 pouces 8 lignes. Mais comme par l'opération de M. Amontons l'air n'eſt pas condenſé préciſément au double de celui que nous reſpirons, ces nombres diminuent un peu. Le mercure ne monte par l'eau bouillante qu'à 45 pouces, & un tuyau de 46 ſuffit.

Le grand avantage de ce Thermométre, eſt que ſon degré extrême de chaleur eſt déterminé à celui de l'eau bouillante. Dans les Thermométres ordinaires, il n'y a rien de déterminé ni de fixe, nul terme conſtant & précis d'où l'on puiſſe compter, & qui ſerve à régler les comparaiſons. On prend l'étendue que l'eſprit-de-vin aura par-

courue du plus grand froid au plus grand chaud d'une certaine année, on divise cette étendue en cent parties, si l'on veut, dont chacune est un degré du Thermométre. Il est bien vrai que ce Thermométre peut servir à comparer d'autres années à celle de l'observation ; on sçaura de combien elles auront été plus ou moins chaudes, & plus ou moins froides ; mais cette comparaison n'apprend rien, à moins que l'année de l'observation n'eût été la plus chaude, & en même tems la plus froide qu'il soit possible, ce qui n'est pas à présumer, & ne peut jamais être certain. Et quand même cette année auroit été au plus haut degré possible & du chaud & du froid, ce ne seroit que pour un certain climat, & peut-être pour un seul lieu de tout ce climat, & la constitution de l'air de différens climats ou de différens lieux ne pourroit être comparée par des Thermométres qui y auroient été faits, puisqu'ils n'auroient rien de commun. Mais la chaleur de l'eau bouillante étant, selon toutes les apparences, égale par toute la terre, & très-certainement plus grande que celle d'aucun climat, c'est un point fixe & commun, d'où l'on peut compter tous les degrés de chaleur qui seront au-dessous, en quelque lieu du monde que ce puisse être. Par-là le Thermométre, auparavant borné & équivoque, devient un instrument universel, & qui n'a plus rien d'incertain.

Dans la constitution d'air que nous appellons ici temperée, le mercure du Thermométre nouveau est 19 pouces au-dessous du degré où il monteroit par l'eau bouillante, c'est-à-dire, qu'il est à 26 pouces dans un tuyau où il monteroit à 45. Ce Thermométre ayant été exposé aux rayons du Soleil dans le mois de Juin à midi, il a monté 5 pouces 9 lignes $\frac{2}{3}$ au-dessus du temperé, & il n'a baissé que de 2 pouces au-dessous, quand la boule a été plongée dans de l'eau où il y avoit une grande quantité de glace. On voit par cette expérience, & on le voyoit aussi par les anciens Thermométres, que le grand froid, du moins celui qui est grand par l'impression qu'il fait sur nous, n'est pas si éloigné du temperé que le grand chaud ; qu'il reste encore

dans ce qui nous paroît un grand froid plusieurs degrés de chaleur, & que nous sommes plus sensibles au froid qu'au chaud. Dans tout ce qui appartient à nos sensations, nous ne sommes pas en état de juger assez sainement, ni avec assez de précision; il nous faut des instrumens inanimés, qui soient, pour ainsi dire, plus indifferens que nous, & qui redressent les erreurs de nos jugemens. Eût-on crû que le chaud qu'il fait aux rayons du Soleil à midi dans le solstice d'Eté, ne differe du froid qu'il fait quand l'eau se glace, qu'environ comme 60 differe de 51 $\frac{1}{2}$, ou 8 de 7, & que la même matiere qui produit par son agitation les plus grandes chaleurs, & les plus insupportables de notre climat, ayant alors 8 degrés de mouvement, elle en a encore 7 lorsque nous sentons un froid extrême?

Pourvû que dans le Thermométre de M. Amontons la capacité de la boule soit si grande, que celle du tuyau soit insensible par rapport à elle, c'en est assez, il n'importe de quelle grandeur soit cette capacité; une plus grande masse d'air ou une plus petite, supposé que de part & d'autre l'air soit également condensé, augmenteront également la force de leur ressort par un même degré de chaleur, & la raison en est manifeste; car quoique dans une plus grande masse d'air qui est au même degré de condensation qu'une autre, il y ait un plus grand nombre de ressorts, ce nombre plus grand ne fait que récompenser précisément la grandeur de l'espace où ils sont répandus, & s'il y en avoit un plus petit nombre, il est clair que cette plus grande masse d'air seroit la plus foible.

La grosseur de la boule est donc indifférente, dès qu'elle n'a plus de proportion sensible avec la capacité du tuyau. Mais si l'on compare ensemble deux de ces nouveaux Thermométres, & que l'on veuille les trouver précisément au même point par les mêmes degrés de chaleur, il faut que de part & d'autre la boule & le tuyau soient dans la même proportion. C'est que l'air enfermé dans la boule augmente réellement de volume, quoiqu'insensiblement, & cette augmentation est sensible dans le tuyau, puisqu'elle est

égale à l'élévation du mercure. Afin donc que dans des tuyaux de différente grosseur le mercure élevé vienne au même point, il faut que dans le plus grand tuyau, par exemple, la nouvelle place qu'occupe le mercure soit égale à une plus grande augmentation du volume d'air enfermé dans la boule, & par conséquent que ce volume soit plus grand, c'est-à-dire en un mot, que les boules & les tuyaux des deux Thermométres soient dans les mêmes proportions.

Comme l'on objectoit dans l'Assemblée à M. Amontons que cette égalité de proportion ne devoit pas être facile à exécuter en boules & en tuyaux de verre, il répondit que les Emailleurs ont toujours un très-grand nombre de boules & de tuyaux séparés, & qu'ils ajustent ensuite, comme bon leur semble, telle boule avec tel tuyau; que quand on auroit une fois choisi une proportion, & la boule & le tuyau qui la garderoient entr'eux, il n'y avoit qu'à mesurer leur capacité avec du mercure, prendre ensuite une boule au hazard, mesurer avec du mercure sa capacité, trouver par une régle de trois la capacité du tuyau qui seroit dans la proportion requise, & enfin choisir entre tous les autres le tuyau qui auroit cette capacité. M. Amontons a donné autrefois cette méthode au sieur Hubin, pour faire à coup sûr des Thermométres semblables & proportionnels à un premier que l'on auroit reconnu pour bon.

Il y a encore d'autres observations à faire sur la construction du nouveau Thermométre. Nous avons supposé, par exemple, dans tout ce discours pour une plus grande facilité, le poids de l'Atmosphére toujours égal à 28 pouces de mercure; cependant il est bien sûr qu'il varie toujours, & il faut avoir égard à cette variation. Il en faut avoir aussi au chaud ou au froid qu'il fait dans le tems de la construction, & ce qu'il y auroit de plus commode, seroit de faire ce Thermométre dans un tems qui fût tempéré, & où, s'il étoit possible, le Barométre fût aussi à 28 pouces.

SUR

SUR LES EFFETS DU RESSORT de l'Air dans la Poudre à Canon, & dans le Tonnerre.

L'AIR qui jusqu'à ces derniers tems sembloit n'être qu'un liquide presqu'entierement privé d'action, se trouve aujourd'hui un des Agens les plus universels, & les plus violens qu'il y ait dans la nature. La force de la Poudre à canon, par exemple, si étonnante même pour les Philosophes, n'est que la force de l'air. Il y a de l'air enfermé, ou plûtôt resserré & emprisonné dans chaque grain de poudre. Il y a encore de l'air qui remplit tous les vuides que les grains laissent entr'eux, & quand la poudre s'enflame, les ressorts de toutes ces petites masses d'air se dilatent & se débandent tous ensemble. Ces ressorts sont la seule cause de tant d'effets prodigieux; car la poudre ne sert qu'à allumer un feu qui mette l'air en action, après quoi c'est l'air seul qui est l'ame de tout.

M. de la Hire a donc crû devoir rapporter tous les Phénomenes de la Poudre à canon aux propriétés du ressort: Voici les principales, ou du moins celles qui lui ont été les plus nécessaires dans sa Recherche.

Un ressort, par exemple, une lame pliée, tend à se débander de deux côtés opposés avec une égale violence. Un ressort a besoin d'une certaine résistance pour exercer toute sa force, & il agit d'autant moins que le corps contre lequel il agit, lui céde, & se dérobe plus promptement. Un ressort fait un effet plus sensible d'un côté, quand il trouve de la résistance du côté opposé.

Sur ces suppositions, M. de la Hire considere d'abord tous les ressorts de l'air mis en action par le feu qui prend à la poudre enfermée dans l'ame d'un canon. Quelques Philosophes ont crû que quand elle s'allumoit successivement, son effort en étoit plus grand à l'endroit où elle

commençoit à s'enflamer, parce que sa violence étoit augmentée par celle qui s'allume ensuite. Mais cette raison, qui peut être est spécieuse, n'en est pas moins fausse; car, selon la réflexion de M. de la Hire, un ressort appuyé contre un autre ressort égal qui lui résiste, a toute la force qu'il peut avoir, & il n'en aura pas davantage quand d'autres ressorts se succéderont les uns aux autres pour l'appuyer, ou pour appuyer ceux qui l'appuyoient. Au contraire peut-être la force du premier diminuera-t-elle, tandis que les autres se mettront en mouvement, & si pendant cet espace de tems le corps contre lequel ils doivent agir commence à céder, leur action en sera d'autant plus foible.

Il vaut donc mieux que les ressorts se débandent tous ensemble, même quand on ne voudroit les faire agir qu'à l'endroit où la poudre a commencé d'abord à s'enflamer. Il est certain d'ailleurs que la poudre s'allumant toute à la fois, une plus grande chaleur met les ressorts dans une plus grande tension, & que comme ils s'appuient tous mutuellement en même tems, ils sont capables d'un plus grand effort vers tous les côtés. Il est seulement à craindre que le canon ne crêve par une inflammation de toute la poudre trop brusque & trop subite, & l'on trouve à propos qu'elle le soit un peu moins.

Le canon étant assez épais pour résister à toutes les impulsions qui se font de l'axe du cylindre de l'ame vers la circonférence, il reste celles qui se font vers la culasse, & vers la bouche. Les ressorts poussent également de ces deux côtés opposés, & delà vient que le canon recule en arriere, tandis que le boulet sort par l'ouverture.

La force qui cause le recul est donc la même que celle qui cause le mouvement du boulet. Mais d'où vient que le mouvement du boulet a une si grande étendue, & que le recul en a si peu? C'est que le canon a beaucoup plus de difficulté à se mouvoir en arriere, que le boulet n'en a à se mouvoir en avant; & comme une force égale fait ces deux effets, le chemin que parcourt le boulet surpasse autant

le chemin du canon en arriere, que la difficulté qu'il a à ſe mouvoir en arriere ſurpaſſe celle qu'a le boulet à ſe mouvoir en avant.

Il faut donc qu'une grande réſiſtance s'oppoſe au recul du canon qui eſt toujours fort petit; & en effet on conçoit d'abord que cette réſiſtance eſt le frottement que doit faire contre la terre une machine auſſi peſante qu'un canon avec ſon affuſt. Mais il y a plus encore. La réſiſtance à un mouvement eſt d'autant plus grande que ce mouvement eſt plus prompt, & quand il l'eſt au point que ce qui réſiſte n'a pas le loiſir de céder, alors un corps aſſez foible de lui-même peut tenir lieu d'un corps inébranlable, & d'un obſtacle invincible. C'eſt par cette raiſon que l'air & l'eau frapés avec tant de vîteſſe, & d'un coup ſi bruſque qu'ils n'aient pas le tems de fuïr, deviennent des points fixes l'un pour le vol des oiſeaux, l'autre pour l'action des rames. De même un bâton étant ſuſpendu par les deux bouts à deux fils fort déliés, on peut le fraper par le milieu d'un coup ſi preſte qu'on le rompra ſans rompre les fils qui le ſoutiennent. C'eſt que les fibres de ces fils pour s'allonger & pour ſe ſéparer ont beſoin d'un certain tems qu'elles n'ont pas eu; l'air d'ailleurs n'a pû s'échaper aſſez vîte de deſſous le bâton, qui ayant été ſoûtenu de tous côtés par de fermes appuis, a reçu l'impreſſion entiere du coup, & s'eſt rompu. L'extrême vîteſſe, ou pour mieux dire, l'extrême ſoudaineté du mouvement que la poudre imprime au canon, doit donc augmenter encore la réſiſtance qu'il trouve en reculant, ſoit de la part du terrain, ſoit même de la part de l'air. Si un canon étoit ſuſpendu, l'expérience fait voir que le recul en ſeroit très-grand.

Une Fuſée volante, dont je ſuppoſe que la conſtruction eſt connue, n'eſt qu'un petit canon très-leger, qui par l'effort de la matiere allumée qu'il contient, fait ſon recul en l'air ducôté de ſa culaſſe, avec autant de vîteſſe que la matiere allumée en a pour ſortir par l'ouverture qui eſt tournée en embas. Ce recul eſt l'élévation de la fuſée.

La fuſée étant chargée de toute la matiere qu'elle doit

contenir, si son centre de gravité étoit au-dessus de son centre de figure par rapport au bout fermé qui est celui qui va devant, il arriveroit par les raisons expliquées dans l'Histoire de 1700. * que dès que la fusée commenceroit à s'élever, elle feroit un demi-cercle en l'air, & se renverseroit, après quoi elle redescendroit, puisque le bout fermé qui fait le recul seroit tourné vers la terre. Or comme il seroit impossible dans la pratique, de déterminer sûrement le centre de gravité & sa position par rapport au centre de figure, on a pris un expédient plus court & plus facile. On attache à un des côtés de la fusée une baguette dont la pesanteur est telle que le centre de gravité de la fusée chargée & de cette baguette, le tout pris ensemble, se trouve un peu au-dessous de l'ouverture de la fusée. Si ce centre est au-dessous de l'ouverture quand la fusée est chargée, il est encore plus au-dessous quand elle s'éleve, & qu'en se vuidant de la matiere qu'elle contenoit, elle devient plus légere. Ce centre descend donc toûjours à mesure que la fusée s'éleve, & par conséquent il lui fait conserver un mouvement droit.

* P. 150. & suivantes.

M. de la Hire avoue à la gloire de cette expérience grossiere & incertaine qui a produit les Arts, qu'il ne croit pas que la plus subtile spéculation puisse rien ajoûter à la construction des fusées volantes. Seulement il remarque que la baguette étant attachée à un des côtés, le centre de gravité du tout ensemble ne peut être dans l'axe de la fusée; que par conséquent elle ne peut jamais s'élever bien verticalement, & que quand on lui voudroit donner exactement cette direction, il vaudroit mieux attacher aux deux côtés deux baguettes, qui toutes deux n'eussent que le poids qu'auroit eu la seule qu'on y destinoit.

Il est aisé d'appliquer aux petards les mêmes principes que l'on voit qui agissent dans les canons & dans les fusées volantes. M. de la Hire propose que pour augmenter l'effet d'un petard contre une porte, ou contre une muraille à laquelle il est attaché, on l'affermisse, & qu'on le rende, s'il se peut, inébranlable du côté opposé. Par-là on empê-

chera son recul, & on redoublera sa violence du côté où l'on veut qu'il agisse.

Le Tonnerre n'est lui-même qu'une espece de poudre à canon enflamée, & les hommes peuvent sans présomption se vanter de l'avoir imité. C'est un mêlange de soulphre, de salpêtre, ou de quelques-autres matieres qui leur ressemblent fort, & l'air mis en ressort par leur inflammation fait les principaux Phénomenes du Tonnerre.

Si cet air, lorsqu'il se dilate & qu'il se débande, ne rencontre rien qui lui résiste, on voit l'éclair, mais sans entendre de bruit. S'il rencontre des nuées qui s'opposent à son mouvement, il en résulte le froissement & la collision d'air qui cause le bruit, & ce bruit est d'autant plus grand que ces nuées formées de petites particules de glaces sont moins propres à recevoir du mouvement d'un air fort enflamé. Lorsque le feu du Tonnerre se meut avec une si grande violence qu'il comprime & qu'il bande les ressorts de l'air grossier dont il est environné, cet air devient par-là capable de lui résister, & de le renvoyer en arriere; ce qui arrivant plusieurs fois de suite, fait paroître les éclairs comme des traits de feu brisés.

L'air le plus proche de la terre étant le plus grossier, c'est celui qui doit avoir le plus de force pour résister au mouvement du Tonnerre, c'est-à-dire, pour le faire remonter, & par conséquent il doit arriver assez souvent que cette flame repoussée vers le lieu d'où elle vient, se dissipe sans effet.

On voit quelquefois l'eau qui sort par un ajutage jaillir trois ou quatre fois plus haut que ne lui permet la hauteur du reservoir, aussi se remet-elle bien vîte à la hauteur que lui prescrivent les loix de l'Hidrostatique. Mais comment a-t-elle pû en sortir un instant? M. de la Hire l'attribue à de l'air enfermé dans la conduite, qui ayant été pressé & mis en ressort par l'eau qui descendoit toujours, s'est débandé contre celle qui montoit, & lui a donné cette vitesse momentanée. De même il croit que la violence du Tonnerre peut quelquefois être augmentée par l'air, qui

après une forte compreſſion que le feu du Tonnerre même a cauſée, reprend ſon extenſion naturelle. A ſuivre tous les effets de l'air, il eſt preſque lui ſeul l'ame du Monde, ſi l'on veut bien entendre par Monde ce que nous habitons, & ce qui nous environne de plus près.

SUR LA CAUSE
DE LA REFRACTION.

LA diſpute qu'ont euë ſur la Réfraction Meſſieurs Deſcartes & de Fermat, eſt fameuſe. Ils avoient chacun leur maniere de démontrer qu'un rayon oblique qui paſſe de l'air dans l'eau doit ſe rompre en s'approchant de la perpendiculaire; mais la démonſtration de M. Deſcartes ſuppoſoit que les rayons pénétrent plus facilement l'eau que l'air, & au contraire il ſuivoit de celle de M. de Fermat qu'ils pénétrent l'air plus facilement. C'étoit-là le point principal qui partageoit ces grands hommes, & il a partagé enſuite beaucoup d'autres Philoſophes.

M. Carré a embraſſé le parti de M. Deſcartes, & il prétend que l'air laiſſe plus difficilement paſſer la lumiere, que ne fait l'eau, quoiqu'il la reçoive en plus grande quantité, & la réfléchiſſe moins; car ces deux choſes peuvent fort bien être ſéparées. Il n'y a, ſelon M. Carré, que l'air qui ſoit pénétrable à la lumiere, tous les autres corps ſont ſolides à ſon égard, & la réfléchiſſent; & quand la lumiere paſſe au travers de l'eau ou du verre, elle ne paſſe qu'au travers de l'air contenu dans leurs pores, les parties propres du verre ou de l'eau la renvoyent, & delà vient ce grand nombre de réfléxions dans les corps tranſparens. Les parties de ce grand fluide, que nous appellons proprement Air, ont une liberté de ſe mouvoir ſans comparaiſon plus grande, que celles d'un air enfermé & empriſonné dans de l'eau ou dans du verre. L'extrême mobilité des parties de l'air libre, & leur agitation en tout ſens, nuit au mou-

vement d'un rayon de lumiere, le trouble, l'interrompt, & par conséquent l'affoiblit, & diminue sa vîtesse. L'air enfermé dans les corps transparens est moins nuisible, parce qu'il est moins mobile; & delà il suit que de tous les corps pénétrables à la lumiere, l'air libre est le plus difficilement pénétrable, & que tous les autres lui donnent un passage d'autant plus aisé qu'ils contiennent moins d'air, & qu'ils sont plus denses.

Aussi le verre qui contient moins d'air que l'eau, est-il plus favorable au passage de la lumiere, & cause-t-il une plus grande réfraction. L'eau bouillante qui a constamment jetté beaucoup d'air, cause une plus grande réfraction que l'eau froide; l'huile en cause une peu différente de celle du verre, parce qu'elle contient peu d'air, ainsi qu'on le voit en la mettant dans le Vuide. Il est vrai que lorsqu'on y met l'esprit de vin, il bouillonne beaucoup, & par conséquent paroît contenir beaucoup d'air, & cependant il fait une réfraction égale à celle de l'huile; mais ce grand bouillonnement dure peu, & ce n'est qu'une petite quantité d'air qui se dégage promptement, & presque toute à la fois.

Pour s'assurer davantage du systême de M. Carré, il faudroit un plus grand nombre d'expériences sur le rapport que la grandeur des réfractions peut avoir, soit à la quantité d'air que contiennent les liqueurs, soit à leur poids, soit à la densité des corps solides diaphanes; mais en attendant, c'est un préjugé en faveur de cette opinion, qu'une balle de mousquet tirée obliquement sur l'eau, paroît la pénétrer en s'éloignant de la perpendiculaire. Or il est certain que l'eau plus difficile à diviser, résiste plus que l'air au mouvement de la balle. Si elle résistoit aussi davantage au mouvement d'un rayon, elle l'éloigneroit donc aussi de la perpendiculaire, & il est constant qu'elle l'en approche.



DIVERSES OBSERVATIONS DE PHYSIQUE GENERALE.

I.

MOnſieur Geoffroy revenu d'un voyage d'Italie, a fait voir des Tarentules mortes qu'il en avoit rapportées. Cet animal eſt une groſſe Araignée à 8. yeux, & a 8. pattes. Ce qu'il a de plus particulier, ce ſont deux Trompes qu'il remue continuellement, ſurtout quand il cherche à manger; ce qui donne lieu à M. Geoffroy de conjecturer que ces Trompes pourroient être des narines mobiles.

La Tarentule ne ſe trouve pas ſeulement vers Tarento d'où elle a pris ſon nom, ou dans la Pouille, il y en a dans pluſieurs autres endroits de l'Italie, & dans l'Iſle de Corſe; mais celles de la Pouille ſont les plus dangereuſes. Il n'y a même que celles des Plaines qui le ſoient beaucoup, parce que l'air eſt plus échauffé dans les Plaines que ſur les Montagnes, & enfin quelques-uns aſſurent que les Tarentules ne ſont venimeuſes que quand elles ſont en chaleur. Peu de tems après qu'on a été mordu d'une Tarentule, il ſurvient à la partie une douleur très-aiguë, & peu d'heures après un engourdiſſement; on tombe enſuite dans une profonde triſteſſe, on a peine à reſpirer, le poux s'affoiblit, la vûë ſe trouble & s'égare, enfin on perd la connoiſſance & le mouvement, & on meurt à moins que d'être ſecouru.

Le ſecours que la Medecine a pû imaginer par raiſonnement, conſiſte en quelques opérations ſur la playe, en cordiaux, & en ſudorifiques; mais un ſecours que le raiſonnement n'eût jamais découvert, c'eſt la Muſique, & il eſt beaucoup plus sûr & plus efficace que l'autre.

Lorſqu'un homme mordu eſt ſans mouvement & ſans connoiſſance, un Joüeur d'inſtrumens eſſaye différens airs, & lorſqu'il a rencontré celui dont les tons & la modulation

conviennen

conviennent au malade, on voit qu'il commence à faire quelque leger mouvement, qu'il remue d'abord les doigts en cadence, ensuite les bras & les jambes, peu à peu tout le corps, & enfin se leve sur ses pieds, & se met à danser, en augmentant toujours d'activité & de force. Il y en a tel qui danse six heures sans se reposer. Après cela on le met au lit, & quand on le croit assez remis de sa premiére danse, on le tire du lit par le même air pour une danse nouvelle. Cet exercice dure plusieurs jours, tout au plus 6 ou 7, jusqu'à ce que le malade se trouve fatigué, & hors d'état de danser davantage, ce qui annonce sa guérison; car tant que le venin agit sur lui, il danseroit, si on vouloit, sans aucune discontinuation, & enfin il mourroit d'épuisement de forces. Le malade qui commence à se sentir las, reprend peu à peu la connoissance & le bon sens, & revient comme d'un profond sommeil, sans se souvenir de ce qui s'est passé pendant son accès, non pas même de sa danse.

Quelquefois le malade sorti de son premier accès est entiérement gueri; mais s'il ne l'est pas, il lui reste une noire mélancolie, & de l'aliénation d'esprit; il fuit les hommes, & cherche l'eau; & si on ne le garde avec soin, il va se jetter dans quelque riviére ou dans la mer. L'aversion pour le noir & pour le bleu, & au contraire l'amour du blanc, du rouge & du verd sont encore des symptômes bisarres de cette maladie.

Si l'on n'en meurt pas, l'accès revient au bout d'un an, à peu près dans le tems qu'on a été mordu, & il faut recommencer la danse. Quelques-uns ont eu ces retours réglés pendant 20 & 30 années.

Chaque malade a son air particulier & spécifique, mais en général ce sont des airs d'un mouvement très-vif.

Voilà ce qui est attesté par des personnes dignes de foi, & ce qui fut confirmé à l'Académie, non-seulement par le soin que M. Geoffroi avoit eu de s'en informer en Italie, mais encore par des Lettres que lut le P. Goüye, où un P. Jésuite de Toulon mandoit qu'il avoit vû danser plusieurs jours de suite un Soldat Italien mordu d'une Tarentule.

A des faits si extraordinaires, il est bien juste qu'il s'y mêle un peu de fables, & que l'on dise, par exemple, que les malades ne le sont qu'autant que la Tarentule qui les a mordus est en vie, & que la Tarentule elle-même danse aux mêmes airs.

On peut conjecturer avec M. Geoffroi que le venin de la Tarentule cause aux nerfs une tension plus grande que celle qui leur est naturelle, & qui est proportionnée à leurs fonctions. De-là vient la privation de mouvement & de connoissance. Mais en même-tems cette tension égale à celle de quelques cordes d'instrument, met les nerfs à l'unisson d'un certain ton, & les oblige à frémir dès qu'ils seront ébranlés par les ondulations ou vibrations propres à ce ton particulier. De-là cette cure musicale si étonnante. Le mouvement rendu aux nerfs par un certain mode, y rappelle les esprits qui les avoient presque entiérement abandonnés. Peut-être est-il permis d'ajouter avec quelque vraisemblance & sur les mêmes principes à peu près, que l'aversion des malades pour certaines couleurs, vient de ce que la tension de leurs nerfs, même hors des tems de l'accès, étant toujours différente de l'état naturel, l'ébranlement & les vibrations que ces couleurs causent aux fibres de leur cerveau, sont trop contraires à leur disposition, & y font une espéce de dissonance, qui est la douleur.

II.

M. Carré a lû une Lettre écrite de Hollande, où l'on parloit d'une pierre d'Aiman, qui pese 11 onces, & leve 28 livres de fer, c'est-à-dire, plus de 40 fois son poids. On la vouloit vendre 5000 livres.

III.

M. Homberg a montré une petite piramide de sel qui s'étoit formée dans une cristallisation. Elle avoit peu de hauteur par rapport à la grandeur de sa base; elle étoit creuse en dedans, & en se formant elle avoit eu sa base tournée en enhaut. M. Homberg expliqua ainsi ce fait.

D'abord il s'eſt formé ſur la ſuperficie de l'eau ſalée, un petit cube de ſel, c'eſt la figure que le ſel affecte naturellement. Ce cube, quoique plus peſant que l'eau ſalée, n'y a point été ſubmergé, non plus qu'une aiguille qu'on y poſeroit fort délicatement, & par la même raiſon; car il ſe fait autour de l'aiguille ainſi poſée ſur l'eau un petit creux rempli ſeulement d'air, où elle eſt comme dans un petit bateau, parce que le volume du petit creux & de l'aiguille enſemble, eſt plus leger qu'un pareil volume d'eau. Il s'eſt formé un ſemblable creux autour du cube de ſel, qui s'eſt un peu enfoncé dans l'eau ſans ſe ſubmerger, de ſorte que ſa ſuperficie ſupérieure, moins haute que celle de l'eau, eſt demeurée ſeche. Le long des quatre côtés de cette ſuperficie ſeche ſe ſont criſtalliſés d'autres petits cubes de ſel, qui ont commencé à former un petit creux quarré, dont le premier cube faiſoit le fond. Tous ces petits cubes enſemble étant plus peſans que le premier ſeul, & étant environnés de moins d'air à proportion, parce qu'ils joignoient le premier par leurs cotés intérieurs, ſe ſont enfoncés un peu plus dans l'eau, c'eſt-à-dire juſqu'à la ſurface ſupérieure des petits cubes qui bordoient le premier. Autour d'eux ſe ſont encore criſtalliſés d'autres cubes, qui ſe ſont enfoncés davantage dans l'eau. Ceci continuant pendant quelque tems, le quarré creux en s'élargiſſant, s'eſt toujours enfoncé de plus en plus, & a formé la piramide renverſée, qui étant à la fin devenue trop peſante, s'eſt précipitée au fond de l'eau, où elle a ceſſé de croître.

IV.

M. Lemery a dit que le 19 Juin une jeune femme de Lyon âgée de 23 ans, avoit eu à ſa premiére couche, à la fin du ſeptiéme mois, trois fils & une fille, tous de 14 pouces 6 lignes pied de Roi, & qui avoient eu aſſez de vie pour être baptiſés.

V.

On avoit demandé de Bretagne à M. Carré, pourquoi

ſur la côte Septentrionale de cette Province les marées vont toujours en augmentant depuis Breſt juſqu'à S. Malo, où elles ſont ſi hautes dans les nouvelles & pleines Lunes, qu'elles montent juſqu'à 60 & 80 pieds; & pourquoi depuis S. Malo elles vont toujours en diminuant le long des côtes de Normandie.

M. Carré répondit à cette queſtion par la ſeule figure des Côtes & des Détroits. La marée qui de cette grande étendue de l'Océan Atlantique vient ſe répandre ſur la côte Septentrionale de Bretagne, rencontre en même-tems l'embouchure de la Manche, qui eſt un eſpace beaucoup plus étroit que celui d'où elle vient. Il faut donc qu'elle s'enfle à l'entrée de ce Canal, & qu'elle prenne en hauteur ce qui manque en largeur au Canal pour contenir l'eau qu'elle apporte. Enſuite le Canal ſe reſſerre davantage, & par conſéquent l'eau s'éleve encore plus. La Ville de S. Malo eſt ſituée dans une eſpéce d'angle rentrant que font les côtes de Bretagne & de Normandie; la marée eſt obligée de prendre la même direction de la côte Septentrionale de Bretagne, c'eſt-à-dire une direction Sud-Oueſt; ayant ce cours elle va frapper directement la côte de Cornouaille en Angleterre, d'où elle eſt réflechie & repouſſée avec force préciſément dans l'encognure où eſt S. Malo. Là, les eaux retenues & comme enfermées, ne peuvent que s'élever. Mais après S. Malo la marée doit trouver plus de liberté dans ſon cours le long des côtes de Normandie.

VI.

M. Geoffroi s'étoit informé exactement en Italie de la maniére dont on fait l'Alun de roche aux Alumiéres de Civita-vecchia. Il y a près de cette Ville des Carriéres d'une pierre griſâtre ou rouſſâtre, aſſez dure, ſemblable au Travertin. On la calcine dans des fours, enſuite on diſſout cette chaux dans de l'eau miſe ſur un grand feu, l'eau en tire tout le ſel qui eſt l'Alun, il s'en ſépare une terre inutile, & enfin on laiſſe repoſer cette eau impregnée d'un ſel,

qui pendant l'espace de plusieurs jours se cristallise de lui-même comme le Tartre autour des tonneaux, & fait ce qu'on appelle Alun de roche. Ce n'est là que l'idée générale de l'opération; mais M. Geoffroi en donna tout le détail.

On fait encore de l'Alun à la Solfatara près des Poussoles dans le Royaume de Naples. La Solfatara étoit autrefois une Montagne qui jettoit des flammes, & dont il ne reste plus que des débris, & qu'une couronne ou ceinture de roches blanches, jaunâtres, seches, à demi brûlées & calcinées, dont il sort en plusieurs endroits des fumées fort épaisses. La tradition du pays porte que le terrain qui étoit entre ces roches, & qui faisoit la cime de la Montagne, s'est abaissé jusqu'à certaine hauteur. On monte sur les roches brûlantes, pour redescendre après dans une petite plaine enfoncée, qui doit avoir été la cime. Elle est presque ovale, elle a 1246 pieds de long dans sa plus grande étendue, & 1000 pieds de large. Le terrain de cette plaine est d'une matiére jaune & blanche, toute saline, si chaude qu'en quelques endroits on n'y peut pas longtems souffrir la main. En Eté il s'éleve sur la surface de cette terre une fleur ou poussiére saline, que l'on n'a qu'à balayer & qu'à pousser dans des fosses remplies d'eau qui sont au bas de la plaine; après quoi pour évaporer cette eau bien chargée de sel & dépurée de la terre, il ne faut point d'autre feu que celui qui brûle sous la Montagne; on met l'eau dans des chaudiéres que l'on enfonce en terre sans autre façon. Cet Alun n'est pas si estimé que celui de Civita-vecchia. Il se fait aussi du soufre à la Solfatara, & c'est de-là que le lieu a tiré son nom.

M. Geoffroy pour rendre plus complette son Histoire de l'Alun, y a joint la maniére dont on le fait en Angleterre dans les Provinces d'Yorc & de Lencastre, & en Suede.

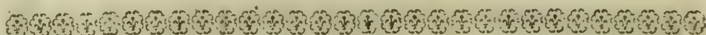
Il paroît par toutes les préparations de l'Alun, que la même mine qui le donne, donne communément aussi, ou peut donner le Soufre, le Nitre, & le Vitriol. Peut-être

ces différens Mineraux ne sont-ils au fond qu'un même principe déguisé en ces quatre sels, selon qu'il a été mêlé par la nature avec certaines matiéres, ou selon qu'il a été travaillé par les hommes. M. Geoffroy croit qu'il se pourroit bien faire que l'Alun d'Angleterre & de Suede participât davantage du Vitriol, & celui d'Italie du Sel marin; ce qui seroit capable de faire varier certaines opérations délicates, ou de changer l'effet de quelques remédes qui demanderoient une grande précision.

V. ci-après p. 50. *Pierres.*

V. les Mémoires p. 3.

MOnsieur de la Hire a donné à son ordinaire le Journal de ses Observations de 1701.



ANATOMIE.

SUR DES PIERRES DANS LES PAROIS DE LA VESSIE.

V. les Mémoires p. 26.

OU l'expérience manque, la Médecine manque aussi. On n'imagine point ordinairement la possibilité d'un cas que l'on n'a point vû; & quand on l'imagineroit, il seroit trop téméraire d'oser se régler sur une pareille supposition. On ne connoît que trop les pierres contenues dans la capacité de la vessie; mais qu'il s'en puisse trouver dans sa substance, dans ses parois, entre les membranes dont elle est formée, & des pierres qui soient dangereuses, c'est un accident inconnu jusqu'à présent à la Médecine, & qui, s'il s'étoit présenté, l'auroit surprise au dépourvû & sans défense.

Les Ureteres qui portent dans la Vessie l'urine que les Reins ont filtrée, ne traversent la vessie que fort obliquement, & ils rampent quelque tems dans son épaisseur, avant que d'aboutir à sa surface intérieure. C'est par ces

deux canaux que de petites pierres qui ont commencé à se former dans les reins tombent dans la vessie, où elles continuent à grossir. Mais M. Littre, en dissequant le corps d'un jeune homme, a vû deux pierres qui ayant percé l'uretere dans sa partie comprise entre les parois de la vessie, avoient passé par ce trou, s'étoient fait chacune un petit conduit dans la substance de la vessie, & entre ses membranes, depuis le trou jusqu'à l'endroit où elles s'étoient arrêtées, & même avoient dû grossir en cet endroit, parce qu'elles étoient plus grandes que le trou par où elles avoient passé. M. Littre avoit déja trouvé cette particularité sur deux autres sujets; mais il n'avoit pû les examiner assez à loisir. L'accident n'est donc pas fort rare, & il est bon d'en être averti. Ces deux pierres avoient causé deux ulcéres, l'un dans le rein où elles s'étoient formées, l'autre à l'endroit de l'uretere qu'elles avoient percé, & de tous les deux il sortoit une matiére purulente par le canal de l'Uretre.

Par la situation où sont ces sortes de pierres, il est visible qu'elles doivent moins grossir que celles qui sont contenues dans la capacité de la vessie. Mais si elles grossissent assez pour causer de grands maux, ou si enfin elles en causent de quelque autre maniére que ce soit, quel reméde y apporter? Il semble que ce soit là un cas, où la Médecine & la Chirurgie doivent se trouver dans une entiére impuissance, & en convenir; car d'abord on ne peut s'assurer de l'existence de ces pierres; lorsque la sonde va frapper à nud celles qui sont dans la cavité de la vessie, on entend un son qui est un indice sûr, & qui est le seul; mais on ne peut tirer de son de celles-ci qui sont revêtues d'une substance molle. Et quand on pourroit s'assurer qu'elles sont là, comment les tirer?

Cependant M. Littre persuadé avec raison qu'il est permis de risquer à proportion de la grandeur du mal & de la difficulté d'y remédier, propose un moyen sûr de reconnoître la pierre, supposé qu'elle soit vers le col de la vessie, & il juge qu'elle y doit être communément, parce

que la contraction des fibres de cette partie se fait du fond vers le col, & chassera par conséquent la pierre en ce sens là. Quand elle est reconnue, il faut éminccr peu à peu la membrane qui la couvre, la déchirer, ou la mettre en état qu'elle se déchire d'elle-même; après quoi la pierre étant tombée dans la cavité de la vessie, on l'y laissera si elle est fort petite, comme elle doit l'être, & on l'en tirera par l'opération ordinaire, quand elle sera devenue trop grosse, ou si elle l'est déja dès le tems de sa chûte. Ce n'est là qu'une legere idée d'une operation nouvelle & hardie, mais ingénieuse & nécessaire. Y a-t-il rien de plus hardi que l'opération ordinaire de la pierre, & une moindre nécessité la justifieroit-elle?

DIVERSES OBSERVATIONS

ANATOMIQUES.

I.

MOnsieur Lemery le fils, a rapporté qu'à l'ouverture d'une femme hydropique âgée de 40 ans, & d'un tempérament robuste, on avoit trouvé la capacité du ventre remplie d'eaux rousses & noirâtres; l'estomac descendu vers la région ombilicale, & chargé d'environ deux livres d'une chaire dure, épaisse de deux doigts, cartilagineuse, glanduleuse en quelques endroits, étendue & adhérente à cette partie, la substance de l'estomac quatre fois plus épaisse qu'elle n'a coutume d'être, & cartilagineuse en dessus, tapissée en dedans d'une matiére dure & écailleuse, sa capacité remplie d'eaux rousses, ses membranes relâchées en quelques endroits, au point qu'il s'y étoit fait un sac de la grosseur d'une pomme, rempli d'une eau claire; le foye entiérement pourri, & réduit en une matiére rougeâtre, épaisse, sans fibres & sans liaison, remonté si haut qu'il étendoit & élevoit extrêmement le diaphragme, ce qui avoit

avoit causé à la malade de grandes difficultés de respirer ; les inteſtins endurcis & crevés en quelques endroits, de ſorte que depuis quelque tems ils n'avoient pas fait leurs fonctions, & que la malade avoit eu des vomiſſemens continuels. Si dans un déſordre ſi général de la machine on peut conjecturer quelle a été la premiere partie dont l'altération a entraîné tout le reſte, il eſt vrai-ſemblable que ç'a été l'eſtomac, qui par quelque accident s'eſt trouvé chargé de cette chair étrangere, dont le poids & l'adhérence ont empêché ſes fibres de jouer aſſez librement.

II.

M. Mery a fait voir une Ratte humaine très-ſenſiblement glanduleuſe. Chaque glande avoit environ $1 \frac{1}{2}$ ligne de diamétre, & elles égaloient ou ſurpaſſoient celles de la Ratte d'un Bœuf, qui ſont toujours aſſez groſſes.

III.

M. du Verney a parlé de l'Epingle qui étoit dans le bras d'un Homme fort connu par ſon mérite, & par ſa grande intelligence dans les beaux Arts. Elle étoit dans un rameau de veine qui fait la communication de deux veines plus groſſes, poſée de travers par rapport au vaiſſeau, la pointe vers le bout des doigts. Elle étoit très-ſenſible & très-manifeſte. Celui qui la portoit dans ſon bras ne ſe ſouvenoit point du tout de l'avoir avalée. On ne crut pas impoſſible, que pendant qu'il dormoit, elle ne ſe fût enfoncée inſenſiblement dans ſon bras, même avec une tête qu'elle avoit, & ſans faire ſortir de ſang. On l'ôta en ouvrant le vaiſſeau.

IV.

M. Sauveur fit part à la Compagnie d'un fait que M. Froger lui avoit écrit de Breſt. M. Mollart Ingénieur en chef, avoit enfermé dans un petit Microſcope ordinaire un Ver de fromage pour voir ce qu'il deviendroit. Ce Ver vécut plus de 7 mois ſans prendre aucune nourriture, à moins que le peu d'air qui étoit dans le Microſcope ne lui en fournît. Il remua toujours ſenſiblement, ſurtout quand on l'expoſoit au Soleil; alors il ſe tournoit, & s'agitoit de

cent manieres différentes. Enfin il mourut, & d'un jour à l'autre, de blanc qu'il étoit, il devenoit rouge. Cette petite carcasse sécha comme une coque de Ver à soye, & au bout de 12 jours il en sortit une Mouche aussi grosse que le Ver. Elle n'étoit point faite comme les Mouches ordinaires, mais un peu plus allongée, & de la figure de celles que l'on voit quelquefois aux environs des latrines. Elle ne prit jamais aucune substance, à moins que ce ne fût de celle de la coque dont elle étoit sortie. Elle mourut au bout de dix jours, après quoi elle sécha & diminua.

V.

M. Littre ayant ouvert un homme de 60 ans mort subitement d'apopléxie, observa que le Rein gauche étoit presque entiérement consumé par un abscès, & que le droit qui étoit fort sain étoit beaucoup plus gros qu'à l'ordinaire. Cette grosseur rendoit plus sensible la méchanique cachée de cette partie, & M. Littre ne manqua pas de profiter de cet avantage. La superficie extérieure du Rein, qui est communément lisse & unie, paroissoit toute hérissée de glandes ovales, grosses comme une tête d'épingle moyenne, recouvertes de la membrane, dans chacune desquelles on observoit sensiblement 4 petits filets qui étoient, selon toutes les apparences, un nerf, une artere, une veine, & un conduit excrétoire. Les glandes intérieures étoient de la même figure, de la même grosseur, & de la même structure; mais elles n'étoient placées que dans les intervalles des Mammelons, c'est-à-dire, de ces caroncules, qui ne sont qu'un amas de conduits excrétoires par où l'urine filtrée au travers des glandes se rend dans le bassinet, premier réservoir commun, & delà dans l'Uretere, qui la porte enfin dans la Vessie. Ces glandes intérieures se joignant plusieurs ensemble, composoient un corps de figure conique, dont la base étoit tournée du côté de la superficie du Rein, & la pointe du côté du bassinet. Les intervalles des mammelons étoient exactement remplis par un de ces corps coniques, & leur nombre égaloit celui des mamme-

lons. Tous les conduits excrétoires qui partoient d'un de ces corps formé d'un aſſemblage de glandes, ne ſe terminoient pas à un ſeul mammelon, mais à tous ceux qui l'environnoient immédiatement.

Comme les mammelons ſont auſſi des Cones dont les pointes regardent le baſſinet, il paroît que le Rein eſt compoſé de deux eſpeces de Cones rangés alternativement du même ſens. Les uns ſont les corps glanduleux qui filtrent l'urine, les autres ſont les mammelons qui ſont les premiers tuyaux où l'urine filtrée commence à couler. Ce n'eſt pas cependant que l'urine ne ſe filtre que dans ces corps formés des glandes intérieures; elle ſe filtre auſſi dans les glandes extérieures dont le nombre eſt ſans comparaiſon plus grand; & comme les mammelons reçoivent également les conduits excrétoires de ces deux ſortes de glandes, ils ſont beaucoup plus grands que les corps glanduleux diſpoſés dans leurs intervalles, puiſque ces corps ne ſont formés que des glandes intérieures.

La différence des Cones glanduleux & des mammelons paroît aux yeux par la couleur. Les premiers ſont beaucoup plus rouges, parce qu'ils reçoivent le ſang dont ils ſéparent la ſéroſité, ou l'urine, & que d'ailleurs pour cette fonction ils ont un grand nombre de vaiſſeaux ſanguins, au lieu que les mammelons en ont moins, & ne reçoivent que l'urine ſéparée. Il eſt évident par cette méchanique que les Cones glanduleux ne doivent pas aboutir comme les mammelons dans la cavité du baſſinet.

M. Littre a aſſuré qu'il a depuis obſervé la même ſtructure dans pluſieurs autres Reins humains.

VI.

Il nâquit à Breſt deux filles qui ſe tenoient par l'eſtomac depuis le deſſous des mammelles qu'elles avoient l'une & l'autre bien formées, juſqu'à un nombril commun. Elles n'avoient entr'elles qu'un Cœur, qu'un Foye & qu'une Ratte, mais chacune deux Reins, & toutes les parties de la génération. Les têtes, les bras & les jambes étoient bien formés.

Chacune de ces filles fut baptisée en particulier, & peu de tems après elles moururent toutes deux. Ce fut M. Froger qui envoya cette Observation à M. Sauveur. Elle fut aussi envoyée par feu M. de Louvigni Intendant de Brest, telle qu'elle avoit été faite par M. Salasse Chirurgien de cette Ville.

VII.

A peu-près dans le même-tems, M. Mery fit voir à la Compagnie deux petites Chattes qui s'étoient unies aussi dans le ventre de leur mere. Elles étoient jointes depuis la tête jusqu'au nombril, & ne faisoient dans toute cette étenduë qu'un seul corps; mais dans tout le reste, c'en étoient deux bien distincts & bien séparés. Nous n'entrerons point dans un détail plus particulier de la structure de ce Monstre; il est aisé de concevoir en général que deux œufs, ou si l'on n'admet pas les œufs, deux petits fœtus dans leur premiere formation, se trouvant d'égale force, & d'ailleurs se rencontrant de trop près dans la matrice, peuvent s'attacher & se coler l'un à l'autre; après quoi les liqueurs qui doivent les nourrir & les fortifier leur étant devenuës communes, elles abandonnent entiérement dans l'un ou dans l'autre certaines routes, où elles couleroient trop difficilement, ce qui fait absolument périr certaines parties dans l'un des fœtus, & les rend uniques pour les deux, tandis que ces mêmes liqueurs coulant dans les autres parties des deux fœtus avec une égale facilité, les entretiennent toujours doubles. Ce n'est que le hazard de la rencontre des fœtus, & de certaines directions de vaisseaux plus ou moins favorables au cours des liqueurs, qui les détermine à quitter de certains chemins, & à en suivre toujours d'autres; & comme ce hazard est susceptible d'une infinité de combinaisons différentes, c'est une chose infinie que les Monstres qui le sont par quelques parties doubles.

Les deux Chattes de M. Mery étoient par un autre endroit plus dignes de l'attention & de l'étonnementdes Philosophes. Elles n'avoient qu'un Oesophage & qu'une Tra-

ché ; mais ces deux canaux s'étoient joints de maniere qu'ils n'en faisoient plus qu'un, & ce canal unique n'avoit communication qu'avec l'estomac, & nullement avec les poûmons, & par conséquent n'étoit qu'un simple Oesophage. Le Monstre ne pouvoit donc prendre d'air, cependant il avoit vécu environ une heure après être sorti du ventre de la mere.

VIII.

M. Littre a fait voir les membranes qui enveloppoient un même fœtus humain desséchées. Il y en avoit trois, l'Allantoïde ou Urinaire entre le Chorion & l'Amnios. Cela confirme une conjecture qu'il a avancée, & que l'on a pû voir dans l'Histoire de 1701.*

* P. 22 & suivantes.

IX.

M. Lemery le fils a fait l'histoire d'un homme d'Orleans âgé d'environ 45 ans, d'un tempérament assez robuste, d'un poil noir, & fort velu par tout le corps, qui ayant pris pour quelque incommodité une de ces Tablettes vomitives destinées pour les Pauvres, & que l'on envoye en Canada, en fut purgé très-violemment pendant plusieurs jours, & en souffrit une telle altération dans son tempérament, que le poil lui tomba au bout de quelques mois, & qu'ensuite de noir qu'il étoit auparavant, il devint blond. Au bout d'un an le poil ne lui étoit point encore revenu au corps, sa barbe qui étoit fort épaisse avant cet accident, l'étoit alors fort peu, & ses cheveux aussi épais qu'ils l'avoient été, étoient plus fins. Il n'étoit point encore revenu de l'extrême abattement où ce remede l'avoit jetté.

X.

A cette occasion M. Cassini dit qu'il avoit vû un Aumônier du Cardinal Caraffe, âgé de 55 ans, qui de blanc étoit redevenu noir.

XI.

Le P. Mallebranche a rapporté qu'un homme tombé en apopléxie, en avoit été tiré par plusieurs lavemens de Caffé.

XII.

M. de Vaubonnays, premier Préſident de la Chambre des Comptes de Dauphiné, qui par le goût qu'il a pour les Sciences, a voulu lier avec l'Académie une correſpondance particuliere, juſqu'à offrir ſa maiſon à tous les Académiciens qui ſe trouveroient à Grenoble, a pris la peine d'envoyer à la Compagnie l'Obſervation ſuivante. Une femme de qualité étant accouchée d'un garçon, la Sage-femme fut ſurpriſe de trouver dans l'arrierefaix une eſpéce de veſſie, qui devoit contenir quelque choſe de remarquable. Elle l'ouvrit, & y trouva un fœtus femelle, qui fut jugé être de 4 ou 5 mois. Cet enfant étoit bien formé, mais mort, & il paroiſſoit avoir la tête écraſée. L'arrierefaix qui lui appartenoit ne vint que ſix jours après.

M. Alſon, Medecin d'Avignon, jugea contre le ſentiment de pluſieurs Phyſiciens qui croient la ſuperfétation impoſſible, que c'en étoit-là une véritable; que l'enfant à terme avoit entraîné l'autre avec lui, & lui avoit écraſé la tête par les efforts qu'il avoit faits pour ſortir; mais que la choſe eût pû ſe paſſer autrement, c'eſt-à-dire, que le ſecond enfant eût pû venir heureuſement à terme 4 ou 5 mois après l'autre, car ils avoient chacun leur placenta ſéparé, & cette eſpéce de poche qui renfermoit le ſecond fœtus, ne tenoit point du tout au placenta du premier, quoiqu'elle fût ſortie en même-tems.

XIII.

La Peau eſt compoſée de trois parties différentes. La plus intérieure eſt la Peau proprement dite. A ſa ſurface interne ſont des grains glanduleux de figure ronde ou ovale, & les racines des poils. A la ſurface externe ſont les conduits excrétoires de ces grains glanduleux, c'eſt-à-dire, les tuyaux de la ſueur, les poils, & une infinité de petits mammelons gros comme des têtes des plus petites épingles, & qui paſſent pour les organes du Toucher. Sur la peau proprement dite eſt étenduë la Membrane réticulai-

re, percée comme un Rets d'une infinité de petits trous au travers desquels passent les conduits excrétoires des grains glanduleux, les poils, & les mammelons du corps de la peau. La membrane réticulaire est encore couverte de l'Epiderme, ou de la sur-peau, dont la surface extérieure est lisse & unie, mais l'intérieure pleine d'inégalités qui forment quantité de petites loges, où sont reçûs les bouts des mammelons.

Cette structure supposée, quand on a cherché la cause de la noirceur des Mores, on a trouvé que le corps de leur peau, & leur Epiderme, étoient aussi blancs que dans les autres hommes, & qu'il n'y avoit que leur membrane réticulaire qui fût noire, & que c'étoit cette couleur qui paroissoit au travers de l'Epiderme, qui est fort déliée & transparente. Le fameux M. Malpighi a crû que la noirceur de la membrane réticulaire venoit d'un suc épais & glutineux qu'elle contenoit, & qui étoit noir. M. Littre ayant eu occasion de disséquer un More, voulut éprouver si la supposition de M. Malpighi étoit vraie. Il fit infuser durant 7 jours un morceau de la peau du More dans de l'eau tiéde, & un autre dans de l'esprit de vin, & ni l'un ni l'autre de ces deux puissans dissolvans ne put tirer ce suc noir, ni en prendre aucune teinture. On voit par-là combien cette couleur noire est propre & adhérente à la membrane réticulaire, puisqu'elle ne changea nullement. De plus M. Littre mit un morceau de peau dans de l'eau boüillante, & peu de tems après il s'éleva sur la superficie extérieure de cette peau quantité de bouteilles grosses comme de petits grains de chenevi, qui toutes étoient pleines d'une liqueur très-claire & très-liquide. Cette liqueur refroidie formoit une espéce de gelée fort transparente. Il n'y a rien à tout cela qui ressemble au suc noir & glutineux, ni qui en donne le moindre indice.

M. Littre a donc crû qu'il falloit rapporter la noirceur en partie au tissu particulier de la membrane réticulaire, & en partie à l'action d'un air très-échauffé. Cette derniere cause peut être prouvée, parce que les enfans des

Mores naiſſent blancs; & ce qui la prouve peut-être encore mieux, c'eſt ce que M. Littre fit obſerver, que le bout du gland, qui n'étoit pas couvert du prépuce, étoit noir comme toute la peau, & que le reſte qui étoit couvert étoit parfaitement blanc. On peut oppoſer à cela, que quand les enfans mâles des Mores viennent au monde, ils ont au bout de la verge une petite tache noire, qui s'étend enſuite ſur le bout du gland découvert, & même ſur tout le corps, & s'étend, ſi l'on veut, par l'action de l'air, mais du moins n'en a pas été l'effet dans ſon premier commencement. Nous remarquerons en paſſant qu'outre cette petite tache qui n'appartient qu'aux mâles, tous les enfans Mores ont en naiſſant l'extrémité des ongles noire.

M. Littre fit encore voir à la Compagnie que la membrane réticulaire, qui en elle-même étoit noire comme du charbon de bois, ne paroiſſoit noire que comme de la ſuye, étant vûë au travers de l'Epiderme.

NOus ne parlerons dans cette Hiſtoire,

V. les Mémoires, pag. 202.

Ni du récit que fit M. du Verney le jeune de la Cure extraordinaire d'une Playe, en communiquant en même-tems le Remede qui y fut employé,

V. les Mem. pag. 208.

Ni des Obſervations de Meſſieurs du Verney & Littre ſur des fœtus trouvés dans les Trompes,

V. les Mem. pag. 214.

Ni de celles de M. du Verney le jeune ſur l'Hydropiſie,

V. les Mem. pag. 234.

Ni d'un Accouchement inoüi juſqu'à préſent, où M. Littre employa auſſi des moyens inoüis,

Toutes ces piéces qui ſont contenues dans les Mémoires ne ſont point ſuſceptibles d'Extrait, & ne demandent nul éclairciſſement.

MOnſieur du Hamel continua ſon Hiſtoire Anatomique ſur ce qui regarde le Cerveau. Il parla des fonctions animales en tant qu'elles s'y rapportent, de la génération des Eſprits, & raſſemblant ſur ces ſujets les ſentimens

timens des Anciens & des Modernes, il fit voir que les Modernes ont fait beaucoup plus de chemin que les Anciens, mais qu'il leur en reste encore à faire peut-être plus qu'ils n'en ont fait.

M. Mery qui avoit fait l'Anatomie du Pelican & de la Cuisse de l'Aigle, ainsi qu'on l'a pû voir dans l'Histoire de 1699 *, fit la comparaison des Muscles de la Cuisse de ces deux Oiseaux, de leur disposition, de leur force, &c. * Page 50. & 51.

Cette année M. Sabourin, Chirurgien de Geneve, ayant trouvé une nouvelle méthode pour l'amputation des membres, & espérant qu'elle seroit utile pendant une Guerre qui commençoit, vint à Paris pour la faire connoître, & la proposa en pleine Académie, sans se réserver, & sans dissimuler aucune des circonstances de cette méthode, & en même-tems sans paroître trop présumer du succès. Tout le secret consiste à garder un peu plus bas que l'endroit où se doit faire la section, une piéce de chair & de peau, dont ensuite on recouvre l'os. En moins de deux jours cette chair se réunit avec l'extrémité des vaisseaux coupés, & par conséquent l'on n'est obligé ni de lier avec du fil ces bouts de vaisseaux pour les fermer, ni d'y appliquer des Caustiques & des Astringens, toutes pratiques ou très-dangereuses, ou au moins très-incommodes. De plus, l'os si promptement recouvert ne s'exfolie point, c'est-à-dire, qu'il ne s'en détache point une portion plus ou moins grande qui tombe d'elle-même. Le moignon revêtu de chair n'est plus sensible & douloureux comme il étoit, on peut par conséquent appuyer dessus; il n'est point nécessaire de tenir une jambe de bois toujours étendue, & on la peut porter comme une jambe naturelle. M. Sabourin, qui avoit déja fait une expérience de cette méthode, assuroit que dans l'amputation le malade avoit perdu 3 ou 4 onces de sang, & ensuite pas une goutte. Ce morceau de chair appliqué à la partie avoit suffisamment bouché les orifices des vaisseaux, même avant que de s'y être entié-

rement collé. L'Inventeur expliqua toute la maniére du panſement qui doit être particuliére, & en fit voir les bandages, & tous les inſtrumens. Il s'étoit rencontré avec M. Verduin Chirurgien d'Amſterdam qui avoit eu la même penſée, quoiqu'il ne l'eût pas étendue, comme M. Sabourin, juſqu'aux articulations, & que ſes bandages fuſſent fort différens, & à ce qu'il paroiſſoit moins commodes.

L'Académie laiſſa voir aſſez de goût pour cette nouveauté; cependant elle en revint à ce qu'elle pratique toujours en pareille occaſion; elle ſuſpendit ſon jugement, & attendit l'expérience. M. Sabourin fit à la Charité une opération, dont Meſſieurs du Verney & Mery eurent connoiſſance, & dont ils rendirent compte à la Compagnie. Le malade mourut, mais on ne jugea pas que ce fût la faute de l'opération, quoiqu'il eût perdu plus de ſang que par l'opération ordinaire.



CHYMIE.

SUR DES EXPERIENCES FAITES A UN MIROIR ARDENT CONVEXE.

V. les Mémoires p. 141.

JUſqu'ici la Chymie n'a employé à la décompoſition des Corps aucun Agent qui y fût plus propre que le feu. Le feu a été ſon diſſolvant univerſel, ou preſque toujours l'ame de ſes autres diſſolvans, & elle n'a connu les Mixtes qu'autant qu'il en a ſçû démêler la contexture & développer les principes.

Ce n'eſt pas que l'on n'eût déja ſongé à ſe ſervir d'un autre feu ſans comparaiſon plus agiſſant, c'eſt-à-dire, des rayons du Soleil réunis par le Miroir ardent; mais on n'avoit que des Miroirs concaves & de métal, qui brûloient par réflexion; & comme il faut que le Miroir pour faire

fon foyer le plus petit, & par conféquent le plus vif qu'il fe puiffe, foit exactement paralléle au difque du Soleil, les rayons qui venoient de haut en bas ne pouvoient être réflechis que de bas en haut, & les vaiffeaux où l'on expofoit les matiéres folides pour les fondre étant néceffairement dans une fituation renverfée, ces matiéres couloient à terre dès qu'elles fentoient le Soleil, de forte que l'on ne pouvoit faire aucune expérience fuivie, ni de durée, & le Miroir ardent étoit une curiofité prefque entiérement inutile. Il eût fallu des Miroirs de verre convexes, qui euffent brûlé par réfraction, parce qu'alors les rayons euffent toujours été de haut en bas, & les matiéres auroient eu une fituation commode. Mais pour de grands foyers, tels que ceux dont on eût eu befoin, il faut de grands verres, & outre la difficulté d'en tailler de fi grands, puifqu'à peine peut-on aller jufqu'à ceux des grandes Lunettes, qui n'ont que quelques pouces de diamétre, il y avoit encore la difficulté de fondre une affez groffe maffe de verre, fans qu'elle fe caffât en fortant du four, ou en fe refroidiffant.

On a vû dans les Hiftoires de 1699 *, & 1700 *, que M. Tfchirnhaus Académicien affocié avoit l'art de faire des Verres convexes de 3 ou 4 piés de diamétre, ce qui eft une grandeur extraordinaire, & l'on a rapporté les effets qu'il en a éprouvés.

* Page 90.
* Page 128.

Monfeigneur le Duc d'Orleans a fait venir d'Allemagne un de ces grands Verres de M. Tfchirnhaus, il l'a fait placer dans le Jardin du Palais Royal, & a eu la bonté d'en permettre l'ufage à l'Académie, qui ne s'en fervira pas avec plus d'intelligence que S. A. R.

M. Homberg qui a l'honneur d'être particuliérement attaché à ce Prince, a profité du Miroir, autant qu'il a été poffible. On ne croiroit peut-être pas que pendant tout l'Eté de cette année il n'eût eu que 8 jours pleinement favorables, & d'un Soleil bien découvert depuis 9 ou 10 heures jufqu'à 3 ou 4.

Il a commencé par mettre en expérience les Métaux, & principalement l'Or.

L'Or, autant affiné qu'il le puiſſe être, mis au foyer, pétille, & jette juſqu'à 7 & 8 pouces de diſtance une infinité de petites goutelettes, qui étant reçues ſur un papier, & ramaſſées, font une poudre d'or véritable, & dont toute l'altération conſiſte dans leur diviſion.

L'Or un peu éloigné de l'endroit précis du foyer, fume beaucoup d'abord, & preſque auſſi-tôt il s'en change une bonne partie en verre violet foncé, & ſi l'on veut, tout ce qui ne ſe ſera pas exhalé en fumée, ſe vitrifiera. Le verre de l'or peſe moins que l'or.

Encore plus éloigné du foyer, il ne fait que fumer, & ce qui s'en perd, ſe perd très-lentement. Il ſe figeroit même, ſi l'on n'avoit ſoin de le rapprocher du foyer de tems en tems.

Il paroît bien d'abord par ces phénoménes que l'or n'eſt point fixe, puiſqu'il s'envole par la chaleur du Soleil, & qu'il ne l'eſt que pour le feu groſſier & peu actif des Laboratoires. Il paroît encore qu'il eſt intimement décompoſé, & que ſes premiers principes ſont ſéparés, puiſqu'une partie de ſa ſubſtance s'évapore en fumée, & que l'autre qui doit être fort différente ſe vitrifie. Mais pour entendre mieux cet effet, il faut ſçavoir exactement ce que c'eſt que la vitrification.

Le Verre eſt compoſé d'un ſable très-fin & très-net, & de ſels fixes de Plantes, que l'on a mis enſemble ſur un grand feu. Ces ſels violemment agités par la chaleur, & ne pouvant s'envoler à cauſe de leur fixité, ont pénétré de toutes parts ce ſable ou cette terre, & l'ont diviſée & ſubdiviſée de maniére, qu'il n'y a point eu, pour ainſi dire, deux atomes de terre qui n'aient été ſéparés par un atome de ſel. De-là vient en même-tems & la fragilité & la tranſparence du verre, qui, dans ſes plus petites molécules, eſt compoſé de parties hétérogenes & diſſemblables, peu liées par conſéquent, & dont les intervalles admettent toujours la lumiére. Toute vitrification réſulte donc d'une terre, qui, expoſée à une grande chaleur, a été intimement pénétrée par quelque fondant.

En ſuppoſant que l'Or a pour principes du Mercure, un ſoufre métallique, & une terre, tout s'explique aiſément. Le Mercure qui eſt volatil eſt ce qui s'exhale en fumée. Il reſte la terre & le ſoufre qui ſont fixes; le ſoufre eſt le fondant de la terre, & la vitrifie. Le verre de l'or peſe moins que l'or; car ce qu'il y a de plus peſant dans l'or c'eſt ſon Mercure qui n'entre point dans la formation du verre. Mais pourquoi le Mercure, qui eſt le principe le plus peſant, eſt-il volatil, tandis que les deux autres, quoique plus legers, ſont fixes? C'eſt que le Mercure n'eſt volatil qu'à cauſe de l'extrême facilité avec laquelle il ſe diviſe en parties indéfiniment petites. Ainſi l'eau plus peſante que l'air s'éleve dans l'air, quand elle eſt réduite en vapeurs.

D'autres expériences appuient ce Syſtême. L'Argent raffiné par le plomb, étant expoſé au Soleil, il ſe forme ſur ſa ſurface une poudre aſſez épaiſſe qui ne ſe vitrifie point; mais ſi l'Argent a été raffiné par l'Antimoine, cette poudre ſe vitrifie. C'eſt que l'argent a de lui-même trop peu de ſoufre par rapport à la quantité de ſa terre; & quand il a paſſé par l'Antimoine, il en a retenu des ſoufres qui augmentent la quantité & la force des ſiens.

Après ces explications, on ne ſera pas étonné que de l'Or qui a été fondu au Soleil, & qu'on a laiſſé figer, ſoit enſuite plus difficilement diſſous par l'Eſprit de ſel, diſſolvant ordinaire de ce métal, & ſoit diſſous ſans ébullition ſenſible. On conçoit auſſi-tôt qu'ayant été fondu au Soleil, & par conſéquent infiniment diviſé dans toutes ſes petites molécules, ou atomes d'or, ces atomes, lorſque leur mouvement a ceſſé, ſe ſont rapprochés & ſerrés de plus près qu'auparavant, & par conſéquent ont laiſſé entr'eux de plus petits pores, qui reçoivent plus difficilement les pointes de l'acide diſſolvant. En même-tems ces pores plus petits contiennent moins de matiére aërienne & étrangére. Or l'ébullition qui ſe fait dans la diſſolution d'un métal, ne vient que de cette matiére aërienne, dont les reſſorts & les ſpires ſe dilatent lorſque ſes priſons ſont ouvertes.

M. Homberg établit que notre feu n'eſt qu'un mélange

de la matiére infiniment ſubtile qui fait la lumiére, & de l'huile groſſiére tirée du bois, ou de quelqu'autre matiére que ce ſoit qui brûle. Le feu du Soleil n'eſt que la matiére toute pure de la lumiére, & quelle extrême différence ne doit-il pas y avoir entre leur activité, entre leurs effets, entre une Chymie qui n'a encore employé que l'un, & une Chymie qui va ſe ſervir du ſecours de l'autre? Nous pouvons, ſans trop préſumer, eſpérer une Phyſique preſque nouvelle, puiſque nous avons une nouvelle clef pour entrer dans la compoſition intérieure des corps.

SUR DES ANALYSES DE PLANTES FERMENTE'ES.

MOnſieur Lemery le fils ayant fini l'Analyſe des Plantes antiſcorbutiques qu'il avoit entrepriſe, & dont nous avons parlé dans les Hiſt. de 1700 * & de 1701 *, s'engagea à un nouveau travail. C'étoit de faire pluſieurs Analyſes de plantes fermentées, afin de les pouvoir comparer avec celles que feu M. Bourdelin avoit faites des mêmes Plantes ſans fermentation.

* Page 60.
* Page 72.

On écraſe des Plantes, & on les laiſſe un certain tems dans un vaiſſeau bouché. Là, elles fermentent naturellement, les parties les plus legéres, les plus actives, les plus volatiles, commencent à ſe dégager d'avec les autres; celles qui ont un moindre dégré d'activité ou de volatilité les ſuivent, & à la fin tout le Mixte ſe décompoſe autant qu'il le peut ſans ſecours, & ſans agent étranger. Quand on veut analyſer une plante fermentée, on n'a garde d'attendre cette derniére décompoſition, qui n'eſt que la pourriture & la corruption générale de la plante. On la prend dans les premiers tems de la fermentation; & comme les principes commencent alors à ſe développer d'eux-mêmes, le feu qui ſurvient enſuite ne fait qu'aider leur action naturelle, ou enfin il agit ſur eux autrement que s'il les eût trou-

vés en repos, & liés les uns aux autres. Cette différence est fort sensible dans les effets. Que l'on analyse du Moust, par exemple, avant qu'il ait fermenté, on en retirera beaucoup d'huile grossiére, très-peu d'esprit huileux & ardent, ou peut-être point du tout. Après la fermentation, c'est tout le contraire.

M. Lemery le fils, commença ses Analyses de Plantes fermentées par la Scrophulaire aquatique. Quand il vint à comparer son opération avec celle qu'avoit faite M. Bourdelin sur la même Plante non fermentée, il n'y trouva que les différences que devoit produire le différent état où étoit la Plante lorsqu'on l'avoit travaillée. Toutes les portions de M. Bourdelin avoient peu d'odeur, au lieu que celles de M. Lemery en avoient une de sel volatil urineux, parce que ce sel plus dégagé étoit monté d'abord & facilement, & s'étoit mêlé par-tout. La Scrophulaire non fermentée avoit donné dès sa seconde portion une eau jaunâtre, & la Scrophulaire fermentée avoit conservé jusqu'à sa cinquiéme portion une assez grande limpidité, apparemment parce que dans la premiére analyse une huile grossiére étoit montée d'abord, qui ayant été brûlée par le feu, avoit donné cette couleur rousse à l'eau, au lieu que dans la seconde analyse l'huile avoit été plus attenuée & plus rarefiée par la fermentation précedente.

Tandis que M. Lemery avoit la Scrophulaire entre les mains, il se détourna un peu de son dessein général, pour faire l'analyse de l'Yquetaya de M. Marchand, dont nous avons parlé dans l'Hist. de 1701 *, & il ne fit pas fermenter cette plante afin de mieux comparer son opération à celle de M. Bourdelin sur la grande Scrophulaire aquatique. Les produits se trouverent de part & d'autre d'une conformité à surprendre ceux qui sçavent combien les mêmes opérations varient, nouvelle preuve que l'Yquetaya & la Scrophulaire aquatique sont la même plante.

* Page 77.

M. Lemery vint ensuite aux Pois verds, qu'il choisit des plus tendres & des plus succulents. Dès le lendemain qu'ils eurent été pilés, & mis dans la Cucurbite pour y

fermenter, ils jetterent une odeur si fade & si désagreable que l'on ne pouvoit tenir le nez dessus. Cette odeur devint moins fade & plus piquante par l'exaltation & le dégagement du sel volatil urineux qui commençoit. Les Pois furent distillés en cet état ; & il n'est pas étonnant que tous les produits ou portions aient été plus chargés de principes actifs que ne l'étoient des produits semblables & correspondans de M. Bourdelin.

L'Analyse des Roses pâles fermentées donna lieu à ces réflexions de M. Lemery. Quand les Roses sont distillées à la chaleur douce du Bain-marie, leurs premieres portions ont une odeur plus agréable que quand elles sont poussées par un feu plus violent. C'est que par le Bain-marie, il ne monte que les parties huileuses les plus déliées & les plus exaltées qui font l'odeur, & un plus grand feu feroit aussi monter des acides, qui la détruisent en partie. Ce que fait un feu plus violent, la fermentation le fait à l'égard des Roses distillées par un même feu. Dans les premiéres portions de celles qui ont été fermentées, il monte un acide qui en rend l'odeur moins agréable, que si elles n'avoient pas été fermentées.

Quand les Roses ont fermenté peu de jours, comme avoient fait celles de M. Lemery, il vient à la fin un sel salin. Mais si elles ont fermenté long-tems, comme celles que les Registres de l'Academie rapportent qui furent une année entiére en fermentation, il vient à la fin de l'analyse au lieu d'un sel salin, un sel urineux ou alcali. Les Chymistes sçavent que tout sel salin est un composé d'un acide & d'un alcali ; & cela supposé, on voit qu'une longue fermentation a désuni les deux principes du sel salin, & a mis l'alcali ou urineux en état de paroître seul.

Une fermentation de 8 ans & demi où l'on trouve que l'Académie avoit laissé des Roses, produisit une espece de merveille. C'est qu'au bout de ce tems-là les Roses sentoient encore beaucoup.

Les Guignes fermentées dont M. Lemery fit aussi l'analyse, donnerent de l'huile dès leurs premiéres portions, ainsi

ainsi qu'il étoit naturel, au lieu que les Guignes non fermentées n'en avoient donné qu'à la fin, & même une huile très-grossiere.

L'huile tirée des Plantes, quand elle est en assez grande quantité, assez déliée, & mêlée d'assez peu de flegme, est ce qu'on appelle en général Esprit ardent, parce qu'elle est inflammable, & en particulier c'est l'Eau-de-vie quand elle vient du vin. De quelque moyen qu'on se serve en examinant des fruits qui donnent un Esprit ardent, on ne le sçauroit tirer avant qu'ils ayent fermenté, parce que leur huile n'a pas été atténuée, & rendue plus subtile par l'action & par le choc continuel des acides dégagés & mis en mouvement. L'Esprit ardent d'un fruit dépend donc d'une certaine proportion & de quantité & de force, que les acides doivent avoir avec l'huile. De plus, il faut une certaine quantité de flegme qui étende suffisamment les sels, & qui ne les affoiblisse pas trop.

Les Guignes, ni en général les autres fruits qui ont un Esprit ardent, ne l'ont ni en aussi grande quantité, ni aussi doux & aussi peu mêlé d'acreté que le raisin, soit qu'ayant autant d'huile ils n'ayent pas les autres principes dans une proportion aussi juste, soit, ce qui est du moins aussi vraisemblable, qu'ils ayent moins d'huile, ou qu'ils en ayent une plus grossiere. Quant aux Guignes, on voit en comparant les deux Analyses non-fermentées du Raisin & des Guignes faites par M. Bourdelin, que le Raisin donne à peu-près deux fois plus d'huile que les Guignes, & que d'ailleurs il a plus de parties volatiles qui se manifestent dès le commencement de l'Analyse.

De la premiere portion qui vint des Guignes fermentées, M. Lemery en mit 14 $\frac{1}{2}$ onces sur un petit feu, & en tira à la maniere dont on fait l'Eau-de-vie 1 once 3 gros d'un Esprit ardent, un peu plus acre que l'Eau-de-vie, qui prenoit feu assez facilement, & jettoit une petite flame qui duroit assez de tems.

DIVERSES OBSERVATIONS CHYMIQUES.

I.

LE Sel volatil qui ſe tire par la diſtillation, ſoit des Plantes, ſoit des Animaux, mais des Animaux en beaucoup plus grande quantité, a toujours une odeur & un goût déſagréables, qui lui ont fait donner le nom d'urineux. M. Dodart a fait obſerver que cependant le goût & l'odeur des chairs & des Plantes que l'on ſert à table devoit venir de leur ſel volatil à demi-dégagé par la cuiſſon; qu'il ne ſeroit point raiſonnable d'attribuer l'odeur des Mets uniquement à leur huile exaltée, & de prétendre que les ſels volatils, qui ont tant d'action à l'égard de l'Organe du Goût, n'en euſſent aucune à l'égard de l'Odorat qu'ils peuvent venir frapper de loin à la faveur de leur volatilité; qu'au pis-aller il demeureroit conſtant que ces ſels volatils ſeroient agréables au goût; que par conſéquent, puiſque tous ceux qui ſont venus par la diſtillation ſont déſagréables, il faut que ceux qui ne l'auroient pas été par la cuiſſon ordinaire, aient contracté cette mauvaiſe qualité par l'extraction Chymique; qu'en effet ils ne viennent qu'à un plus grand feu que quelques-autres principes, & qu'apparemment ils doivent entraîner avec eux quelque portion d'huile brûlée, qui eſt par elle-même d'une odeur & d'une ſaveur déſagréables, ainſi qu'il paroît par toutes les graiſſes miſes à un grand feu. Cette réflexion de M. Dodart eſt plus importante qu'elle ne le paroît peut-être d'abord. Comme les ſels volatils, par exemple, ceux de Vipere, ſont d'un grand uſage dans la Médecine, il ſeroit à ſouhaiter qu'on pût leur ôter leur déſagrément; & pour y travailler, il faut commencer par être convaincu qu'il ne leur eſt pas eſſentiel. On en a déja un exemple

dans un Fébrifuge pour les fiévres continues malignes, trouvé par M. Homberg, qui est un sel fixe volatilisé, absolument sans odeur & sans saveur. Il a fait voir aussi un sel végétal mixte volatil, qui en est entiérement dénué.

II.

A cette même occasion M. Dodart a dit qu'il tenoit de feu M. Bourdelin, que des chairs bouillies en consommé, & ensuite mises à la distillation, ne rendoient pas moins de sel volatil que si elles avoient été distillées crues. Il a ajouté que cette observation pourroit servir à désabuser les Médecins, qui, quand ils ordonnent des bouillons d'Ecrevices, les laissent si peu cuire qu'ils ne sentent que la bourbe & le poisson cru, & rebutent bientôt les malades; au lieu qu'ils en useroient autant qu'on voudroit, si l'on cuisoit les Ecrevices comme l'on fait pour les Bisques. Or, selon la remarque de M. Bourdelin, on le pourroit, & c'est une crainte frivole que celle de laisser dissiper les sels volatils.

III.

M. Geoffroy étant à Vichi & à Bourbon, en a examiné les Eaux en Chymiste. Il a trouvé que les Eaux de Bourbon, lentement évaporées, avoient sur une pinte qui pese 18432 grains, 63 grains de matiere étrangere, ou résidence saline qui demeuroit au fond du vaisseau; que celles de Vichi qui sont plus pesantes, devoient avoir sur la même quantité le double de matiere minérale; que dans les unes & dans les autres, cette matiere est un sel acre, lixiviel, tout pareil à celui qui se tire des Plantes, & qui par conséquent fermente avec tous les acides; qu'il est mêlé de quelque portion de soufre, ce qui se reconnoît par une lueur très-sensible & assez durable que jette cette matiere saline mise sur une pelle rouge dans un lieu obscur; que comme ce sel est en plus grande quantité dans les Eaux de Vichi, elles sont plus purgatives, outre qu'elles ont aussi quelque petite portion de sel vitriolique. Du reste, la nature & les effets des Eaux tant de Vichi que de Bourbon sont trop connus

& trop éprouvés pour nous y arrêter ici, quoique M. Geoffroy en ait donné une Histoire assez ample & fort exacte, que l'Académie conserve avec soin dans ses Registres. On y a vû que M. du Clos, lorsqu'il avoit examiné les Eaux de Bourbon, n'y avoit trouvé que *59* grains de matiere saline, au lieu des *63* de M. Geoffroy; ce qui vient, selon que M. Geoffroy a cru, de ce que M. du Clos avoit travaillé sur ces Eaux transportées, & de ce qu'elles avoient déposé aux parois des vaisseaux une portion de leur matiere saline en forme de tartre, comme elles font à la surface intérieure de leurs Bassins & de leurs Puits.

IV.

M. Chomel qui a entrepris de faire l'Histoire des Plantes d'Auvergne, comme M. de Tournefort a fait celle des environs de Paris, n'a pas négligé de considérer quelquefois en Chymiste la même Province qu'il parcouroit principalement en Botaniste. Les Eaux minérales du Mont d'Or sont celles de toute l'Auvergne qui ont le plus de réputation. Il en a fait un plan qu'il a donné à l'Académie avec l'examen de leur nature. Il y a au Mont d'Or trois Bains dont les Eaux paroissent assez semblables, soit à l'odeur, à la couleur & au goût, soit aux essais Chymiques. Leur plus grande différence sensible est dans le plus ou le moins de chaleur. Elles sont onctueuses & un peu salées, & deviennent insipides en se refroidissant. Elles ont une odeur de soufre & de bitume, & contiennent aussi un sel lixiviel & urineux. M. Chomel ayant ramassé sur le lieu toutes les Relations bien avérées des guérisons que ces eaux ont faites, ou qu'elles ont manquées, trouve qu'elles ne conviennent pas aux obstructions invétérées, ni aux tumeurs squirreuses, mais à toutes les maladies qui attaquent les nerfs, & qui demandent une transpiration abondante, & des remedes spiritueux, capables de ranimer des Organes languissans & à demi-morts. Il en rapporte des exemples assez étonnans, dont il y en a plusieurs qu'il a vûs lui-même. Des Aveugles ont recouvré la vûe au Mont d'Or

Le plus grand mal est que les incommodités naturelles, & la pauvreté du lieu, rendent l'usage de ces Bains assez peu agréable.

MOnsieur Lemery a continué son Traité de l'Antimoine

M. Boulduc a joint aux Analyses des Purgatifs violens rapportées en 1700*, & 1701*, celles de l'Ellebore blanc, & de la Scammonée*, faites dans le même esprit & sur les mêmes principes. * pag. 46. * pag. 58. * V. les M. p. 187.

M. Homberg ayant commencé un Ouvrage sur la Chymie, en a consulté à l'Académie un morceau détaché, & le consulte présentement au Public. Les anciens Chymistes dont la plus grande partie ont été pour le moins un peu visionnaires, ont enveloppé cette Science d'une obscurité affectée, &, pour ainsi dire, d'une sainte horreur; le tems est venu que des Chymistes plus sensés, & de meilleure foi, ont dissipé ces ténébres artificielles; mais l'obscurité naturelle est demeurée du moins en partie, & c'est la plus difficile à dissiper. Comme il faut que tout aille par degrés, les principes de la Chymie moderne, quoique plus clairs & plus Physiques, n'étoient peut-être pas encore assez certains, assez déterminés, assez liés entr'eux, ou avec ceux de la Physique générale : peut-être n'a-t-on pas encore pû interroger la Nature avec une assez grande adresse, ou d'assez de manieres différentes. Quoi qu'il en soit, M. Homberg a acquis par une longue suite de travaux, un grand nombre de vûes qui perfectionneront beaucoup la Chymie, si elles n'en font pas en quelque sorte une nouvelle. Il a entrepris de donner des Elemens de cette Science, & il les divise en six Chapitres, dont le premier traitera des Principes Chymiques en général; le second du Soufre, que M. Homberg reconnoît pour seul principe actif; le troisiéme du Sel; les trois autres du Mercure, de l'Eau & V. les M. p. 33.

de la Terre. Ici, il donne le Chapitre du Sel, quoiqu'il eût dû naturellement être précédé par les deux autres que nous avons marqués; mais ils ne se sont pas encore trouvés en état de paroître. Ils viendront les uns après les autres dans les Histoires suivantes. Les Elemens finis, le dessein de M. Homberg est de publier un Cours d'Opérations.

Il donne maintenant pour échantillon de sa nouvelle Chymie, le moyen de volatiliser tous les sels fixes, & il promet celui de tirer le Mercure des Métaux. Les Chymistes sentiront bien l'importance & le prix de ces deux découvertes. Il ne sera peut-être pas inutile de remarquer que tout ce qu'il donne ici de ses Elemens de Chymie a précédé les expériences faites au Miroir ardent du Palais Royal. On s'appercevra en quelques occasions que ce Miroir n'a fait qu'exposer sensiblement à ses yeux ce qu'il avoit auparavant deviné par des opérations plus communes.

Cette année M. Lemery le fils a donné au Public son *Traité des Alimens, où l'on trouve par ordre & séparément la difference & le choix qu'on doit faire de chacun d'eux en particulier, les bons & les mauvais effets qu'ils peuvent produire, les principes en quoi ils abondent, le tems, l'âge & le tempérament où ils conviennent.* Le dessein est si clair de lui-même, & toutes les circonstances en sont si bien expliquées dans le titre, qu'il seroit inutile d'entrer dans une plus grande discussion. Ce Livre manquoit dans la Médecine, depuis qu'elle a été éclairée d'une nouvelle Physique, & rien ne peut être plus utile à ceux qui veulent prévenir les maladies, ou qu'une santé délicate réduit à un grand choix d'Alimens, que de connoître exactement ce qui doit être changé en leur propre substance.





BOTANIQUE.

SUR LA PERPENDICULARITÉ DES TIGES PAR RAPPORT A L'HORISON.

SI l'on se souvient que la perpendicularité des Tiges des Plantes par rapport à la terre d'où elles sortent, ou, ce qui est la même chose, à l'horison, a été traitée de merveille dans l'Hist. de 1700*, il sera aisé de lier à ce qui fut rapporté de M. Dodart sur ce sujet l'Observation suivante. * P. 61.

Il vit au mois de Decembre un tas de Glands de Chêne amoncelés sur terre en un endroit assez frais, mais ferme & foulé aux pieds des passans. Plusieurs de ces Glands avoient germé, & ils avoient tous germé à l'air, & sans prendre terre. Tous ces germes qui sont les racines de la plante naissante, sortoient du centre de la pointe du Gland, & ils avoient depuis 4 lignes de longueur jusqu'à 18 & 20. Enfin tous ces germes ou petites racines alloient chercher la terre; & comme il n'y en avoit aucune, qui par le hazard de sa situation, fût directement tournée de ce côté-là, elles faisoient toutes le détour nécessaire pour y arriver par le plus court chemin, ou perpendiculairement. M. Dodart observa sur-tout un Gland qui avoit le centre de sa pointe tourné directement en enhaut & au Zenith; & le germe qui en sortoit, après avoir suivi cette direction dans l'étendue d'un pouce, s'étoit rabatu tout court sur lui-même pour tendre vers la terre.

Cela fit naître à M. Dodart la pensée de planter dans un pot à œillets six de ces Glands, la pointe de leur germe en enhaut le plus à plomb qu'il seroit possible, pour voir

ce qui en arriveroit. Il le fit, & couvrit ces Glands de deux bons doigts de terre mediocrement refoulée.

Deux mois après il les déterra, & trouva que toutes ces racines avoient fait une crosse ou coude pour reprendre le bas, comme si elles avoient senti la supercherie qu'on leur avoit faite.

Selon la conjecture proposée par M. Dodart dans l'Hist. de 1700, qui est que les vapeurs de la terre raccourcissent les fibres des racines, & par-là les rappellent du côté de la terre, ce fait est inexplicable, supposé que les Glands aient été plantés bien exactement & bien géométriquement la pointe en enhaut. Car en ce cas-là les vapeurs n'ayant pas eu plus de prise sur un côté ou sur une partie de la racine que sur l'autre, elles n'ont pû en raccourcir les fibres d'aucun côté, & par conséquent elles ont dû laisser à la racine sa premiere direction en enhaut. Mais il y a de l'apparence que cette exactitude géométrique n'a pas été, & n'a pû même être attrapée en plantant les Glands, & dès que la petite racine a été plus penchée vers la terre d'un côté que d'un autre, les vapeurs ont dû bien-tôt découvrir, pour ainsi dire, cet endroit foible, & s'y attacher pour en accourcir les fibres, & attirer par-là toute la racine en embas.

OBSERVATIONS BOTANIQUES.

I.

MOnsieur Boutinaud de Perigueux envoya à l'Académie de la graine de Tournesol, qu'il disoit être un spécifique excellent pour la fiévre, & pour plusieurs autres maladies. Il prétend que ce remede chasse sans violence les impuretés du sang, ou par les sueurs, ou par les vomissemens, ou par les selles, ou par les urines, ou par les crachats; qu'il guérit en peu de jours, & qu'il n'en faut que

que 20 à 30 grains le matin à jeun, de deux en deux jours, avec un bon régime.

II.

Le Frere Yon Jésuite, Apoticaire de la Miſſion à la Martinique, a écrit à M. Lemery, qu'il y a à la Martinique deux eſpéces de Plantes appellées Thé, & lui en a envoyé la deſcription. La premiére croît dans des lieux pierreux, & près du rivage de la mer. La ſeconde reſſemble beaucoup à la Caryophyllata de Marcgrave Ch. 22. p. 46. à la réſerve de la fleur. Ce ſont deux Arbriſſeaux dont le premier a 2 pieds de haut, & le ſecond 3 à 4. Le ſecond Thé rend une teinture plus forte que l'autre, & il en va de même des Thés de la Chine que l'on croit venir tous d'une même Plante, ce qui fait ſoupçonner au Frere Yon que peut-être y a-t-il à la Chine auſſi-bien qu'à la Martinique des Plantes différentes, qu'on appelle du même nom de Thé.

MOnſieur Marchand a donné la Deſcription du *Solanum Officinarum C. Bauh.* Morelle.

Cette année M. de Tournefort revint de ce Voyage dont on a parlé dans l'Hiſt. de 1700*. Il avoit parcouru en herboriſant les Iſles de l'Archipel, les rivages du Pont Euxin, la Bithynie, le Pont, la Cappadoce, l'Armenie, la Georgie, & juſqu'à Erivan à l'entrée de la Perſe, & il étoit revenu par l'Armenie, la Galatie, la Myſie, la Lydie & l'Ionie juſqu'à Smirne, où la peſte qui ravageoit la Syrie & l'Egypte l'avoit obligé de s'embarquer pour France. Il rapportoit 1356 nouvelles eſpéces de Plantes, dont la plûpart entroient ſous quelqu'un des 673 genres qu'il avoit établis par ſes Elemens de Botanique, & dont il a été parlé dans l'Hiſt. de 1700*. Il fut obligé de créer, pour ainſi dire, 25 nouveaux genres, pour les Plantes Orientales qui ne ſe rangeoient ſous aucun des anciens. L'Académie le revit

* Page 76.
* p. 70 & ſuiv.

avec beaucoup de joie, revenu d'un voyage si pénible & si périlleux, & chargé d'une si riche moisson.

Il n'avoit pas prétendu se borner aux Plantes ; son dessein étoit d'embrasser tout ce qui a rapport à l'Histoire Naturelle. Il donna un échantillon de la maniére dont il l'avoit exécuté, en faisant à l'Académie la Description * du Labyrinthe de Crete, non pas de celui qui a été si fameux dans l'Antiquité, & dont il y a long-tems qu'il ne reste rien, mais d'un autre Labyrinthe qui subsiste, & qui est formé d'une infinité d'allées ou de rues creusées sous une montagne. Les murailles en sont de roche vive, & on y voit quelques noms écrits. Mais ce qu'il y a d'étonnant, les lettres qui les composent au lieu d'être creuses, comme elles devroient l'être, n'ayant pû être formées qu'avec la pointe d'un couteau, ou quelqu'autre instrument semblable, sont en saillie comme des bas-reliefs, & excédent la superficie du rocher, qui est fort unie, quelquefois de deux lignes, quelquefois de trois. Comment expliquer ce fait, à moins que l'on ne suppose que le creux des lettres s'est rempli peu à peu d'une matiére qui sortoit de la roche, & qui en est même sortie en plus grande abondance qu'il ne falloit pour remplir ce creux ? Cette matiére sera donc venue du dedans de la pierre, & aura consolidé la plaie que le couteau y avoit faite, à peu près comme le calus qui se forme à un os rompu par le suc nourricier extravasé, remplit le vuide de la fracture, & se releve au-dessus de la superficie de l'os. Cette ressemblance est d'autant plus juste que la matiére des lettres étoit blanchâtre, quoique les roches fussent grisâtres.

* V. les M. p. 217.

Mais à ce compte les Pierres se nourriroient par un suc qui leur viendroit du dedans, & en un mot elles végéteroient comme les Plantes & comme les Animaux ? C'est la conséquence que M. Tournefort tire de ce fait extraordinaire, & elle appuie un systême qu'il avoit déja proposé, hardi & paradoxe jusqu'à présent ; mais ceux qui sont aujourd'hui les plus reçus, n'ont-ils pas commencé par-là ?

D'autres Observations de M. Tournefort sur certaines

Pierres, dont il eſt viſible que ce même calus a réuni les parties ſéparées, à la maniére de ce qui ſe paſſe dans les Animaux, confirment cette nouvelle végétation. Sur ce fondement le paradoxe s'éleve encore plus haut. Pourquoi les Pierres ne viendroient-elles pas de ſemences; du moins certaines Pierres, qui ont les figures toujours les mêmes & conſtantes dans les mêmes eſpéces, comme de Volutes, d'Etoiles, &c? Ces figures invariables ne concluent-elles pas la même choſe, que celles des différentes eſpéces d'Animaux? On ne peut ſuppoſer que ces Pierres ayant d'abord été liquides ſe ſoient ainſi formées dans des Moules; ces Moules prétendus ne ſe trouvent jamais, & qui ſeroit-ce qui auroit pris ſoin de les caſſer, pour en tirer ce qu'ils contenoient? Ces pierres ſi artiſtement & ſi également façonnées ſont ſemées çà & là dans la terre, comme de ſimples cailloux.

En général, toute configuration d'un corps, tant exterieure qu'interieure, affectée & déterminée dans une eſpéce, prouve une organiſation, & la prouve d'autant mieux, qu'elle eſt, pour ainſi dire, plus recherchée & plus compoſée, pourvû qu'elle ne puiſſe être vraiſemblablement rapportée à des cauſes étrangéres; & en même-tems toute organiſation demande une ſemence, un germe, un œuf qui ait contenu tout le corps en petit, & n'ait eu beſoin que de ſe développer. Comme il y a un grand nombre de Pierres curieuſes, qui ont des configurations ſurprenantes & réglées, toute la queſtion ſe réduit à faire voir que ces configurations n'ont pû être produites par des cauſes étrangéres; & c'eſt un détail, qui, quoiqu'agréable, ſeroit inutile, après tout ce qu'en a dit M. de Tournefort, qui ayant fait un amas conſidérable de ces ſortes de Pierres, a été en état de traiter la matiére à fond.

Et ſi quelques Pierres viennent de ſemence, il eſt preſque néceſſaire qu'elles en viennent toutes; tel eſt le Génie de la Nature. Les cailloux qui ne paroiſſent que des maſſes informes, ſuivront la même loi que ces Pierres curieuſes qui ont beaucoup plus l'air de corps organiſés.

S'il paroît difficile de concevoir qu'il y ait des vaiſſeaux dans des corps auſſi denſes que des Pierres, & que des ſucs y circulent, que répondra-t-on à l'exemple inconteſtable de tant de bois extrêmement durs, & à celui des coquillages, ou ſimplement des os des Animaux? Si l'on demande où ſont les ſemences des Pierres, auroit-on jamais découvert ſans le Microſcope celles des Champignons, de la Fougere, &c?

Mais que ſeroit-ce ſi les Métaux eux-mêmes venoient de ſemence? M. de Tournefort le conjecture ſur quelques végétations naturelles de Métaux qu'il a entre les mains, & qui n'ont pû ſe former ſelon l'idée ordinaire qu'on a de leur génération. Mais tout cela appartient au Mémoire de l'Auteur, & demanderoit même une diſcuſſion preſque infinie.

Nous pouvons ſeulement avancer en faveur de ce ſyſtême, qu'on ne ſçauroit guère attribuer à la Nature trop d'uniformité dans les Régles générales, & trop de diverſité dans les applications particuliéres. Plus on étend ſon plan en y faiſant entrer différentes combinaiſons des mêmes principes, plus on eſt en droit de ſe croire dans la route de la vérité. Nos yeux nous ont appris d'abord que certains Animaux jettoient des œufs hors d'eux-mêmes, & qu'il en naiſſoit des Animaux de la même eſpéce; peut être, a-t-on dit enſuite par réflexion & par raiſonnement, les Animaux qui ne jettent point d'œufs les couvent-ils en eux-mêmes, & cela eſt maintenant beaucoup plus que vraiſemblable. Voilà donc la génération de tous les Animaux qui ſe fait par des œufs. Les graines des Plantes & les œufs des Animaux, c'eſt la même choſe ſous différens noms. Voilà le plan de la Nature devenu encore plus général. Il ne lui reſte plus que de comprendre auſſi les Foſſiles, & tout Phyſicien doit ſe ſentir quelque inclination à le pouſſer juſques-là.

GEOMETRIE.

SUR LES TANGENTES D'UN GENRE DE COURBES.

LA Géométrie ne peut avoir trop de Méthodes pour trouver les Tangentes, dont la connoiſſance eſt le premier pas qu'il faut faire dans toutes les recherches ſur les Courbes. M. Tſchirnhaus, qui l'année précedente * avoit annoncé à l'Académie les fruits de ſes Etudes, en a laiſſé voir quelques-uns cette année, & a commencé par une Méthode pour les Tangentes. V. les M. page 1.

* V. l'Hiſt. de 1701. page 89.

Une Courbe quelconque étant donnée, on en peut toujours faire naître une ſeconde par le moyen d'une certaine équation qu'il détermine, & il donne une Formule générale pour les Tangentes de toutes les Courbes à l'infini, ainſi conſtruites, &, pour ainſi dire, élevées ſur une premiére. M. Tſchirnhaus prétend, à l'avantage de ſa Méthode, qu'elle ne ſuppoſe point le Calcul des Infiniment petits; car ce Calcul eſt ſi général & ſi commode, que c'eſt préſentement une eſpéce de gloire de pouvoir s'en paſſer dans quelque recherche importante. Cependant M. Tſchirnhaus confond ici un arc infiniment petit avec ſa corde, & ne laiſſe pas de traiter ces deux grandeurs ainſi confondues comme de véritables grandeurs, ce qui eſt entiérement dans l'eſprit de la Géométrie des Infiniment petits. Il ne paroît pas qu'il doive être facile de s'en éloigner beaucoup dans les grandes découvertes.



SUR LES QUADRATURES.

MOnsieur Tschirnhaus a donné aussi un essai d'une Méthode qu'il a découverte pour quarrer tous les espaces terminés par des Courbes, ou, ce qui revient au même à l'égard des Géométres, pour démontrer l'impossibilité de les quarrer. Il n'en a montré qu'un échantillon sur la quadrature de la Parabole d'Archiméde, & il cache encore la Méthode. Il assure que celle des Infiniment petits n'en est qu'un abregé très-utile & très-commode, & qu'en remontant jusqu'aux premiers principes, il a trouvé que c'étoit un ruisseau dont la sienne étoit la source. De cette même source inconnue, mais premiére & très-abondante, coulent encore, à ce qu'il assure, une infinité de Méthodes Géométriques pour les Tangentes, pour les Rectifications, pour les Racines de toutes les Equations, &c.

SUR LA COURBE QUE DECRIVENT LES RAYONS DE LA LUMIERE.

V. les M. p. 52. & 182.

C'A été un effort de la Philosophie moderne assez noble & assez heureux, que de découvrir l'erreur continuelle où nous met à l'égard des corps célestes, & plus généralement à l'égard de tous les corps élevés, l'Atmosphére, qui en rompant leurs rayons nous les fait rapporter à des lieux où ils ne sont pas. Mais on ne se contente pas de s'être sauvé de cette espéce d'imposture que la Nature elle-même nous faisoit, on aspire à une plus grande précision de vérité. On voit que la même raison, c'est-à-dire, la différence de densité, qui cause une premiére réfraction dans le passage de l'Ether à l'Atmosphére, en doit

causer une perpétuelle dans toute l'étendue de l'Atmosphére, qui augmente toujours de densité à mesure qu'elle approche de la surface de la Terre. Un rayon qui a pénétré dans l'Atmosphere n'y suit donc pas une ligne droite, & il est question de sçavoir quelle Courbe il y décrit.

Pour la solution de ce Problême que M. de la Hire a entreprise, il faut d'abord ou connoître ou supposer la proportion selon laquelle l'Air est différemment comprimé à différentes hauteurs.

M. Mariotte * a trouvé par plusieurs expériences, & après lui les Physiciens ont reçu, que l'Air se comprime à proportion des poids dont il est chargé; non que cette proportion subsiste invariablement depuis la plus grande dilatation possible de l'air jusqu'à sa plus grande compression possible, elle n'a lieu que dans les extensions moyennes, qui sont les seules dont nous puissions faire des expériences, & qui appartiennent à l'air qui nous environne.

* Voyez ci-dessus p. 2.

Sur ce principe, soit une toise d'Air en hauteur, dont toutes les parties aient une égale extension, il est impossible qu'elle subsiste en cet état, parce que ses parties supérieures pesent sur les inférieures, & les compriment. Il faut donc que les parties inférieures se serrent à proportion qu'elles sont plus basses, & par conséquent que la toise entiére d'Air perde une certaine quantité de sa hauteur. Supposons qu'elle soit réduite à $\frac{1}{2}$ toise.

Si l'on met sur cette $\frac{1}{2}$ toise une autre portion d'Air égale & semblable en tout, qui par conséquent contiendroit en hauteur une toise de parties d'Air, toutes également étendues, mais qui par son propre poids est réduite à $\frac{1}{2}$ toise, il faudra que la premiére $\frac{1}{2}$ toise chargée de celle-ci qui lui est égale en pesanteur, se réduise à la moitié de l'espace qu'elle occupoit en hauteur, c'est-à-dire à $\frac{1}{4}$ de toise. Pour la portion d'Air égale & supérieure que l'on ne suppose chargée de rien, & qui s'est réduite par son propre poids à $\frac{1}{2}$ toise, il est visible qu'elle ne doit pas se réduire davantage. Donc les hauteurs de ces deux portions égales d'Air, à compter depuis la base de l'inférieure, sont

$\frac{1}{4}$ & $\frac{3}{4}$, c'eſt-à-dire, 1 & 3, & leurs extenſions ne ſont que comme 1 & 2, puiſque l'une eſt une fois plus chargée que l'autre.

Mais il faut remarquer que le calcul des hauteurs qui les donne comme 1 & 3, n'eſt pas juſte. La couche ſupérieure de la premiére portion d'Air étant conçue avec une hauteur ou profondeur ſi petite qu'on voudra, ſe réduit à la moitié de cette hauteur, ſelon notre ſuppoſition, lorſqu'elle eſt chargée de la ſeconde portion d'air. Mais la couche inférieure & derniére de la premiére portion, qui outre la ſeconde portion ſoutient encore toutes les autres couches de la premiére, doit par conſéquent ſe réduire à moins que la moitié de ſa hauteur. Donc dans la premiére portion d'Air la couche qui ſe réduit le moins, ſe réduit à la moitié, toutes les autres ſe réduiſent davantage, & la portion d'Air entiére compoſée de toutes ces couches eſt réduite à moins que $\frac{1}{4}$, c'eſt-à-dire, que ſa hauteur par rapport à celle de la ſeconde portion qui eſt 3 & qui ne change point, eſt moindre que 1, & enfin que ces hauteurs peuvent être comme 1 & 4; auquel cas les hauteurs ſeroient comme les quarrés des extenſions 1 & 2, dont la premiére appartient à la couche ſupérieure de la premiére portion d'Air, & la ſeconde à la couche ſupérieure de la ſeconde portion.

Ce raiſonnement n'eſt pas démonſtratif, car on y a ſuppoſé gratuitement qu'une portion d'Air ſe réduiſoit par ſon propre poids à la moitié, & que les hauteurs n'étant plus comme 1 & 3, étoient comme 1 & 4. Auſſi M. de la Hire a-t-il employé une preuve plus Géométrique, dans laquelle il fait entrer les quantités indéfiniment petites; mais nous avons ſeulement voulu faire voir à ceux qui ne ſeroient pas aſſez Géométres, qu'avec les ſeules notions Phyſiques, & en tâtonnant on trouvoit que les extenſions de l'Air à différentes hauteurs, ou ſes différentes denſités, étoient à peu près comme les racines quarrées des hauteurs, ce qui eſt plus exactement déterminé par la Géométrie.

Sur

Sur ce principe, & par une affez longue chaîne de propofitions qu'il en faut tirer, M. de la Hire vient à découvrir enfin que toutes les lignes droites infiniment petites que décrit dans toutes les couches de l'Atmofphere conçues comme infiniment peu profondes, un rayon qui fe rompt & fe détourne à chaque inftant, compofent par leur affemblage une Cycloïde. Il femble que cette Courbe ait une deftinée particuliere pour réfoudre les plus beaux Problêmes *.

* V. l'Hift. de 1699. pag. 66.

Une Cycloïde eft différente felon le Cercle générateur qui l'a produite, ou ce qui eft la même chofe, felon le diamétre du Cercle générateur. Or les diamétres des Cercles générateurs des Cycloïdes que décrivent les rayons dans l'Atmofphere, font différens felon les différentes directions avec lefquelles ces rayons fe préfentent pour pénétrer l'Atmofphere au fortir de l'Ether. Si le rayon tombant fur l'Atmofphere en eft une Tangente, la Cycloïde qu'il décrit en la traverfant, a pour diamétre de fon Cercle générateur la hauteur de toute l'Atmofphere. Si le rayon eft incliné à la furface de l'Atmofphére, le diamétre du Cercle générateur de la Cycloïde eft plus grand que la hauteur de l'Atmofphére, & il devient toujours d'autant plus grand que le rayon eft moins incliné, jufqu'à ce qu'enfin le rayon étant infiniment peu incliné à l'Atmofphére, c'eft-à-dire, perpendiculaire, le diamétre du Cercle générateur devienne infini, & la Cycloïde par conféquent une fimple ligne droite, ce qui revient à la regle commune, que le rayon perpendiculaire ne fouffre point de refraction.

Tout le monde fçait qu'une Cycloïde fe forme par le mouvement d'un Cercle fur une ligne droite qui devient la bafe de la Cycloïde. Mais fi le mouvement du Cercle au lieu de fe faire fur une ligne droite, fe faifoit fur la circonférence d'un autre cercle prife pour bafe, alors la Courbe qui fe formeroit ne feroit plus une Cycloïde, mais une Epicycloïde. M. de la Hire a donné au Public en 1694 un Traité des Epicycloïdes, où il examine leur nature, & découvre particulierement plufieurs ufages qu'elles peuvent avoir

dans la Méchanique. La Courbe formée par les réfractions continuelles d'un rayon n'est une Cycloïde qu'en supposant que les couches paralleles de l'Atmosphére dont chacune fait sa réfraction différente soient des lignes droites, car elles sont nécessairement les bases de la Cycloïde; mais comme ces couches sont réellement des Cercles à cause de la rondeur de l'Atmosphére, la Courbe de la réfraction devient une Epicycloïde, ce qui cependant ne change rien aux principales propriétés.

SUR LA SECTION INDEFINIE DES ARCS CIRCULAIRES,

Et la maniere de déduire les Sinus des Arcs donnés.

V. les M. pag. 281.

LA seûle vûe d'un Cercle suffiroit pour faire comprendre que si l'on en veut couper un Arc quelconque en deux parties égales, il n'y a qu'à couper sa corde en deux par une perpendiculaire, que ce sera encore la même chose si l'on veut couper en deux un des deux nouveaux Arcs égaux que l'on vient de trouver, moyennant quoi le premier Arc est coupé en quatre, & le sera en 8, en 16, &c. enfin selon tous les termes d'une progression double, tant que l'on continuera une semblable opération.

Mais s'il falloit couper un Arc en 3, en 5, ou même en quelque nombre pair qui ne fût pas de la progression double, la même Méthode ne subsisteroit plus, parce que la Section de l'Arc n'est pareille à celle de la corde que dans le seul cas, où la corde est coupée en deux. Ainsi l'on ne sçait communément couper un Arc circulaire ou un Angle qu'en deux parties égales, & delà vient le fameux Problême de la Trisection de l'Angle, dont la difficulté a été sentie par les anciens Géométres. Les Modernes le proposent d'une maniere plus générale, & l'appellent la Section in-

définie des Arcs circulaires, c'eſt-à-dire, la méthode de les couper en tel nombre de parties égales qu'on voudra. C'eſt le Problême que M. Bernoulli de Groningue propoſa dans les Actes de Leipſik de 1700, & dont il donna deux ſolutions dans les Actes de 1701. M. Bernoulli Profeſſeur en Mathématique à Bâle & Académicien Aſſocié, a trouvé ce Problême aſſez difficile pour en entreprendre auſſi la Solution qu'il a envoyée à l'Académie. Il établit d'abord une maniere générale pour trouver une corde qui ſoutienne un Arc double de celui que ſoutient une autre corde quelconque donnée, car la proportion des Arcs n'eſt pas celle des cordes, & un Arc étant double d'un autre, ſa corde eſt moins que double de l'autre corde. De plus cette raiſon d'une corde à celle qui ſoutient un Arc la moitié moins grand, n'eſt pas fixe; elle change toujours à meſure que les Arcs doublent, & les cordes qui ſoutiennent des Arcs deux fois plus grands, deviennent toujours plus petites à proportion.

L'expreſſion générale des cordes qui ſoutiennent des Arcs toujours doubles d'un premier Arc quelconque étant trouvée, ce ſont différentes équations où une même grandeur monte à différens degrés, mais on n'a que les cordes dont les Arcs ſeroient 1, 2, 4, 8, 16, &c. & pour avoir les cordes qui ſoutiendroient les Arcs d'entre-deux, c'eſt-à-dire, les Arcs, 3, 5, 6, 7, 9, &c. M. Bernoulli obſerve que dans les équations qui expriment les cordes des Arcs 1, 2, 4, 8, &c. il entre des nombres connus qui ſont des termes d'une certaine progreſſion, pris juſtement à la premiere, ſeconde, quatriéme, huitiéme place; delà il conclut que dans cette même progreſſion des termes pris à la troiſiéme, cinquiéme, ſixiéme place, &c. ſeroient préciſément les nombres qui entreroient dans les équations par leſquelles on exprimeroit les cordes des Arcs 3, 5, &c. Par ce moyen les vuides que laiſſoient entr'elles les cordes de la progreſſion double ſe trouvent remplis, & l'on a toutes les cordes ſelon la ſuite naturelle des nombres 1, 2, 3, &c. c'eſt-à-dire, auſſi les Arcs.

Nous laissons au Mémoire de M. Bernoulli la maniere fine & subtile dont il a apperçû la progression des nombres connus qui entroient dans les expressions des cordes des Arcs doubles ; il nous suffit d'avoir fait voir en gros quel chemin il a suivi, & comment il a profité d'une foible lumiere qu'il a entrevûe dans une si grande obscurité. Cette progression qui l'a conduit, étoit assez cachée, & ne se fût pas offerte à des yeux moins clairvoyans.

M Bernoulli ayant trouvé les Arcs par le moyen des Cordes, renverse le Problême, & cherche ensuite les Cordes, ou, ce qui revient au même, les Sinus par le moyen des Arcs dont la valeur seroit donnée. Si l'on avoit en termes finis & proportionnés à la capacité de l'Esprit humain le rapport d'un Arc à sa Corde, on auroit celui du demi-Cercle qui n'est qu'un Arc le plus grand de tous au diamétre qui est sa corde, & par-là viendroit aussi-tôt la Quadrature du Cercle inutilement cherchée depuis tant de siécles. Mais la valeur d'un Arc étant donnée, celle de sa corde ne se peut exprimer que par une suite infinie de termes, qui ne permet pas que l'on arrive au dernier, ni par conséquent que l'on trouve la somme qu'ils font tous ensemble, ce qui seroit nécessaire. Cette suite ou progression a cela de particulier, que tous ses termes ont alternativement les signes de plus & de moins. Ils sont produits par une opération où l'on pose d'abord plus qu'il ne faut, ce qui oblige aussi-tôt à un retranchement, mais ce retranchement est trop grand, il faut donc remettre, & on remet trop, & ainsi de suite à l'infini, sans que l'on puisse jamais ôter ou remettre ce qu'il faut précisément ; espéce de Tonneau des Danaïdes pour les Géométres, si l'on peut en cette matiere se servir de comparaisons poëtiques.

Quoiqu'on ne puisse voir le bout de cette progression, il est agréable d'en voir la naissance, & il n'appartient qu'à une subtile Géométrie de la découvrir, & de la déterminer. C'est ce qu'ont fait Messieurs Bernoulli, après quoi l'on n'a plus rien à désirer légitimement sur les rapports des Arcs circulaires & des Cordes.

SUR UNE NOUVELLE METHODE CONCERNANT LE CALCUL INTEGRAL.

V. les M. p. 289.

NOus avons déja dit * ce que c'eſt que le Calcul intégral par rapport au Différentiel. Ils ſont entr'eux ce que ſont dans l'Algebre ordinaire la formation des Puiſſances & leur réſolution. Il n'y a point de Grandeur donnée, qu'il ne ſoit aiſé d'élever à telle Puiſſance qu'on voudra ; mais la Puiſſance étant donnée toute formée, il eſt toujours difficile, & le plus ſouvent impoſſible, de retrouver la Grandeur ou Racine dont elle a été formée originairement. De même il n'y a point de grandeur dont on ne trouve ſans peine l'Infiniment petit, ou la Différentielle ; mais quand de cette Différentielle il faut remonter à la Grandeur entiere ou intégrale dont elle eſt Différentielle, on rencontre ſouvent des obſtacles inſurmontables, ou qui du moins n'ont pas encore été ſurmontés. Il y a apparence que la Géométrie ſeroit parfaite, & que l'on n'y déſireroit plus rien, ſi le Calcul intégral avoit la même étendue que le Différentiel, & ſi l'un pouvoit en toute occaſion raſſembler les Touts que l'autre a ſçû réſoudre en leurs parties infiniment petites. Auſſi les Méthodes générales pour intégrer ſont-elles préſentement l'objet des recherches & de l'ambition d'un petit nombre d'excellens Géométres.

* Hiſt. de 1700. p. 100.

M. Bernoulli Profeſſeur en Mathématique à Groningue & Académicien Aſſocié, a communiqué à l'Académie une Méthode nouvelle pour intégrer, qui, à la vérité, ne comprend pas encore tout, mais qui eſt plus générale qu'aucune que l'on eût trouvée juſqu'ici. Elle s'étend à toutes

les Grandeurs infiniment petites dont l'expression sera rationelle, & contiendra une seule grandeur variable élevée à tel degré qu'on voudra, avec des grandeurs constantes à discretion. On voit que les Grandeurs irrationelles ou incommensurables n'y sont point renfermées, & c'est presque là le seul endroit qui borne cette Méthode. Il seroit inutile d'avertir que les Grandeurs irrationelles qui en sont excluës, sont seulement celles qu'on ne peut rendre rationelles par aucun art, ni par aucune adresse d'Algebre.

Dans toutes les expressions de Grandeurs conditionnées, comme M. Bernoulli les demande, il y en a d'abord une grande partie dont l'Intégrale saute aux yeux, & la difficulté consiste dans un petit reste qui ne se laisse pas intégrer. Or ce seroit ne rien faire absolument que de ne pas intégrer le tout ensemble Tout le secret de M. Bernoulli roule donc sur ce petit reste, & la Méthode est telle qu'il est toujours ou intégré absolument, auquel cas on n'a plus rien à désirer, ou changé en une ou plusieurs Différentielles Logarithmiques.

La Courbe que l'on appelle Logarithmique est telle que ses Abscisses étant prises en progression arithmétique, les Ordonnées correspondantes sont en progression géométrique, & delà vient son nom. Elle représente par ses Abscisses & par ses Ordonnées une Table de Logarithmes disposés, comme ils le sont d'ordinaire, vis-à vis des Nombres ausquels ils répondent, car chaque Abscisse de la Courbe est le Logarithme de son Ordonnée. L'Infiniment petit ou la Différentielle d'une Abscisse quelconque est une Différentielle Logarithmique, & cette Abscisse en est le Tout ou l'Intégrale.

Quand la grandeur sur laquelle M. Bernoulli opere est réduite à une Différentielle Logarithmique, il voit donc facilement quelle en est l'Intégrale; mais pour l'avoir réellement, il faudroit avoir une Courbe Logarithmique décrite. Or cette Courbe ne se peut décrire que par points, & en tâtonnant, & non pas géométriquement, & par conséquent l'intégration qui dépend de cette description ne peut être Géométrique.

L'impoſſibilité de décrire la Logarithmique ſe réduit préciſément au même point que celle de quarrer un eſpace Hyperbolique, & tous les Géométres conviennent qu'un Problême eſt réſolu quand on a démontré que ſa réſolution dépend de la Quadrature de l'Hyperbole ou du Cercle, parce que ce ſont deux Termes preſcrits apparemment pour jamais à toutes nos connoiſſances géométriques, & que quand l'Eſprit humain eſt allé juſque-là, on ne peut exiger de lui qu'il aille plus loin.

Il peut arriver que la Différentielle Logarithmique ne ſoit pas réelle, comme nous l'avons ſuppoſé juſqu'ici, mais qu'elle ſoit imaginaire, ou, ce qui eſt la même choſe, qu'elle enferme contradiction; & en ce cas il eſt certain que cette Différentielle eſt comme un Eſtre de raiſon impoſſible, & qu'elle n'a rapport à aucune Logarithmique que l'on puiſſe concevoir. Mais cette même grandeur imaginaire par rapport à la Logarithmique eſt réelle par rapport au Cercle, & c'eſt la différentielle d'un Secteur circulaire, dont l'Intégrale ſeroit ce même Secteur, & par conſéquent la quadrature d'un eſpace circulaire. On connoît, il y a déja quelque tems, dans les Equations ordinaires de l'Algebre ces changemens de l'imaginaire en réel, ou du réel en imaginaire, & ce ſont-là des eſpéces de myſteres Géométriques, qui quoiqu'inconteſtables ſont très-obſcurs, & qu'on ne retrouve que trop ſouvent dans une ſcience qui devroit avoir en partage la clarté auſſi-bien que la certitude.

Puiſqu'il ne peut y avoir de Différentielle Logarithmique qui ne ſoit ou réelle ou imaginaire, toutes les intégrations qui en dépendent ſe réduiſent ou à la quadrature de l'Hyperbole, ou à celle du Cercle, & par conſéquent M. Bernoulli a pleinement réſolu le Problême qu'il s'étoit propoſé.

Il prouve par quelque Exemple la beauté & l'étendue de ſa maniere d'intégrer; mais ſi ſans entrer dans une ſi profonde Géométrie, on aime mieux s'en rapporter à des préjugés, & à des autorités, recevables pourtant chez tous les

Géométres de l'Europe, nous dirons que M. Leibnitz qui travaille à un grand Ouvrage qu'il appelle la *Science de l'Infini*, avoit cherché de ſon côté & trouvé la Méthode d'intégrer les mêmes grandeurs que M. Bernoulli, & que quand celui-ci lui manda la découverte qu'il avoit faite, M. Leibnitz lui répondit, que c'étoit-là un ſecret qu'il avoit prétendu réſerver pour ſa ſcience de l'Infini, & qui en devoit faire une des plus conſidérables parties. M. Leibnitz a prouvé par les Actes de Leipſik du mois de Mai 1702, où il a publié ſa Méthode, qu'il ne ſe vantoit pas à faux. Elle eſt toute différente de celle de M. Bernoulli. Ils ne conviennent qu'en ce qu'ils ont tous deux regardé ce Problême comme une clef de la ſublime Géométrie du Calcul Intégral, & en ce que leurs efforts pour le réſoudre ont été également heureux.

V. les M. p. 174.

MOnſieur Rolle a donné des Remarques ſur les Lignes Géométriques.

Cette année M. Viviani premier Mathématicien du Grand Duc de Toſcane, & l'un des huit Académiciens Aſſociés Etrangers, envoya à l'Académie un Livre qu'il avoit fait, intitulé : *De locis ſolidis Ariſtæi ſenioris ſecunda Divinatio*, & dédié au Roi, dont il recevoit une penſion. C'eſt un Ouvrage ſur les Coniques, plein d'une profonde Géométrie, traitée à la maniere des Anciens.



ASTRONOMIE



ASTRONOMIE.

SUR DES APPARITIONS DE COMETES.

MOnsieur Maraldi étant à Rome, employé par le Pape dans l'affaire du Calendrier, dont l'Histoire de 1700 * & celle de 1701 * ont parlé, observa au commencement de Mars, une grande trace de lumiére, longue de 30 degrés d'un grand cercle, & large d'un degré, qui se dégageoit du Crepuscule, & paroissoit dans la Baleine & dans l'Eridan. Il jugea que c'étoit la queue d'une Cométe, dont la tête étoit cachée dans les rayons du Soleil, & il remarqua que ce Phénoméne par sa grandeur, par sa figure, & par sa position dans le Ciel, étoit tout semblable à un autre que M. Cassini avoit observé en 1668. V. les M. p. 101. * p. 124. * p. 107.

M. Cassini eut avis du Phénoméne nouveau, & comme il ne posséde pas moins toutes les observations rapportées & répandues dans les Livres, que celles qu'il a faites avec ses propres yeux, & que le Ciel des Anciens lui est aussi connu que le nôtre, il se souvint aussi-tôt qu'Aristote avoit parlé d'une lumiére toute semblable, qui fut appellée alors Poutre ou Sentier à cause de sa figure. La position dans le Ciel étoit la même, & pour achever la ressemblance, on crut aussi en ce tems-là que c'étoit une queue de Cométe.

On avoit donc trois observations d'un Phénoméne apparemment le même, celle d'Aristote, celle de 1668, & celle de 1702. Si c'étoit, selon l'hypothêse du Retour des Cométes expliquée dans l'Hist. de 1699 *, la queue de la même Cométe qui reparût, il falloit que l'intervalle de 34 ans compris entre l'observation de 1668; & celle de 1702, fût compris aussi un certain nombre de fois juste, ou à peu * p. 72.

près, entre l'observation d'Aristote & celle de 1668. Pour voir ce qui en étoit, M. Cassini fut obligé de rechercher & de fixer avec tout l'art de la Chronologie, l'année où tomboit l'observation rapportée par Aristote; & cela fait, l'intervalle qui étoit entre cette année & 1668 étant divisé par 34, donna précisément & sans reste 60, nombre des révolutions de 34 ans, que la Cométe devoit avoir faites depuis l'observation dont parle Aristote, jusqu'à celle de M. Cassini en 1668.

Il est sûr par ce calcul, que les révolutions de cette Cométe n'ont pû être plus grandes que de 34 ans, mais il n'est pas sûr qu'elles n'aient pas été plus courtes; car qu'on les suppose par exemple, de 17 ou de 8 $\frac{1}{2}$, ce sera toujours la méme chose. Il est vrai qu'il paroîtroit étrange qu'un Astre qui auroit une si courte révolution, & par conséquent des retours si fréquens, fût si rarement apperçu; mais Mercure dont la révolution n'est que de 88 jours, est si difficile à voir à cause du voisinage du Soleil, & les tems où il peut être vû dépendent de circonstances si particuliéres, qu'il y a eu tel Astronome qui n'a pû une seule fois en toute sa vie attraper cette Planete. Il se pourroit donc que la Cométe, ou plutôt la Planete dont il s'agit ici, étant encore plus proche du Soleil que Mercure, ne laissât point voir sa tête; que cependant elle eût une plus grande révolution, parce que son cercle seroit plus grand que celui de Mercure, & plus excentrique au Soleil; que sa queue ne parût que quand l'Astre seroit non-seulement dans la partie de son Excentrique la plus éloignée du Soleil, mais encore dans son plus grand éloignement du Soleil par rapport à l'horison; que de plus il fût nécessaire pour l'apparition de cette queue, qu'elle fût dégagée tant des Crepuscules & des clairs de Lune que d'une certaine lumiére répandue dans le Zodiaque, & découverte par M. Cassini en 1683; & qu'enfin cette rencontre de tant de circonstances que demande ce Phénomene, eût une période de 34 ans, tandis que la Cométe elle-même en auroit une plus courte.

Ni cette Cométe, ni sa queue ne purent être vûes à l'Observatoire. A Rome M. Maraldi n'en fit qu'une observation le 2 Mars, le Ciel fut couvert les jours suivans, & la nouvelle Lune vint, qui effaça le Phénomene, s'il duroit encore. Il avoit été vû dès le 26 Février à Perinaldo par M. Maraldi Frere de M. Maraldi de l'Académie des Sciences, & à Bologne par M. Manfredi; mais ils ne purent le suivre que jusqu'au commencement de Mars à cause de la nouvelle Lune. Par leurs observations, le mouvement convenoit avec celui du Phénomene de 1668.

L'incertitude où l'on pouvoit être si c'étoit une queue de Cométe, fut entiérement levée dans la suite par des Lettres que M. Cassini reçut de M. le Sueur, qui avoit été envoyé par le Roi à la découverte de la Riviére de Mississipi en Amérique. Depuis le 27 Février 1702 jusqu'au 1 Mars, M. le Sueur * vit tous les soirs une grosse étoile avec une queue; & les observations qu'il en rapportoit, quoique peu astronomiques, jointes aux circonstances du tems & du lieu où il se trouvoit, ne permirent pas de douter qu'il n'eût vû la Cométe entiére, dont on n'avoit vû que la queue en Italie. *V. les M. p. 216.

Le 20 Avril, près de deux mois après l'apparition de ce Phénomene *, M. Bianchini Camerier d'honneur du Pape, habile Astronome, observa à Rome une Cométe proche des Etoiles de la Fleche. Son mouvement propre étoit très-sensible, puisqu'elle faisoit plus d'un degré d'un grand cercle en deux heures. Elle alloit contre la suite des Signes, & ce mouvement retrograde sembloit la devoir porter dans la Constellation de la Baleine. *V. les M. p. 118.

Comme la Cométe du commencement de Mars avoit dû cacher sa tête dans la Baleine, & qu'alors son mouvement étoit direct, M. Bianchini soupçonna que celle d'Avril étoit la même, qui avoit changé son mouvement direct en retrograde, à l'exemple des Planetes, & qui retournoit dans une Constellation où elle avoit déja été, ou du moins y dirigeoit son cours. Elle étoit alors dans son Périgée, & presque opposée au Soleil; & c'est effective-

ment dans ces circonſtances, que les Planetes ſupérieures rétrogradent. M. Maraldi obſerva d'abord ce Phénomene à Naples, & continua de l'obſerver à Rome avec M. Bianchini juſqu'au 5 Mai, qu'ils le perdirent de vûe. M. Maraldi détermina que la Cométe avoit été à ſon Perigée le 19 Avril, qu'elle y avoit un mouvement d'environ 15 degrés par jour, & une Parallaxe horizontale de 13 minutes, ce qui ne la met qu'à une diſtance de la Terre environ 5 fois plus grande que celle de la Lune.

* V. les M. p. 121.

Elle fut auſſi obſervée à * Berlin, & M. Leibnitz en envoya les obſervations à l'Académie.

M. Maraldi la rapportoit à une Cométe de 1664, dont le mouvement étoit conforme, & pour la vîteſſe, & pour la direction.

Tandis que le Ciel a été peu obſervé, & que le plus ſouvent il ne l'a point été du tout, les Cométes ont été rares, & on n'a vû que celles qui étoient fort viſibles, dont la grandeur & la figure jointes à la rareté, jettoient l'épouvante en tous lieux. Maintenant que les yeux d'un grand nombre d'habiles Aſtronomes ſont toujours ouverts, pour fureter, s'il eſt permis de le dire, dans tous les recoins du Ciel, les Cométes deviennent communes, & on ſe familiariſe avec elles juſqu'à vouloir les traiter de Planetes. Dans ce même mois d'Avril, où l'on voyoit la ſeconde Comete de l'année, (car plus vraiſemblablement c'en étoit une ſeconde *,) M. de la Hire l'apperçut auſſi dans le Serpentaire le 23 du mois. Il la vit pendant 11 jours, & trouva qu'elle avoit quelque rapport avec une qu'il avoit auſſi obſervée en 1698.

* V. les M. p. 112.

Cette Cométe de 1698 eſt rapportée par M. Caſſini à celle de 1652, & elle eſt, comme il a été dit dans l'Hiſt. de 1699 *, une des deux qu'il a reconnues le plus ſûrement pour des Cométes qui reparoiſſoient. Elle a donc paru ſelon M. Caſſini en 1652 & en 1698. L'intervalle des apparitions de 1652 & de 1698 diviſé par 43 mois, donne aſſez juſte 14 révolutions. Cela paroît favorable à l'hypothêſe des Retours; mais d'un autre côté il eſt difficile qu'en ce Siécle-ci

* p. 74.

un Aſtre faſſe 14 révolutions ſans être apperçu, ſur-tout un Aſtre, qui comme celui-là pourroit paroître pendant plus d'un mois, & qui par conſéquent ſe trouveroit ſouvent dégagé des Crepuſcules, & des clairs de Lune.

Auſſi M. Caſſini qui propoſe l'hypothêſe des Retours eſt-il ſi retenu lui-même à en faire l'application, qu'il ne la fait qu'à des Cométes dont le mouvement s'explique par des ſuppoſitions auſſi ſimples que celui des Planetes, & qui ne demandent pas qu'on leur paſſe de plus grandes irrégularités. A peine leur accorde-t-il toutes celles de la Lune. Comme il n'eſt pas néceſſaire ſelon M. Caſſini que toutes les Cométes ſoient des Planetes, dès qu'il y a une difficulté inſurmontable contre le retour d'une Cométe, il n'y a qu'à abandonner l'hypothêſe.

Mais une difficulté générale que M. de la Hire propoſe contre le ſyſtême, & qui ſembleroit empêcher qu'aucune Cométe ne fût Planete, c'eſt que par la diſpoſition qu'on eſt obligé de donner à leur cours, elles devroient paroître d'abord auſſi petites qu'elles paroiſſent à la fin, & s'agrandir toujours enſuite juſqu'à leur plus grande proximité de la Terre ; ou ſi dans les premiers commencemens qu'elles ſont viſibles, on ne les voyoit pas encore, faute d'y penſer & de chercher, du moins ſeroit-il impoſſible qu'elles ne ſe montraſſent ſouvent, avant que d'avoir atteint preſque toute la grandeur & toute la clarté qu'elles doivent avoir. Mais M. de la Hire aſſure qu'on ne les voit jamais qu'en ce tems-là, ou à fort peu près.

Tout ce que l'on peut conclure, c'eſt que la nature des Cométes étant encore incertaine, il faut, s'il eſt poſſible, redoubler l'aſſiduité & le travail des obſervations, qui ſeules pourront forcer la vérité à paroître. Juſque-là il faut que les grands génies hazardent des hypothêſes, & même qu'ils s'y obſtinent en quelque ſorte, & ne les abandonnent pas pour de grandes difficultés. Quelles peines n'a-t-on pas dû avoir autrefois à reconnoître la Venus du ſoir & la Venus du matin pour la même Etoile, & quelles objections n'a-t-on pas dû eſſuyer ? Tout le monde ſçait auſſi

combien étoient terribles celles que l'on tiroit de cette même Venus contre le Syſtême de Copernic.

SUR L'ASTROLABE.

* Page 97. & ſuiv.

IL a été dit dans l'Hiſt. de 1701 *, que pour trouver le point de vûe d'où la Projection du Globe eſt la plus réguliére, & d'ou les repréſentations de parties égales ſont les plus égales qu'il ſe puiſſe, M. de la Hire plaçoit l'œil à l'extrémité du diamétre d'un grand cercle allongé de 70 parties à peu près, s'il en avoit 200. De ce point une ligne tirée au milieu du quart de cercle, paſſe préciſément par le milieu du rayon qui lui répond, cela eſt démontré géométriquement; & puiſque de cette maniére les deux moitiés égales du quart de cercle répondent ſi juſte aux deux moitiés égales du rayon, il n'eſt pas poſſible que les autres parties égales du quart de cercle répondent à des parties fort inégales du rayon. Il y a encore plus. L'expérience & la pratique ont confirmé cette penſée, & M. de la Hire a fait exécuter par cette méthode des Planiſphéres ou des Aſtrolabes très-commodes & très-exacts.

Mais comme il n'étoit pas abſolument démontré que le point de vûe d'où les diviſions de la moitié du quart de cercle, & de la moitié du rayon ſont égales, fût celui d'où les autres diviſions ſont les plus égales qu'il ſe puiſſe, M. Parent a cherché en général quel eſt ce point, & s'il n'y en a pas quelqu'un d'où les diviſions des autres parties ſoient moins inégales, quoique celles des moitiés ne ſoient pas égales.

La ſolution de ce Problême a demandé le ſecours de la Géométrie des Infiniment petits. M. Parent diviſe en arcs infiniment petits & égaux entr'eux le cercle dont il s'agit; enſuite ſuppoſant que le point qu'il cherche ſur le diamétre prolongé eſt trouvé, il tire de ce point à tous les arcs des lignes qui marquent ſur un diamétre qu'elles rencontrent perpendiculaire à celui qui paſſe par l'œil les repré-

ſentations des arcs égaux. Ces repréſentations ſont des parties infiniment petites du diamétre. Elles doivent être les plus égales entr'elles qu'il ſoit poſſible ; donc les différences des unes aux autres, qui ſont des infiniment petits du ſecond genre, étant priſes toutes enſemble, doivent faire une plus petite ſomme que celle des différences des parties de ce même diametre diviſées par rapport à quelqu'autre point que ce pût être Or la Géométrie des Infiniment petits a des Méthodes pour trouver l'expreſſion des parties infiniment petites du diamétre diviſées par rapport à un point extérieur, la ſomme de toutes leurs différences, & l'expreſſion particuliére de cette ſomme lorſqu'elle eſt la plus petite qu'il ſe puiſſe ; & c'eſt dans cette derniére expreſſion, qu'eſt renfermée la grandeur de la diſtance où doit être à l'égard du cercle le point de diviſion, c'eſt-à-dire, la quantité dont il faut prolonger un diamétre pour y placer l'œil. M. Parent trouve par-là que le diamétre ſuppoſé de 200 parties doit être prolongé de 59 $\frac{1}{2}$ à très-peu près, au lieu que M. de la Hire le prolongeoit environ de 70 ; car ces nombres viennent par des équations d'Algebre, qui le plus ſouvent ne donnent pas des nombres juſtes & rationels.

M. Parent s'eſt contenté de trouver par ſa Méthode le point, d'où un diamétre étant diviſé, les inégalités ou différences de toutes ſes parties priſes enſemble ſont la moindre quantité qu'il ſe puiſſe. Il eſt donc ſûr que des inégalités de toute autre diviſion il réſultera une plus grande ſomme. Mais il ſeroit encore à déſirer que la démonſtration s'étendît à prouver que cette ſomme d'inégalités, la moindre de toutes, eſt diſtribuée entre toutes les parties dont elle réſulte, le plus également qu'il ſe puiſſe ; car ce n'eſt préciſément que cette condition qui rend les parties les plus égales entr'elles qu'elles le puiſſent être, & il ſeroit poſſible que des grandeurs dont la ſomme des différences ſeroit moindre, fuſſent cependant plus inégales entr'elles, parce que cette ſomme totale ſeroit répandue plus inégalement. Il eſt vrai que dans le cas preſent toutes les

apparences font que cette moindre fomme de differences eft auffi partagée le plus également; mais la Géométrie n'admet pas les plus fortes apparences, & le Problême ne fera pleinement réfolu, que quand ce point aura fa réfolution particuliére. En fait de Problêmes difficiles, il ne faut pas être étonné que tout ne vienne pas à la fois.

Par la même Méthode & avec la même reftriction, M. Parent a trouvé le point où doit être placé l'œil pour voir les Zones égales d'un Hémifphére les plus égales qu'il fe puiffe, par exemple, les Zones d'un Hémifphére de la Terre partagé de 10 en 10 degrés. Ce point eft à l'extrémité d'un diamétre de 200 parties, qui eft l'axe des Zones, prolongé de 110 $\frac{1}{2}$.

Les points de vûe changent donc felon les grandeurs, ou plûtôt felon les figures dont on veut avoir les repréfentations les plus reffemblantes; & comme on repréfente dans un Aftrolabe des Cercles, des Zones circulaires, des Conftellations, il faut voir quelles font les figures que l'on veut principalement conferver, & choifir fon point de vûe par rapport à elles, ou fi l'on veut les traiter toutes également, il faut prendre un point moyen entre les différens points de vûe que chacune demanderoit.

DIVERSES OBSERVATIONS ASTRONOMIQUES.

I.

V. les M. p. 7.

MEffieurs Caffini ont donné plufieurs comparaifons d'Eclipfes de Satellites, & des obfervations Aftronomiques envoyées par leurs correfpondans, d'où ils ont tiré des longitudes de lieux.

II.

V. les M. p. 131. 137. 139.

Ils ont fuivi, auffi-bien que M. de la Hire, les Taches qui

qui ont paru cette année dans le Soleil, comme il y en avoit paru les deux années précédentes. Ces derniéres obſervations ont confirmé la révolution de 27 jours 12 heures & quelque 20 ou 30′ aſſignée au mouvement des Taches, ou plutôt à celui du Soleil ſur ſon axe. Diverſes apparitions entre leſquelles cette révolution n'eſt pas compriſe un certain nombre de fois juſte, ne peuvent guère être les apparitions d'une même Tache, & l'on a reconnu par-là qu'il en avoit paru trois différentes cette année. L'une d'elles eut cela de ſingulier qu'elle diſparut peu à peu en diminuant, non de grandeur, mais d'obſcurité; elle paroiſſoit toujours également grande, mais ſi claire qu'à la fin on ne la diſtingua plus ſur le diſque du Soleil. Ce Phénomene peut convenir à une des maſſes flotantes du Syſtême de M. de la Hire *, qui s'étant élevée d'abord audeſſus de la ſurface du fluide, s'y enfonceroit enſuite peu à peu, & paroîtroit plus claire à meſure qu'elle ſeroit couverte d'une plus grande hauteur de ce fluide lumineux. Il ſeroit peut-être auſſi naturel que ce fût une génération nouvelle, une eſpéce d'écume toujours minée en deſſous & ſelon ſa profondeur par l'action du liquide. Du reſte, tout ce qui regardoit la poſition des Taches par rapport à l'Equateur & aux Poles du Soleil, fut exactement déterminé par Meſſieurs Caſſini ſuivant la Théorie du mouvement du Soleil ſur ſon axe rapporté dans l'Hiſt. de 1701 *.

* V. l'Hiſt. de 1700. p. 118.

* Page 107 & ſuiv.

III.

M. de Plantade de Montpellier écrivit à M. Caſſini le fils, que le 14 Janvier à 1 heure & quelques minutes après minuit, il avoit vû la fin d'une Eclipſe de Lune cauſée ſeulement par la pénombre de la Terre, & que M. Clapiers l'avoit auſſi obſervée.

En ſuppoſant le Soleil infiniment éloigné, deux rayons tirés de ſon centre aux deux extrémités du diamétre de la Terre ſont paralleles, parce qu'ils viennent du même point, & ils déterminent au-delà de la Terre une étendue égale en largeur à ce diamétre de la Terre, & dans laquelle il n'y

a aucuns rayons partis du centre du Soleil. Il en va de même de deux rayons tirés d'une des extrémités du Soleil; ils ſont paralleles, & déterminent un eſpace égal au premier dans lequel il n'arrive aucuns rayons partis de cette extrémité du Soleil. C'eſt encore la même choſe pour deux rayons tirés de l'extrémité diamétralement oppoſée. Ces rayons tirés de trois points différens, & non paralleles quand on compare enſemble ceux qui viennent de ces différens points, ſe croiſent à une certaine diſtance de la Terre, & depuis la Terre juſque-là c'eſt un eſpace où il n'entre aucun rayon d'aucun point du Soleil; mais aux deux côtés de cet eſpace, la poſition des rayons détermine deux autres eſpaces, où il n'entre des rayons que de l'une ou de l'autre extrémité du Soleil. L'eſpace entiérement privé de lumiére eſt la vraie ombre de la Terre, les deux autres qui ne ſont qu'à demi obſcurs, ſont la Penombre, & le mouvement de la Lune peut aiſément être tel qu'elle ne rencontrera que cette Penombre, qui ne lui fera que l'effet d'un nuage peu épais.

IV.

V. les M. pag. 135.

M. de la Hire obſerva un jour avant le lever du Soleil, & même quelque tems après, une eſpéce de colonne de lumiére perpendiculaire à l'horiſon, haute de 9 ou 10 degrés, égale par-tout en largeur au diamétre du Soleil dont elle ſembloit ſortir. M. Caſſini avoit déja obſervé deux Phénomenes pareils, & on verra la cauſe que M. de la Hire en a imaginée.

V.

M. de la Hire le fils qui publie à la fin de chaque année des Ephémerides pour l'année ſuivante, ayant remarqué que la poſition qu'il donnoit à Venus vers la fin du mois d'Avril 1702, différoit d'un degré de celle que lui donnoient les Ephémerides de M. Mezzavacca, & que ni dans les unes ni dans les autres cette différence ne pouvoit venir d'une erreur de calcul, il conſulta le Ciel le plutôt qu'il fut

possible, & ne pût avoir deux bonnes observations de Venus à son passage au Meridien que le 4 & le 6 Mai. Alors les Ephémerides de M. Mezzavacca & les siennes différoient encore d'un demi degré. Toutes les corrections & les réductions nécessaires étant faites, il trouva que le 4 Mai à 10^{h} 8′ 18″ $\frac{1}{2}$ du matin de tems vrai ou apparent lorsque Venus passa au Meridien, sa longitude étoit à 15° 0′ 43″ d'Aries, & sa latitude de 2° 8′ 16″ Septentrionale, & que le 6 Mai à 10^{h} 1′ 31″ du même tems, sa longitude étoit à 15° 3′ 52″ d'Aries, & sa latitude de 2° 42′ 15″. Or ayant calculé par les Tables de M. de la Hire son pere les mêmes lieux qu'il avoit par observation, il trouva que selon ces Tables la longitude du 4 Mai devoit être à 15° 0′ 47″, & la latitude de 2° 8′ 7″; que la longitude du 6 Mai étoit à 15° 4′ 28″, & la latitude de 2° 42′ 12″. De si petites différences entre les Tables de M. de la Hire & le Ciel marquoient que celles dont M. Mezzavacca s'étoit servi n'étoient pas aussi justes. M. de la Hire le fils n'avoit pas donné lui-même dans les Ephémerides de 1702 les deux positions du 4 & du 6 Mai précisément telles qu'on vient de les rapporter ici, parce qu'il ne les avoit pas calculées exprès pour ces deux tems. La maniére de faire des Ephémerides est de calculer dans toute la précision possible certains points principaux d'espace en espace, après quoi on remplit les intervalles par des parties proportionnelles des nombres qu'on a fixés aux extrémités, ce qui ne donne pas les positions des entre-deux dans la derniére justesse.

LEs Tables Astronomiques de M. de la Hire que l'on attendoit dans tous les lieux où il y a des Astronomes, parurent enfin sous ce Titre, *Tabulæ Astronomicæ Ludovici Magni jussu & munificentiâ exaratæ, &c.* C'étoit un devoir que de les adresser au Roi, qui a sans comparaison plus contribué au progrès de l'Astronomie, que n'avoit fait l'Empereur Rodolphe dont les Tables de Kepler portent le nom, & même plus que le Roi Alphonse de

Castille, quoique grand Astronome, & Auteur des Tables Alphonsines.

L'Observatoire où l'on a ménagé tous les avantages & toutes les commodités que des Astronomes pouvoient desirer, des Instrumens plus grands, plus exacts, mieux travaillés que l'on n'en avoit jamais vû, des Lunettes excellentes, & qui font voir les Etoiles & les Planetes avec le Soleil dans le Meridien même, l'application des Lunettes aux Quarts de cercle au lieu des anciennes Pinnules, qui ne pouvoient donner dans les objets des points uniques & précis, les Micrométres qui mesurent juste de petits espaces qui ne se mesuroient point auparavant, les Pendules à secondes, qui souvent ne s'égarent pas d'une seconde en huit jours, un grand nombre de Méthodes & de Pratiques nouvelles, tout cela a dû porter & a porté effectivement l'Astronomie à une perfection jusqu'à présent inconnue.

Mais il faut avouer aussi que tant d'observations si exactes ont produit une espéce d'inconvenient. Plus on a connu les Planetes, plus on a vû la difficulté de réduire leur cours à une hypothêse, & de supposer quelque Courbe réguliére qu'elles décrivissent, ce qui seroit extrêmement commode pour calculer leurs mouvemens, puisque quelques positions observées donneroient aussi-tôt tout le reste. Trop de connoissance des Astres a trop découvert leurs irrégularités. Ce n'est pas cependant qu'on ne puisse légitimement supposer quelque Courbe, qui s'écartera peu de leur mouvement véritable; mais enfin M. de la Hire a jugé qu'il étoit plus sûr de ne se fier à aucune hypothêse, & de n'en croire que ses propres yeux, c'est-à-dire, de ne calculer les mouvemens des Planetes avec toutes leurs irrégularités que par des observations immédiates.

Il est vrai que ces observations en doivent être & plus exactes, & en plus grand nombre, & que par cette voie le travail redouble; mais les hommes ne sont pas en droit de prescrire des régles à ce qui n'en a pas reçu de la Nature, & s'ils la veulent connoître, il faut qu'ils aillent la prendre chez elle, & non pas dans leurs idées.

La Lune eſt le plus grand exemple des irrégularités des Planetes. Si l'on cherche dans des Tables quel eſt le lieu du Zodiaque en longitude où elle doit être pour un certain tems donné, on trouve d'abord le lieu où elle feroit, ſuppoſé qu'elle eût un mouvement égal & uniforme qu'on appelle *moyen*, & qui eſt tantôt plus prompt, tantôt plus lent que le mouvement véritable. Enſuite pour avoir le lieu où la met le mouvement *véritable* qui eſt auſſi l'*apparent*, il faut trouver dans une autre Table à quelle diſtance elle eſt de ſon Apogée, car ſelon cette diſtance la différence eſt plus ou moins grande entre le mouvement moyen & le véritable, ou entre les deux lieux qui y répondent.

Le lieu véritable trouvé ne l'eſt pas encore, il varie ſelon que la Lune eſt plus ou moins éloignée tant du Soleil que de l'Apogée du Soleil, & cette variation a rapport en même-tems à ces deux différentes diſtances, de ſorte qu'il faut les conſidérer toutes deux enſemble, & combinées l'une avec l'autre, comme on les voit dans une Table à part. Alors on a par cette même Table la correction qu'il faut faire au lieu véritable de la Lune qu'on avoit trouvé d'abord.

Ce lieu ainſi corrigé n'eſt point encore le véritable lieu, à moins que la Lune ne ſoit dans la Conjonction, ou dans l'Oppoſition; hors de là il faut ajoûter une correction, qui dépend de deux choſes priſes enſemble & comparées, de la diſtance où la Lune *corrigée* eſt à l'égard du Soleil, & de celle où elle eſt à l'égard de ſon propre Apogée, car cette derniére diſtance a changé par la premiére correction. Après tant de comparaiſons différentes, tant d'opérations incertaines, pour ainſi dire, & flotantes, vient enfin le véritable lieu où l'on doit fixer la Lune pour l'inſtant propoſé.

Ce n'eſt pas cependant que toutes ces corrections & tous ces raſinemens produiſent une grande différence dans le lieu de la Lune, cela ne va quelquefois qu'à peu de minutes; mais c'eſt ce peu de minutes qui fait toute la préciſion, & toute la ſureté de l'Aſtronomie moderne, & ſon plus grand avantage ſur l'ancienne.

Il est aisé de juger quelle suite d'observations a été nécessaire pour découvrir toutes ces bizarreries. Il n'a pas suffi d'observer tous les écarts de la Planete, il a fallu trouver à quoi chaque écart se rapportoit & se proportionnoit. Car on vient de voir qu'il y en a tel qui est plus ou moins grand selon que la Lune est éloignée du Soleil, tel autre selon qu'elle l'est de l'Apogée du Soleil, ou du sien propre; & ces sortes de liaisons & de dépendances ont été d'autant plus difficiles à appercevoir qu'elles ont été moins naturelles, & qu'il a fallu les chercher plus loin. Chaque écart de la Planete pris en particulier, n'est un écart que par rapport au cours total, en lui-même il est la suite & l'effet d'une certaine Régle, & le cours total n'est irrégulier que parce qu'il est composé de plusieurs Régles différentes qui n'ont point de rapport ensemble, & qui n'en peuvent faire une générale. Mais quel a dû être le travail qui a démélé toutes ces Régles particuliéres?

Les autres Planetes sont moins irréguliéres que la Lune, du moins à l'égard des Astronomes, car les Physiciens peuvent très-légitimement conjecturer qu'elles le sont autant, & que c'est seulement une plus grande distance qui sauve leurs bisarreries. A ce compte, peut-être aussi les petites régularités particuliéres du cours de la Lune, ne sont pas tout-à-fait ce qu'elles nous paroissent, & l'éloignement nous impose encore.

Une suite de plus de 20 années d'observations continuelles a mis M. de la Hire en état de donner des Tables de toutes les Planetes. Celles qu'il avoit publiées 16 ans auparavant ne regardoient presque que les Eclipses de Soleil & de Lune, & il s'est apperçu depuis des corrections qui y étoient nécessaires. Il a joint à ses Tables, & à l'explication de leur usage, une ample & exacte description de tous les Instrumens & des Pratiques de l'Astronomie moderne, de sorte qu'il donne au Public non-seulement le fruit de ses longs travaux, mais la maniére de travailler avec le même succès.

MOnſieur le Févre, Aſtronome de l'Académie, ayant ceſſé pendant plus de deux mois de venir aux Aſſemblées, ſans avoir de congé du Roi, M. le Comte de Pontchartrain déclara que par l'art. 19 du Réglement ſa place de Penſionnaire étoit vacante. Elle fut remplie par M. Maraldi, qui étoit à Rome où le Pape lui avoit fait l'honneur de le retenir pour l'affaire du Calendrier, & d'ordonner qu'il eût entrée dans les Congrégations qui ſe tenoient ſur ce ſujet. La place de Géométre aſſocié qu'avoit M. Maraldi fut remplie par M. Carré ; & M. Varignon qui par la promotion de M. Carré venoit à manquer d'Eleve, nomma M. Guinée.

Preſque dans le même tems M. Caſſini apprit à la Compagnie que M. Monti ſon Eleve, qui étoit en Italie, n'avoit pas deſſein de revenir, & il nomma en ſa place M. Deliſle connu par diverſes cartes de Géographie, & ſurtout par ſes Globes qui parurent en 1700, & qui ſont les premiers où les obſervations de l'Académie aient été employées. Outre pluſieurs corrections importantes, ils ont encore cela de particulier, que dans le Terreſtre les Itineraires ſont conciliés avec les obſervations qui paroiſſoient y être entiérement oppoſées ; & que dans le Céleſte M. Deliſle prétend être le premier qui ait marqué les Conſtellations conformément à l'énoncé des Aſtronomes.





GEOGRAPHIE.

SUR LE RAPPORT DES MESURES ITINERAIRES ANCIENNES AVEC LES MODERNES.

V. les M. p. 15.

LES Observations & les faits deviennent, selon qu'on sçait les mettre en œuvre, des sources plus ou moins fécondes de réflexions & de découvertes Après toutes les utilités * que M. Cassini avoit tirées de son grand travail de la prolongation de la Meridienne, il y en trouva encore une qui n'étoit pas moins importante pour le rapport de la Géographie Ancienne à la Moderne, que les autres l'étoient ou pour l'Astronomie, ou pour la Géographie en elle-même.

* V. l'Hist. de 1700. p. 120. & l'Hist. de 1701. p. 96.

La mesure de la distance de Narbonne à Nîmes avoit été comprise dans l'Ouvrage de la Meridienne. Cette distance étoit de 67500 toises de Paris. D'un autre côté Strabon a donné aussi la distance de ces deux Villes, & il la met de 88 milles, d'où il est aisé de conclure qu'un mille ancien vaut 767 toises de Paris. D'ailleurs comme on sçait que le mille étoit de 500 pieds, on trouve encore que le pied ancien étoit égal à 11 pouces & $\frac{1}{25}$ du pied de Paris. Sur quoi il est fort à remarquer que le pied Romain d'aujourd'hui ayant la même proportion à celui de Paris, il doit par conséquent être égal à l'ancien, & s'être maintenu sans changement pendant un si long espace de tems.

Pour vérifier encore ce rapport des anciennes mesures aux modernes, M. Cassini a comparé la distance de 25 milles posée entre Bologne & Modene par l'Itineraire d'Antonin, & par la Table de Peutinger, avec celle que les

les P. P. Riccioli & Grimaldi, & lui-même y ont trouvée, qui vaut 19147 toises de Paris. Or 19147 divisé par 25 donne 766 toises de Paris pour Mille, c'est-à-dire, une toise de moins seulement que ce qui a résulté des mesures de la distance de Narbonne & de Nîmes.

M. Cassini encouragé en quelque sorte par ce succès, a poursuivi sa recherche sur des Monumens, qui ont été également mesurés & par les Anciens & par nous. Telles sont les Piramides d'Egypte. Herodote, Strabon, Diodore rapportent les dimensions de la plus grande. Plusieurs Modernes l'ont mesurée aussi, & apparemment un des plus exacts aura été M. Chazelles, qui a couru toute la Mediterranée, non-pas comme un simple voyageur, mais comme un habile Mathématicien choisi & envoyé par le Roi pour amasser des observations qui servissent à de nouvelles Cartes Hidrographiques. Mais la justesse des mesures de M. Chazelles ne sert pas de beaucoup pour retrouver les anciennes, parce que les Auteurs que nous avons cités évaluent différemment en stades la grande Piramide, & par conséquent la grandeur du stade ayant apparemment varié parmi eux, comme la lieue parmi nous, on ne peut conclure certainement ce que c'étoit. Les Milles paroissent avoir été plus constans & plus uniformes chez les Romains, puisque les distances de Narbonne & de Nîmes, de Bologne & de Modene, exprimées en Milles par différens Auteurs, donnent toutes deux la même valeur à un Mille réduit à nos toises.

Ces exemples suffisent pour faire juger de l'idée & de la méthode de M. Cassini. Les mesures Itinéraires des Anciens une fois retrouvées répandroient une grande lumiére dans leur Géographie, & dans les comparaisons que nous sommes quelquefois obligés d'en faire avec la nôtre. Les fondemens que M. Cassini nous donne ici pour établir cette connoissance, sont d'autant plus précieux qu'il est plus difficile d'en avoir de pareils. Il faut des termes constamment les mêmes, dont la distance nous ait été donnée par les Auteurs anciens, & ait été mesurée exacte-

ment & géométriquement par nous. Ces conditions ne se retrouveront pas souvent ensemble.

SUR LA MESURE DE LA TERRE

FAITE PAR SNELLIUS.

V. les M. p. 60.

AU retour du voyage fait pour la prolongation de la Méridienne, M. Cassini le fils voulut comparer à la Mesure de la Terre qu'on venoit de trouver, celle qui avoit été déterminée vers le commencement du dix-septiéme Siécle, par Snellius Mathématicien Hollandois. Comme il avoit employé, aussi-bien que M. Cassini, la méthode des Triangles, cette conformité invitoit à faire la comparaison; mais, ce qui étoit beaucoup plus fort, M. Cassini le fils avoit été en Hollande, & avoit pris exactement la latitude des mêmes Villes dont Snellius avoit mesuré la distance par ses Triangles, de sorte qu'il avoit fait par lui-même une partie du travail de Snellius, & se trouvoit par-là plus en état de vérifier le reste.

Par la mesure de Snellius, la valeur d'un degré étoit de 55021 toises de Paris, beaucoup plus petite que les 57060 toises déterminées par l'Académie. M. Cassini le fils, qui avoit par ses observations les latitudes de Rotterdam & d'Alcmaër, & par conséquent l'arc du Méridien compris entre leurs Paralleles, se servit des mêmes angles que Snellius avoit observés pour former ses Triangles, & trouver la distance des Paralleles de ces deux Villes, & par-là il arriva à une valeur de 58245 toises de Paris pour un degré, ce qui surpassoit de beaucoup, non-seulement la valeur assignée par Snellius à un degré, mais encore celle de l'Académie.

L'envie de démêler d'où pouvoit venir une différence si exorbitante, l'engagea à calculer les mêmes Triangles que Snellius avoit calculés, & il y a trouvé quelque erreur

assez considérable, qui peut avoir jetté Snellius loin du but. Les plus grands Géométres y sont sujets dans de longs calculs, principalement s'ils sont seuls à les faire, & s'ils ne les vérifient pas par différentes voies. Aucun Ouvrage de Géométrie ou d'Astronomie pratique n'a jamais été fait avec tant de soin, & même de scrupule, ni par tant d'habiles Ouvriers à la fois, ni si souvent vérifié, & en tant de manieres, que la Mesure de la Terre par l'Académie.

SUR UNE ANCIENNE COMMUNICATION DE LA MEDITERRANE'E ET DE LA MER ROUGE.

MOnsieur le Comte de Pontchartrain se servant de son autorité pour aider au progrès des Sciences, avoit envoyé en Egypte des Mémoires faits par M. Delisle, qui marquoit ce qu'il auroit souhaité qu'on eût fait pour rectifier la Carte de ce pays-là. Ces Mémoires étoient accompagnés de recommandations très-fortes aux Consuls & aux Vice-Consuls. Ce fut en exécution de ces Ordres de M. de Pontchartrain, que M. Boutier parcourut tout le Delta, & en envoya à ce Ministre une Carte, avec une petite Relation qui l'expliquoit & l'éclaircissoit. M. Delisle à qui M. le Comte de Pontchartrain avoit fait l'honneur de renvoyer le tout, en parla à l'Académie.

L'Egypte moderne est peu connue, quoiqu'assez proche & assez fréquentée, & l'on peut compter qu'il en va de même de tous les pays dont les habitans sont dans l'ignorance, & où des Sçavans étrangers ne voyagent guere, du moins pour observer. Quoique M. Boutier n'ait pas couru la basse-Egypte autant qu'il auroit été nécessaire, il en a cependant, au rapport de M. Delisle, rétabli considéra-

blement la Carte qui étoit fort défigurée. On commence à y reconnoître le Delta des Anciens, ces embouchures qu'ils ont données au Nil, & dont il avoit perdu la plus grande partie par l'ignorance des Géographes modernes, un grand nombre de Villes dont les noms ne sont pas encore trop altérés, par exemple Samanout, ou selon les Coptes Sebennetu, qui est l'ancienne Sebennitus, Aboutsier ou Butsir, qui est Busiris, &c. Mais ce qu'il y a de plus remarquable dans cette Carte, c'est un bout de Canal qui sort du bras le plus Oriental du Nil, & que M. Delisle jugea devoir être une partie de celui qui faisoit autrefois la communication du Nil & de la Méditerranée avec la Mer rouge.

Comme cette ancienne communication que M. Delisle établissoit pour un fait indubitable, est ignorée aujourd'hui, même de plusieurs Sçavans, on fut bien-aise de voir les preuves qu'il en avoit, & il les donna si claires & prises la plûpart dans des lieux si connus, que toute la difficulté qui reste est de sçavoir comment tout le monde ne les a pas remarquées.

Herodote au second Livre, dit qu'il y avoit dans la Plaine d'Egypte un Canal tiré du Nil un peu au-dessus de la ville de Bubaste, & au-dessous d'une Montagne qui alloit du côté de Memphis; que ce Canal s'étendoit bien loin d'Occident en Orient; qu'ensuite il rabatoit au Midi, & se rendoit dans la Mer-rouge; que Necus fils de Psammeticus avoit le premier entrepris cet Ouvrage, où six-vingt mille hommes avoient péri; qu'il l'avoit abandonné sur la réponse d'un Oracle, mais que Darius fils d'Histaspe l'avoit achevé; qu'il étoit de 4 journées de navigation, & que deux Galeres y pouvoient passer de front.

Diodore en parle au premier Livre de sa Bibliotheque, & convient avec Herodote, hormis en ce qu'il fait laisser le Canal imparfait par Darius, à qui de très-mauvais Ingénieurs représenterent que la Mer-rouge plus haute que l'Egypte l'inonderoit, & en ce qu'il ne fait achever l'ouvrage que par Ptolomée Philadelphe. Il ajoute qu'on avoit

appellé ce Canal, Riviere de Ptolomée; que ce Prince avoit fait bâtir à son embouchure dans la Mer-rouge une Ville qu'il avoit nommée Arsinoé, du nom d'une sœur qu'il aimoit, & que l'on pouvoit ouvrir ou fermer le Canal selon qu'il étoit nécessaire pour la navigation.

Strabon, Liv. 17 de sa Géographie, s'accorde en tout avec Diodore. Il ne reste qu'à concilier Herodote qui fait achever l'ouvrage par Darius, avec Strabon & Diodore qui n'en donnent l'honneur qu'à Ptolomée; mais il a pû arriver à un ouvrage de cette nature, dès qu'il a été achevé, une infinité d'inconvéniens, qui l'ont rendu inutile jusqu'à ce qu'on y ait fait un nouveau travail.

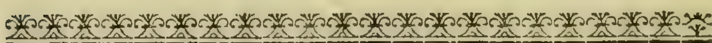
A la pointe du Golfe qu'on a appellé la Mer-rouge, étoient deux Villes, Heroopolis & Arsinoé, qui, selon Strabon, a été aussi nommée par quelques-uns Cleopatris. Or le même Strabon, en parlant de l'expédition que fit dans l'Arabie Ælius Gallus, le premier Gouverneur de l'Egypte pour les Romains, dit que Gallus fit construire des Vaisseaux à Cleopatris, proche d'un ancien Canal dérivé du Nil. Ailleurs il dit encore qu'Heroopolis étoit sur le Nil, & à l'extrémité de la Mer rouge.

Après cela, on peut se passer de quelques-autres autorités, qui furent encore rapportées par M. Delisle. Tout le monde connoît le dessein qu'avoient eu quelques Princes de faire cette communication; tout le monde sçait qu'elle fut traversée par la crainte chimérique de l'inondation de la Mer-rouge; & comme si la plûpart des Lecteurs avoient été frappés de la même crainte, ils n'ont pas vû dans les Auteurs l'exécution entiere du Canal.

M. Delisle a poussé ses recherches jusque dans les Auteurs Arabes. Elmacin, Liv. 1. chap. 3. dit que sous le Caliphe Omar, vers l'an 635 de J. C. Amr fit faire un Canal pour transporter des blés d'Egypte en Arabie; apparemment il ne fit que renouveller l'ancien, dont la navigation pouvoit bien avoir été négligée dans la décadence de l'Empire Romain. Mais en l'année 150 de l'Hegire, ce qui revient à l'an 775 de J. C. Abugiafar Almanzor, second Ca-

liphe des Abbassides, fit boucher ce Canal du côté de la Mer. Si jamais on renouvelloit cette jonction, le monde changeroit de face, la Chine & la France, par exemple, deviendroient voisines, & l'on plaindroit la destinée des siécles barbares, où les Européens étoient obligés de faire le tour de l'Afrique pour aller en Asie.

LE P. Goüye a fait voir une Carte du cours de la Riviere d'Uvia, depuis la Cayenne jusqu'aux Nouragues, qu'il a fait dessiner sur des Mémoires très-exacts du P. Grillet Jésuite.



HIDROGRAPHIE.

SUR LES CARTES HIDROGRAPHIQUES.

V. les M. p. 150.

QUand un Vaisseau commence une route, le Vent dont il est poussé fait un certain angle avec le Méridien du lieu, & comme on suppose ici que le Vaisseau suit exactement la direction du Vent, il fait le même angle que le Vent avec le Méridien du lieu d'où il part. On suppose encore ce Vent toujours le même, & parce que chaque point ou chaque instant d'une route peut être regardé comme s'il en étoit le commencement, le Vaisseau fait toujours avec le Méridien du lieu où il est à chaque instant ou à chaque point de sa route, le même angle que fait le Vent. Or un vent qui est Nord-Est ici, par exemple, & qui fait par conséquent avec notre Méridien un angle de 45 degrés, est également Nord-Est par-tout ailleurs où il souffle, & fait le même angle de 45 degrés avec tous les

Méridiens qu'il rencontre. Donc un Vaiſſeau toujours pouſſé par un même vent, doit toujours faire le même angle avec tous les Méridiens qu'il rencontre ſur la ſurface du Globe terreſtre.

Si le Vaiſſeau court Nord & Sud, il fait un angle infiniment aigu avec le Méridien où il eſt, c'eſt-à-dire, qu'il lui eſt parallele, ou plutôt qu'il le ſuit, & ne s'en écarte jamais. S'il court Eſt & Oueſt, il coupe à angles droits tous les Méridiens; & dans le premier cas il décrit un grand Cercle; dans le ſecond, il décrit ou un grand Cercle qui eſt l'Equateur, ou un Parallele. Mais ſi ſa courſe eſt moyenne entre ces deux, alors il ne décrit plus un Cercle, parce qu'un Cercle tiré de cette maniere couperoit tous les Méridiens à angles inégaux, ce que le Vaiſſeau ne doit pas faire.

Il décrit donc une autre Courbe, dont la condition eſſentielle eſt de couper tous les Méridiens ſous le même angle. On la nomme *Loxodromique*, ou ſimplement *Loxodromie.* C'eſt une eſpéce de Spirale, qui comme la Spirale Logarithmique fait une infinité de tours, ſans pouvoir arriver à un certain point où elle tend, & dont elle s'approche à chaque pas. Ce point aſymptotique de la Loxodromie eſt le Pole; car ſi elle y arrivoit, elle y trouveroit tous les Méridiens réunis, ſe confondroit avec eux, & ne les couperoit plus.

La route d'un Vaiſſeau, à l'exception des deux premieres que nous avons marquées, eſt donc toujours une Courbe Loxodromique. Elle eſt l'hypoténuſe d'un Triangle rectangle, dont les deux autres côtés ſont le chemin du Vaiſſeau en latitude & en longitude. On a d'ordinaire la latitude par obſervation; on a par la Bouſſole l'angle de la Loxodromie avec l'un ou l'autre des deux côtés; & ce qu'on cherche par le calcul, c'eſt la valeur de la longitude, & de la Loxodromie, ou route du Vaiſſeau.

Mais comme cette ligne courbe eſt embarraſſante pour les calculs, on a voulu avoir la route en ligne droite, & il a fallu conſerver à cette ligne droite l'eſſence de la Loxo-

dromie, qui eſt de couper toujours les Méridiens ſous le même angle. Or cela eſt abſolument impoſſible tant que les Méridiens ne ſont pas paralleles entr'eux, comme en effet ils ne le ſont pas. Il a donc fallu ſuppoſer les Méridiens paralleles.

De cette fauſſe ſuppoſition, il s'eſt enſuivi que les degrés de longitude inégalement éloignés de l'Equateur, étoient de même grandeur, ce qui eſt faux; car réellement ils diminuent toujours depuis l'Equateur, ſelon une certaine proportion connue. Mais on a trouvé moyen de réparer cette erreur. Les degrés de latitude, qui par la nature de la Sphére ſont égaux par-tout, ſont augmentés dans les Cartes Hidrographiques en même proportion que ceux de longitude auroient dû décroître. Ainſi pour ſçavoir de combien le degré de longitude eſt trop grand ſous le trentiéme parallele, par exemple, il n'y a qu'à voir de combien le degré de latitude qui y eſt marqué eſt plus grand que ſous l'Equateur. Les Cartes Hidrographiques conſtruites de cette maniere, s'appellent *Réduites*, ou *au point réduit*.

M. de Lagni, Académicien Aſſocié, & Profeſſeur d'Hidrographie à Rochefort, envoya à l'Académie des Remarques ſur la conſtruction de ces Cartes.

1°. Il auroit déſiré que tant dans ces Cartes, que dans toutes les autres, on marquât les degrés de latitude inégaux, puiſqu'enfin ils le ſont, & que la Terre n'eſt point ſphérique, ce qui paroît certain, ſurtout par les dernieres obſervations de M. Caſſini pour la Méridienne *.

* V. l'Hiſt. de 1701. pag. 96.

2°. Soient deux lieux éloignés d'un degré en latitude. Lorſqu'on les poſe ſur une Carte Réduite, ſi on diviſe le Méridien de degré en degré, on donnera au degré de latitude qui ſépare ces deux lieux l'augmentation qui lui convient. Mais ſi on ne diviſe le Méridien que de deux degrés en deux degrés, l'augmentation néceſſaire ne tombera bien juſte que ſur les lieux éloignés de deux degrés, & les deux premiers lieux ſuppoſés ſe trouveront moins éloignés qu'ils n'étoient ſelon la premiere diviſion du Méridien.

ridien. Or comme les divisions du Meridien ne peuvent être qu'arbitraires dans toutes les Cartes, il s'ensuit, selon la remarque de M. de Lagni, que les distances des mêmes lieux varient en différentes Cartes réduites, & qu'elles n'ont rien de réglé ni de Géométrique. Il annonçoit qu'il déterminoit exactement ces rapports par la quadrature des espaces Hiperboliques.

Mais M. Chazelles en convenant des Remarques de M. de Lagni, soutint que la pratique ni ne demandoit ni ne permettoit cette extrême précision. A quoi serviroit-elle dans des calculs, dont toutes les autres parties ne la peuvent recevoir? Car comment rendre exactes ou l'Estime des Pilotes, ou les Latitudes qu'ils prennent, ou les opérations de la Boussole? L'attention qu'il faudroit apporter à une huit-centiéme partie de diminution par degré de latitude, selon M. Cassini, ou à la différence que produisent dans les Cartes les différentes divisions du Meridien, augmenteroit peut-être plus la difficulté que la sûreté de la Navigation.

Cependant il est toujours avantageux de pousser la Théorie jusqu'à la derniére rigueur Géométrique, ne fût-ce que pour connoître au juste à quoi montent les erreurs de la Pratique, & jusqu'où l'on peut les négliger, & pour ne pas trop perdre de vûe le but où l'on ne sçauroit atteindre.

M. de Lagni désiroit encore pour les Cartes Marines quelques autres choses, mais qui sont de pure pratique, par exemple, que l'on y marquât les Courans par de petits traits, comme un Auteur Anglois a marqué le cours des Vents Alisés. Mais M. Chazelles répondoit aussi, que les Courans changent par la marée ou selon le vent. Il a remarqué qu'entre l'Isle-Dieu & la côte de Poitou les Courans causés par la marée font en 12 heures le tour de la Boussole, de sorte que les Pêcheurs y jugent de l'heure de la Marée par le côté où elle porte.

ACOUSTIQUE.

SUR L'APPLICATION DES SONS HARMONIQUES AUX JEUX D'ORGUES.

V. les M. p. 308. * p. 138.

On a vû dans l'Hiſtoire de 1701 *, que M. Sauveur appelle *Sons Harmoniques*, ceux qui font toujours un certain nombre déterminé de vibrations, tandis que le premier Son auquel on les rapporte, & qui eſt nommé *Fondamental*, en fait une.

Juſqu'ici l'on n'avoit conſideré les rapports des Sons qu'en les conduiſant ſelon les Nombres 1, 2 : 2, 3 : 3, 4 : 4, 5 : 5, 6, &c. ce qui a produit les Intervalles qu'on a nommés Octave, Quinte, Quarte, Tierce majeure, Tierce mineure, &c. ou bien, on comparoit des Nombres éloignés entr'eux de plus d'une unité, comme 3 & 5, 5 & 8 qui ſont des Sixiémes, & une infinité d'autres; mais on ne conduiſoit point les Nombres ſelon leur ſuite naturelle 1, 2, 3, 4, &c. pour examiner les rapports des Sons qui en réſulteroient.

M. Sauveur eſt le premier qui ait conſideré les Sons ſelon cette ſuite naturelle des Nombres. Le premier Intervalle 1, 2 eſt une Octave, le ſecond 1, 3 eſt une Douziéme, le troiſiéme 1, 4 eſt une Quinziéme ou la double Octave aiguë, le quatriéme 1, 5 eſt une Dix-ſeptiéme, le cinquiéme 1, 6 eſt une Dix-neuviéme, &c.

Cette nouvelle conſidération des rapports des Sons n'eſt pas ſeulement plus naturelle en ce qu'elle n'eſt que la ſuite même des Nombres qui tous ſont multiples de l'unité, mais encore en ce qu'elle exprime & repréſente toute la

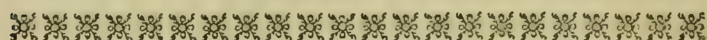
Musique & la seule Musique que la Nature nous donne par elle-même sans le secours de l'art.

Une corde de Clavecin étant pincée, outre le son qu'elle rend, proportionné à sa longueur, à sa grosseur, & à sa tension, on entend encore en même-tems, quand on a l'oreille fine & exercée, d'autres sons plus aigus que celui de la corde entiére, produits par quelques-unes de ses parties, qui se détachent en quelque sorte de la vibration générale pour faire des vibrations particuliéres. Cette complication de vibrations se peut concevoir par l'exemple d'une corde attachée par les deux bouts & lâche, comme celles des Danseurs. Car tandis que le Danseur de corde lui donne un grand branle, il peut avec ses deux mains donner deux branles particuliers aux deux moitiés; les deux moitiés étant ainsi déterminées, on peut encore donner un branle à chacune d'elles, &c. Ainsi chaque moitié, chaque tiers, chaque quart d'une corde d'Instrument a ses vibrations à part, tandis que se fait la vibration totale de la corde entiére. C'est la même chose d'une Cloche, quand elle est fort bonne & harmonieuse Or tous ces sons particuliers produits par les parties de la Corde ou de la Cloche, sont harmoniques à l'égard du Son total; le moins aigu que l'on entende, comparé à ce Son total, est à son Octave, le moins aigu qui le suive fait une douziéme, celui d'après la double Octave, le suivant une dix-septiéme, &c. jusqu'à ce que ces Sons devenus trop aigus échappent à l'oreille. On n'en entend aucun qui fasse avec le Son total ni une Quinte, ni une Tierce, &c. ni enfin aucun accord non compris dans la suite des Sons harmoniques.

La Corde à qui l'on détermine une partie quelconque en y mettant un obstacle leger, & qui ensuite se divise elle-même, ou en parties semblables, ou en parties différentes, selon que la premiére division a été faite, ne se divise que de maniére que les Sons de ses parties sont harmoniques à l'égard du Son total. De même, si dans un Instrument à vent, on force le souffle de plus en plus, le ton hausse toujours, mais seulement selon la suite des Sons harmoniques.

Il paroît donc que toutes les fois que la Nature fait par elle-même, pour ainsi dire, un Systéme de Musique, elle n'y emploie que cette espéce de Sons, & cependant ils étoient demeurés jusqu'à présent inconnus à la Théorie des Musiciens. Quand on les entendoit, on les traitoit de bisarres & d'irréguliers, & l'on se dispensoit par-là de faire une brêche au Systême imparfait & borné qui étoit en regne.

Ce n'est pourtant pas que la Nature n'ait eu quelquefois la force de faire tomber les Musiciens dans le Systême des Sons harmoniques ; mais ils y sont tombés sans les connoître, conduits seulement par leur oreille & par leur expérience. M Sauveur en donne un exemple très-remarquable dans la composition des Orgues. Il fait voir qu'elle roule entiérement sur ce principe, quoiqu'inconnu. Ce détail ne nous appartient pas. Il prouvera à ceux qui voudront y entrer combien le nouveau Systême général de M. Sauveur donne d'étendue & ajoute de lumiéres à la Théorie de la Musique.



MECHANIQUE.

SUR LA MANIERE DE TAILLER DES MEULES POUR DES VERRES HYPERBOLIQUES,

Et en général de tourner tous les Conoïdes.

LEs Rayons venus d'un point éloigné, comme le centre du Soleil, & par cette raison censés paralleles, ayant passé au travers d'un Verre qui soit une portion de Sphére, ne se réunissent pas en un seul point. Leur foyer

a d'autant plus d'étendue que les Verres ſont portion d'une plus grande Sphére, & qu'ils en ſont une plus grande portion.

Il n'en iroit pas de même des Verres qui ſeroient des portions de Solides ou Conoïdes Elliptiques ou Hyperboliques, pourvû cependant que les Ellipſes ou les Hyperboles dont ces Solides auroient été formés, euſſent une certaine condition, c'eſt-à-dire, que le rapport du grand axe de l'Ellipſe à la diſtance de ſes foyers, ou le rapport de la diſtance des deux foyers de l'Hyperbole à ſon diamétre déterminé, fût le même que le rapport toujours conſtant du Sinus de l'incidence d'un Rayon ſur la ſurface du verre, au Sinus de ſa réfraction dans le verre. Alors les rayons d'un point éloigné qui auroient traverſé le verre Elliptique ou Hyperbolique, ſe raſſembleroient exactement en un ſeul point, qui ſeroit l'un des foyers ou de l'Ellipſe ou de l'Hyperbole.

Cet avantage ſi conſidérable de réunir en un ſeul point les rayons partis d'un ſeul point, avoit fait préférer par M. Deſcartes les Ellipſes & les Hyperboles aux Cercles, & d'autres raiſons particuliéres lui avoient fait préférer les Hyperboles aux Ellipſes. Il avoit même donné le deſſein d'une Machine pour tailler des Verres en Hyperboles, mais elle n'a point paru commode pour la pratique, & l'on ſe contente de Verres ſphériques, dont on ne prend qu'une portion telle qu'elle réuniſſe plus de rayons en un même eſpace que toute autre portion, & qu'elle les réuniſſe en un eſpace aſſez petit pour n'être ſenſiblement qu'un point. C'eſt en partie pour cette raiſon que dans l'uſage des grandes Lunettes on ne laiſſe pas la ſurface de l'Objectif entiérement découverte ; on aime mieux recevoir moins de rayons du même point, & les avoir plus exactement réunis. Dans la figure hyperbolique une plus grande ſurface ne réuniroit pas les rayons moins exactement en un ſeul point, qu'une plus petite, & par conſéquent on auroit en même-tems, & une réunion parfaite, & une auſſi grande lumiére qu'on voudroit.

Mais il eſt bon d'obſerver que l'Hyperbole ne réuniroit en un point que les rayons partis du ſeul point de l'objet qui ſeroit dans ſon axe, & que tous les rayons de tous les autres points du même objet ſeroient d'autant moins exactement réunis, que ces points ſeroient plus éloignés de l'axe. Au contraire le cercle qui ne réunit exactement en un point les rayons partis d'aucun point de l'objet, réunit dans une égale étendue & préciſément de la même maniére les rayons partis de tous les différens points de l'objet, & par conſéquent l'image de l'objet formée par l'Hyperbole ſera plus vive & plus parfaite dans le point du milieu, mais dans les autres points elle ſera ſi confuſe que ce ne ſera peut-être plus une image, au lieu que celle qui eſt formée par le cercle, moins vive & moins parfaite en ſon milieu, eſt du moins égale en toutes ſes parties. Ainſi les Verres ſphériques ſont apparemment les meilleurs pour voir, mais les hyperboliques auroient l'avantage pour brûler; car il ſuffiroit d'un ſeul point pour cet effet.

Quoi qu'il en ſoit, M. Deſcartes ayant voulu appliquer des Verres Hyperboliques aux Lunettes, & l'hyperbole ayant du moins l'avantage pour brûler, M. Parent n'a pas voulu laiſſer inutile les propriétés de cette figure, & il a ſongé à les mettre en œuvre. Il lui faut d'abord des Meules hyperboliques, les unes convexes, les autres concaves, contre leſquelles on uſera des morceaux de verre qui prendront l'une ou l'autre figure.

Mais, 1° il n'eſt pas aiſé de tailler ces Meules en hyperboles, & d'un ſeul trait; car ſi on ne leur donnoit cette figure qu'en tâtonnant, & en plaçant un point après un point, on feroit un ouvrage peu exact, inégal, & d'une courbure peu réguliére. 2°. Comme on eſt aſſujetti à des Hyperboles dont le diamétre déterminé ait à la diſtance des foyers le rapport des Sinus de réfraction à ceux d'incidence, il faut faire des Meules dont la conſtruction conſerve cette proportion dans une extrême exactitude. 3°. Il faut empêcher que la figure des Meules ne s'altere par le même mouvement & par le même frottement qu'on em-

ployera à user les verres qui y seront appliqués.

M. Parent a fait voir de quelle maniére il s'étoit pris à surmonter ces difficultés, il a même fait plus que ce que son dessein l'obligeoit de faire, il a trouvé une Pratique pour tourner sur le Tour ordinaire, & sans Modéle, toutes sortes de Conoïdes, c'est-à-dire de Solides formés par la révolution de quelque Section Conique autour d'un Axe, ce qui embrasse comme une espéce particuliére les Meules hyperboliques. Mais sans prendre le circuit de la methode générale, celle qu'il a pour les Meules hyperboliques en particulier se réduit à tenir contre la surface de la Meule une Régle solide, qui fasse avec l'axe un angle dont la Tangente soit au Sinus total comme le grand axe de l'Hyperbole cherchée est au petit. Mais ni les démonstrations géométriques & même algébriques qui conduisent à cette Méthode, ni les détails de cette Méchanique ne peuvent convenir à cette Histoire.

DE LA REDUCTION
DES MOUVEMENS DES ANIMAUX AUX LOIX DE LA MECHANIQUE.

LEs mêmes Loix regnent par-tout; les ouvrages de la Nature roulent sur les mêmes principes, & s'exécutent de la même maniére que ceux de l'Art; & quand je remue simplement ma main de bas en haut, il y a une Puissance qui éleve un Poids par le moyen d'un Levier.

Cette Méchanique cachée aux yeux, & devenue encore plus insensible par la facilité des mouvemens naturels, n'en est pas cependant moins réelle. Lorsque mon bras, ou pour parler plus précisément l'avant-bras, compris entre le coude & le poignet, de pendant qu'il étoit se releve, il se meut circulairement autour du coude, ou plutôt autour d'un point qu'il faut imaginer dans le centre de l'espace

où le coude s'articule avec le bras proprement dit. Un muscle qui part du haut du bras, & qui s'insere dans l'avant-bras au-dessous du coude, se gonfle, & se raccourcissant par ce gonflement force l'avant-bras à se relever, & il est clair qu'il faut qu'il surmonte tout le poids de l'avant-bras & de la main, qui sera, si l'on veut, de 6 livres.

Si l'avant-bras & la main n'étoient qu'une simple ligne droite, ils ne seroient qu'un Levier, dont nous pouvons supposer que le point fixe seroit au centre de l'articulation du coude & de l'avant-bras; mais comme ils ont une masse & une grosseur considérable, ils sont en même-tems le poids qu'il faut vaincre. En les prenant comme poids, & en supposant leur grosseur ou leur pesanteur par-tout égale, leur centre de gravité sera au milieu de leur étendue, c'est-à-dire, peut-être à 8 pouces de l'articulation du coude. Ainsi c'est un poids de 6 livres suspendu à 8 pouces du point fixe.

Si le Muscle qui agit, s'attache à l'avant-bras un pouce au-dessous du coude, & s'il tire perpendiculairement en enhaut, tandis que le poids tire perpendiculairement en embas, voilà une puissance qui n'est qu'à un pouce du point fixe, tandis que le poids en est à 8 pouces, & comme ce poids est de 6 livres, il faut que la puissance soit de 48 livres pour le soûtenir seulement, & d'un peu plus pour l'élever.

Mais cette puissance ne tire pas perpendiculairement; le muscle s'attache fort obliquement à l'avant-bras, & par conséquent il a une direction de la même obliquité lorsqu'il agit: & comme la distance d'une puissance au point fixe se mesure par une perpendiculaire tirée du point fixe sur la direction de la puissance, & que cette perpendiculaire est d'autant plus courte que la direction est plus oblique; le muscle doit avoir une force beaucoup au-dessus de 48 livres. S'il se trouve que la perpendiculaire tirée du point fixe sur sa direction ne soit que la moitié de la distance où se fait son insertion, c'est-à-dire, qu'elle soit de $\frac{1}{2}$ pouce, il faudra qu'il ait une force de 96 livres. Qui se fût imaginé

imaginé qu'en remuant ſeulement la main de bas en haut, on employât une force de 96 livres?

Ce qu'il y a de plus étonnant, c'eſt que la Nature toujours ſi induſtrieuſe, & ſi appliquée à ſe ménager tous les avantages poſſibles, ait voulu contre les Regles de la Méchanique, placer la puiſſance entre le point fixe & le poids, & la faire tirer obliquement; ce qui lui donne en même-tems tous les déſavantages qu'elle peut avoir, & l'oblige à être ſans comparaiſon plus grande que le poids. Car il eſt conſtant que cette diſpoſition ſe trouve le plus ſouvent dans les Muſcles, & par conſéquent dans les mouvemens méchaniques des Animaux. Cette ſouveraine ſageſſe ſe ſeroit-elle oubliée?

Il n'eſt ni permis de le penſer, ni poſſible de le croire quand on y a bien penſé. Une petite force appliquée avantageuſement à ſon levier pour ſurmonter un grand poids, a néceſſairement beaucoup de vîteſſe, & fait beaucoup de chemin, tandis que le poids s'éleve peu, & lentement. Au contraire, une grande force appliquée déſavantageuſement à ſon levier, & qui n'a qu'un petit poids à vaincre, fait peu de chemin, tandis que le poids en fait beaucoup. Si nous avons une groſſe Cloche, par exemple, à élever au haut d'un Clocher, il ſuffit qu'elle y monte, il n'importe guere en combien de tems, & parce que l'on n'a que de petites forces à employer par rapport à la grandeur du poids, il ſera fort avantageux qu'un certain nombre d'hommes faſſent, ſi l'on veut, en un jour, la valeur de quelques lieues, tandis que la Cloche ne fera que 20 ou 30 toiſes. Mais ſi ma main conſidérée comme poids, doit ſe mouvoir pour quelque action utile ou néceſſaire à la conſervation de mon être, il eſt le plus ſouvent queſtion qu'elle ſe remue vîte, & il ne s'agit pas de ménager la force, qui conſiſtant dans la contraction d'un Muſcle, & dans la quantité des Eſprits qui le gonflent, eſt toujours plus grande qu'il ne faut pour les mouvemens naturels ou ordinaires.

Il eſt vrai que la Nature auroit pû donner la même vî-

tesse au poids, en laissant le Muscle attaché à la même distance du point fixe, & ménager en même-tems quelque chose sur la force du Muscle, en lui donnant une direction perpendiculaire Mais il est clair que s'il eût eu cette direction, il eût demandé un bien plus grand espace, qu'il n'en demande étant couché, comme il l'est, contre les os qu'il doit tirer. Nous pouvons prendre autant d'espace qu'il nous plaît pour le jeu de nos machines; mais un Animal est un assemblage d'une infinité de machines différentes, où par conséquent l'espace doit être extrêmement épargné.

De plus, la force d'un Muscle dépend de la quantité des Esprits qui le mettent en contraction. Une direction plus avantageuse du Muscle n'auroit donc servi qu'à pouvoir sauver quelque chose sur la quantité des Esprits; or une grande quantité d'Esprits étoit nécessaire à l'Animal pour d'autres fonctions, par exemple, pour toutes celles du sentiment, & par conséquent il ne coûtoit rien à la Nature d'employer aux mouvemens ce même fonds dont elle ne pouvoit d'ailleurs se passer, & en l'employant elle en retiroit les avantages que nous avons représentés. Ce n'est-là qu'un très-léger exemple des raisonnemens qu'on pourroit faire pour justifier cette Méchanique. Plus on seroit capable d'approfondir cette matiere, de rassembler & de combiner les différentes vûes qui doivent y entrer, plus on admireroit la sagesse de la Nature d'avoir pris un parti qui paroît d'abord si étrange & si irrégulier par rapport à nos Machines qui ont toutes & d'autres objets, & un plus petit nombre de vûes à concilier.

De tout cela, il résulte que quoique la Méchanique des mouvemens des Animaux soit différente de notre Méchanique ordinaire, quant à la position de la force mouvante, elle se réduit absolument aux mêmes regles, & que l'on peut calculer exactement la force d'un Muscle, pourvû que l'on connoisse le poids qu'il peut soutenir, le point fixe par rapport auquel il se meut, & la direction selon laquelle il agit.

Le poids que soutient un Muscle est ou celui de la partie qu'il tire, ou ce poids joint avec le plus grand poids étranger, dont cette partie puisse être chargée. Ainsi par le poids que soutient le Muscle qui fléchit le bras, on entend ou le poids seul de l'Avant-Bras & de la Main, ou avec ce poids, le plus grand poids étranger que la Main puisse porter dans cette action. De quelque maniere qu'on le prenne, c'est l'expérience seule, & une expérience très-facile, qui peut déterminer quel est ce poids.

Mais il y a de la difficulté à trouver les points fixes, & les directions. La Méchanique de ces mouvemens est si compliquée & si enveloppée, que l'application des Regles y devient quelquefois douteuse, ou du moins fort pénible; l'Intelligence qui a conduit ces ouvrages ne s'est pas renfermée dans les cas simples ausquels nous sommes accoutumés, & obligés de nous borner.

Le fameux Jean-Alphonse Borelli, Auteur du Livre intitulé, *De Motibus Animalium*, est le premier qui se soit engagé dans ces Recherches, & qui ait porté la lumiere dans ces obscurités. Mais quoique cet Ouvrage, si respectable par le mérite de l'invention, soit de plus rempli de vérités très-ingénieusement découvertes, M. Parent a crû pouvoir sans témérité & sans présomption, y faire remarquer quelques défauts d'exactitude, & ç'a été pour en remettre un peu davantage dans toute cette matiere, qu'il en a donné une Théorie générale, dont nous ébaucherons ici l'idée.

Lorsque l'extrémité concave d'un Os reçoit l'extrémité convexe d'un autre, & que ce second, tiré par un Muscle, se meut en s'appuyant sur le premier, si leurs figures sont telles, que pendant ce mouvement le second ne s'appuye jamais que par un point, il est certain que dans le cas de l'équilibre, où ce mouvement seroit arrété par l'égalité de deux forces opposées, leur direction commune passeroit par ce point, qui est donc le point fixe. Il est clair que dans le mouvement de l'Os, ce point change continuellement de place, & c'est déja une des singularités de cette Méchanique.

Si la concavité & la convexité des deux Os étoient parfaitement sphériques & concentriques, ils se toucheroient l'un l'autre par tous leurs points pendant le mouvement, cependant l'une des surfaces ne s'appuyeroit véritablement sur l'autre que par un point de sa circonférence, & ce point seroit le même que si leurs figures n'étant point sphériques ni concentriques, elles l'étoient devenues tout-à-coup dans un certain instant du mouvement, car il est visible que cela ne changeroit rien au point d'appui. Ainsi, quoique le centre commun des deux sphéres concentriques soit réellement immobile pendant tout le mouvement, il n'est pas proprement, & par lui-même, le point d'appui; & celui qui l'est, est un point de la circonférence, toujours mobile & changeant d'un moment à l'autre. C'est donc de ce point, qu'il faut mesurer les distances du Muscle & du poids qui tirent l'un contre l'autre. Il est vrai qu'en les mesurant du centre commun des deux sphéres, comme a fait Borelli, on leur trouve le même rapport, parce que la direction commune ou composée passe aussi par ce centre; mais ce n'est qu'une espéce d'accident heureux, qui ne se rencontreroit plus en d'autres figures, & il est bon de sçavoir précisément & généralement quel est le véritable point d'appui.

Quand il est trouvé, il faut avoir les directions du poids & du Muscle pour tirer du point d'appui sur ces directions deux perpendiculaires. La direction du poids est toujours une ligne verticale, par laquelle il tire en embas. Un Muscle étant souvent traversé par d'autres il a une direction composée de la sienne, & de celle de ces autres Muscles, lorsqu'ils agissent en même-tems que lui; mais comme ils aboutissent au même Tendon, qui est leur corde commune, par laquelle ils tirent, c'est ce Tendon qui représente naturellement leur direction composée; & par conséquent il n'y a nulle difficulté à la découvrir.

Tout ceci ne regarde que les articulations simples, c'est-à-dire, celles où il n'y a que deux Os articulés ensemble qui exécutent un mouvement. Mais quand ce sont plusieurs

os, par exemple, les Vertébres de l'Epine du Dos qui conſpirent enſemble à plier le Dos en-dedans, l'articulation eſt compoſée. Alors l'application des principes l'eſt auſſi, pour ainſi dire, quoiqu'au fond ce ſoit toujours la même choſe. Quand le Dos ſe plie on peut imaginer que deux Vertébres contiguës, qui ſe touchoient dans toute la ſuperficie d'un de leurs côtés, commencent à ſe ſéparer l'une de l'autre par dehors, s'éloignent toujours de plus en plus, autant que leur diſpoſition le permet, & ne ſe touchent plus pendant tout ce mouvement, que par une ſeule ligne qui leur reſte commune dans leur baſe. C'eſt dans le milieu de cette ligne qu'eſt le point fixe, ſelon la ſuppoſition préſente.

Mais réellement cela n'eſt pas ſi ſimple. Les os qui ſe meuvent en écartant leurs ſuperficies auparavant contiguës, ne laiſſent pas de vuide entre-eux. Ils ſont liés par des Cartilages, que l'on peut concevoir comme adhérens de part & d'autre à toute leur ſuperficie. Ces Cartilages qui ſont dilatables & compreſſibles, ſe dilatent néceſſairement lorſque les os ſe meuvent pour s'écarter; & comme cette dilatation demande une certaine force, le Muſcle qui cauſe tout le mouvement, la doit avoir, outre celle qu'il lui faut pour élever ſimplement le poids.

Pour eſtimer la force néceſſaire à dilater le Cartilage, M. Parent eſt obligé de regarder la réſiſtance que le Cartilage apporte à ſa dilatation, comme une force appliquée à une certaine diſtance du point fixe, & tirant contre le Muſcle. Et parce que la dilatation eſt plus grande dans les différentes parties du Cartilage, à proportion qu'elles ſont éloignées du point fixe, on peut conſidérer les dilatations comme des vîteſſes, & prendre pour le point où toute leur force ſe réunit, ce qui ſeroit le centre d'agitation du plan du Cartilage.

Si deux ou pluſieurs os ſont tellement diſpoſés qu'en s'écartant par leur partie ſupérieure, ils s'approchent par l'inférieure, & par conſéquent dilatent une moitié du cartilage qui les unit, & compriment l'autre, le point fixe

eſt au milieu du cartilage, & les points où ſe réuniſſent les réſiſtances que le cartilage apporte, tant à ſa compreſſion, qu'à ſa dilatation, ſeront trouvés dans chacune de ſes moitiés, comme le point de la réunion d'une ſeule réſiſtance l'auroit été dans le tout.

Une articulation compoſée ayant pluſieurs points fixes, il faut tirer de chacun autant de perpendiculaires, tant ſur la direction du poids, que ſur les directions, ſoit ſimples, ſoit compoſées des Muſcles, & ſur celles des réſiſtances des cartilages.

M. Parent diviſe les articulations compoſées en conſécutives, où tous les mouvemens ſe font en même ſens, & en alternatives, où ils ſe font alternativement en ſens contraires, comme dans un Ziczac. Ces derniers mouvemens ſe réduiſent aiſément aux mêmes Regles.

On pourra, ſelon cette Théorie, calculer la force de ce nombre prodigieux de Machines qui jouent ou ſéparément ou enſemble dans le corps d'un Animal; on ſçaura préciſément, ou à très-peu près, quelle eſt la force des unes par rapport aux autres; & ſi l'on pouvoit entrer dans toutes les vûes qui ont demandé ces différens rapports de forces, & dans les avantages qui en réſultent, quelle intelligence n'en ſeroit confondue?

SUR LA RE'SISTANCE DES SOLIDES.

V. les M. p. 66.

IL arrive ſouvent qu'une Machine qui réuſſit en petit, ne réuſſit point en grand, & l'on ne manque pas de s'en prendre auſſi-tôt aux imperfections & aux inconvéniens inévitables de l'exécution, qui démentent toujours la Théorie. Il eſt vrai que cela y entre, mais Galilée ayant fait réflexion que la différence du petit au grand étoit ſouvent trop grande pour rouler uniquement là-deſſus, il crut qu'il ne falloit pas ſe payer entiérement de cette rai-

ſon, & ſoupçonna quelque miſtére caché. Il y penſa plusieurs années; & enfin de méditation en méditation, il arriva au Syſtême de la Réſiſtance des Solides juſqu'alors inconnu, & qui lui donna le dénouement qu'il cherchoit. Ce fut une eſpéce de Science toute nouvelle, dont il a été le premier Auteur, auſſi-bien que de la Science des Vibrations, & du Syſtême de la Chute des Corps peſans.

Qu'un Corps de figure quelconque, mais que l'on peut ſuppoſer cilindrique pour plus de facilité, ſoit ſuſpendu verticalement par un bout, toutes ſes parties qui ſont peſantes, tirent en embas, & tendent à ſéparer, en quelque endroit qui ſe trouvera le plus foible, deux d'entre tous les plans contigus que l'on peut imaginer paralleles à la baſe du Cilindre.

Tous ces plans réſiſtent à leur ſéparation par une certaine force qui les unit, & les lie, quelle qu'elle ſoit. Voilà donc deux Puiſſances oppoſées, la peſanteur du Cilindre qui tend à le rompre, & la force de l'union de ſes parties qui réſiſte à la fraction. Si on augmente la baſe du Cilindre ſans augmenter ſa longueur, il eſt évident que la réſiſtance à la fraction croît en même raiſon que la baſe, mais le poids croît auſſi dans cette même raiſon, & par conſéquent tous les Cilindres de même matiere, & également longs, quelles que ſoient leurs baſes, ſont d'une égale réſiſtance, lorſqu'ils ſont ſuſpendus verticalement. Si on augmente la longueur du Cilindre ſans augmenter ſa baſe, on augmente ſon poids ſans augmenter ſa réſiſtance, & par conſéquent on l'affoiblit toujours en le rendant plus long. Pour trouver quelle eſt la plus grande longueur où puiſſent aller, ſans ſe rompre, des Cilindres d'une certaine matiére, il n'y a qu'à en prendre un au hazard, le ſuſpendre verticalement, lui attacher le plus grand poids qu'il puiſſe ſoutenir ſans ſe rompre, & voir enſuite combien il faudroit l'alonger en y ajoutant de ſa matiére propre, pour lui faire égaler le poids étranger, joint à celui qu'il avoit déja. Galilée a trouvé par cette voye qu'un fil de Cuivre, & par conſéquent tous les Cilindres de Cuivre

possibles, pouvoient aller sans se rompre jusqu'à la longueur de 4801 Brasses.

Si le Cilindre qui étoit suspendu verticalement, étoit fiché ou scellé horisontalement dans un mur par une de ses extrémités, & bien affermi dans cette situation, son poids & sa résistance agiroient alors d'une autre maniere. Supposé qu'il rompît par l'action de sa pesanteur, il romproit par le bout scellé dans le mur. Un Cercle contigu au mur, & parallele à la base, & qui dans la situation horisontale du Cilindre seroit nécessairement vertical, se détacheroit du cercle posé dans le plan du mur, & descendroit, de sorte que tout son mouvement se feroit sur l'extrémité inférieure & immobile de son diamétre, tandis que l'extrémité supérieure décriroit un quart de Cercle; & enfin ce cercle qui étoit vertical deviendroit horisontal, c'est-à-dire, que le Cilindre seroit entiérement rompu.

Il est visible que dans cette fraction de Cilindre, deux Puissances opposées ont agi, & que l'une a vaincu l'autre. Le poids du Cilindre qui venoit de sa masse entiere, a surmonté sa résistance à être rompu, qui venoit de la grandeur de sa base. Et comme les Centres de gravité sont les points où l'on conçoit que se réunissent toutes les forces produites par la pesanteur des différentes parties d'un même Corps, on peut concevoir le poids du Cilindre appliqué tout entier au Centre de gravité de sa masse, c'est-à-dire, au point du milieu de l'Axe, & la résistance du Cilindre appliquée au Centre de gravité de la base, c'est-à-dire à son Centre, puisque c'est la base qui résiste à la fraction. Quand le Cilindre se rompt par son poids, tout le mouvement se fait sur une extrémité immobile d'un diamétre de la base. Cette extrémité est donc le point fixe d'un Levier, dont les deux Bras sont le Rayon de la Base, & la moitié de l'Axe, & par conséquent les deux Puissances opposées n'agissent pas seulement par elles-mêmes & par leur force *absolue*, mais encore par l'avantage plus ou moins grand, ou par la force *relative* qu'elles tirent de leur distance à l'égard du point fixe du Levier.

Il

Il s'enſuit de-là manifeſtement qu'un Cilindre de Cuivre, par exemple, qui étant ſuſpendu verticalement, ne pouvoit rompre par ſon propre poids, à moins que d'avoir un peu plus de 4801 braſſes de long, quelle que fût ſa baſe, rompra dans la ſituation horiſontale avec une moindre longueur, c'eſt-à-dire par un moindre poids, parce que ſa longueur agit doublement pour le rompre, & entant qu'elle le rend d'un certain poids, & entant qu'elle eſt un bras de levier auquel ce poids eſt appliqué, ce qui n'arrivoit pas dans la ſuſpenſion verticale. De plus il ſuit que le Cilindre rompra avec une longueur, ou par un poids d'autant moindre, que ſa baſe ſera plus petite, parce que ſa réſiſtance à être rompu, & deviendra moindre, & agira par un plus petit bras de levier.

Si deux Cilindres de même matiére & ſemblables, c'eſt-à-dire, ayant leurs longueurs & les diametres de leurs baſes en la même proportion, ſont ſuſpendus horiſontalement, il eſt viſible que le plus grand a plus de poids tant à raiſon de ſa longueur, qu'à raiſon de ſa baſe; mais qu'il a moins de réſiſtance à raiſon de ſa longueur conſiderée comme un plus grand bras de levier, & qu'il n'a plus de réſiſtance qu'à raiſon de ſa baſe; que par conſéquent il l'emporte plus ſur le petit par ſa grandeur & par ſon poids, que par la force de ſa réſiſtance, ou, ce qui eſt la même choſe, qu'il doit rompre plus facilement. Si l'on avoit donc fait en petit un Modéle de quelque Machine où il fût queſtion de la réſiſtance que quelques Piéces poſées horiſontalement, apporteroient à leur fraction, ou de la force qu'elles auroient pour ſoûtenir certains poids, il ſe pourroit bien faire que les épreuves réuſſiroient dans le Modéle, & ne réuſſiroient plus dans la Machine exécutée en grand, quoique très-exactement proportionnée au Modéle, car les mêmes piéces ſe trouveroient plus foibles en grand qu'elles n'étoient en petit. Voilà ce que Galilée chercha long-tems, & à quoi on doit la naiſſance de ces nouvelles idées dont il a enrichi la Méchanique. Ce ne ſont pas de vaines ſpéculations qui ne ſervent qu'à exercer la ſubtilité des Géo-

métres ; il eſt aiſé de voir que la Méchanique pratique, l'Architecture & pluſieurs Arts, doivent être aſſez ſouvent obligés d'en venir là.

Le poids dont il faut que ſoit un Corps pour rompre dans la ſituation horiſontale, étant toujours moindre que celui dont il faudroit qu'il fût dans la ſituation verticale, & ce poids devant être plus ou moins grand ſelon le rapport qu'auront entre eux les deux bras de levier, toutes les queſtions qui peuvent naître ſur cette matiére, ſe réduiront toujours à trouver quelle partie du poids *abſolu* doit être ce poids *relatif*, ſuppoſé que la figure du corps ſoit connue, parce que c'eſt cette figure qui détermine les deux centres de gravité, ou, ce qui revient au même, les deux bras de levier. Si ce corps étoit un Cone, ſon centre de gravité ne ſeroit pas au milieu de ſon axe, comme celui d'un Cilindre ; & ſi c'étoit un demi Solide Parabolique, ni ſon centre de gravité ne ſeroit au milieu de ſa longueur ou de ſon axe, ni le centre de gravité de ſa baſe ne ſeroit au milieu de l'axe de la baſe. Mais enfin à quelque point que tombent les Centres de gravité tant du Corps entier que de ſa baſe, ſelon les différentes figures dont il peut être, ce ſont toujours eux qui réglent les deux bras de levier, & il faut les ſuppoſer connus d'ailleurs. Il ne ſera peut-être pas inutile de remarquer que ſi la baſe par laquelle le Corps eſt ſcellé dans le mur ſuppoſé, n'eſt pas circulaire, mais, par exemple, parabolique, de ſorte que le ſommet de la parabole ſoit en haut, alors le mouvement de la fraction du corps ne ſe feroit pas ſur un point immobile, mais ſur une ligne entiére immobile. On la peut appeller *Axe d'équilibre*, & c'eſt par rapport à elle qu'il faut prendre les diſtances des Centres de gravité.

Un corps ſuſpendu horiſontalement étant tel, que pour peu qu'il fût plus peſant, il dût rompre, il y a équilibre entre ſon poids relatif, & ſa réſiſtance à être rompu, & par conſéquent ces deux Puiſſances oppoſées ſont entre elles réciproquement comme les bras de levier auxquels elles ſont appliquées. D'un autre côté la réſiſtance d'un

corps à être rompu eſt égale au plus grand poids dont il pût être ſans rompre dans la ſuſpenſion verticale, c'eſt-à-dire au poids abſolu ; & par conſéquent en ſubſtituant le poids abſolu au lieu de la réſiſtance, on voit que le poids abſolu d'un corps ſuſpendu horiſontalement eſt à ſon poids relatif, comme la diſtance de ſon centre de gravité à l'axe d'équilibre, eſt à la diſtance du centre de gravité de ſa baſe à ce même axe. Galilée découvrit le premier cette importante vérité, ou du moins l'équivalent, car au lieu des diſtances des centres de gravité, il n'a conſideré que la longueur du Corps & le diamétre de ſa baſe, ce qui ne fait pas une Théorie ſi étendue, ni même ſi commode. Il eſt aiſé de voir d'un ſeul coup d'œil quelques conſéquences qui naiſſent d'abord de cette propoſition fondamentale ; par exemple, que ſi la diſtance du centre de gravité de la baſe à l'axe d'équilibre, eſt la moitié de la diſtance du centre de gravité du Corps, le poids relatif ne ſera que la moitié du poids abſolu, & qu'un Cilindre de cuivre ſuſpendu horiſontalement, dont la longueur ſera double du diamétre, rompra, pourvû qu'il péſe la moitié de ce que peſeroit un Cilindre de même baſe, long de 4801 braſſes.

Sur ce Syſtême de Galilée, M. Mariotte fit une réflexion aſſez ſubtile, qui donna naiſſance à un autre Syſtême. Dans un corps ſuſpendu verticalement, & qui ſe rompt, toutes les fibres de la baſe de fraction caſſent à la fois, & par conſéquent le poids abſolu du corps ſurmonte la réſiſtance ou l'union de toutes ces fibres priſes enſemble. On peut concevoir que la même choſe arrive dans le corps ſuſpendu horiſontalement, mais on peut concevoir auſſi que les fibres étant capables de prêter & de s'étendre juſqu'à un certain point, & n'exerçant leur force entiére que quand elles ſont auſſi étendues qu'elles le puiſſent être ſans caſſer, celles qui ſont les plus proches de l'axe d'équilibre qui eſt une ligne immobile, s'étendent moins que celles qui en ſont plus éloignées, & par conſéquent exercent & emploient une moindre partie de leur force. Cette différence entre la ſuſpenſion verticale & l'horiſontale,

vient de ce que dans l'horiſontale, il y a un point ou une ligne immobile, un centre de mouvement, qui n'eſt pas dans la verticale. Si dans l'horiſontale toutes les fibres caſſent à la fois, il faut un plus grand poids relatif qu'il ne faudroit, ſi elles ne caſſent que les unes après les autres, & s'étendent plus ou moins ſelon leurs différentes diſtances de l'axe d'équilibre, c'eſt-à-dire, en un mot, ſi elles n'exercent pas toutes à la fois toute leur force. Galilée a ſuppoſé qu'elles caſſoient toutes à la fois, mais l'autre hypothèſe eſt ſans comparaiſon plus vraiſemblable, & M. Mariotte l'a embraſſée, & par conſéquent il doit toujours trouver un moindre poids relatif que celui que Galilée trouve. C'eſt-là déja un moyen infaillible de décider par l'expérience laquelle des deux hypothèſes eſt la plus conforme à la Nature.

M. Varignon les a compriſes toutes deux dans une même Formule générale, après quoi développant ſa Formule, il a trouvé que l'hypothèſe de M. Mariotte ajoutoit à celle de Galilée, la conſidération du Centre de Percuſſion de la baſe du corps à rompre, ce que M. Mariotte lui-même n'avoit pas vû. La comparaiſon des Centres de gravité de l'hypothèſe de Galilée aux Centres de Percuſſion de l'hypothèſe de M. Mariotte répand dans toute cette matiére un jour nouveau & brillant, & y produit une diſpoſition & un ordre qui plaiſent à l'Eſprit. Et afin d'en donner quelque idée, nous allons tâcher de faire voir ici ſans aucun calcul algébrique, combien ce qui eſt venu par le calcul a été conforme à des notions ſimples & naturelles, qui ne demandent point d'Algébre.

Toutes les fois que pluſieurs Puiſſances unies, ou liées enſemble, ou enfin ſe modifiant les unes les autres de quelque maniére que ce ſoit, agiſſent en même-tems ou pour imprimer le même mouvement à un Corps, ou pour lui en imprimer de différens ou d'oppoſés, aucune de ces Puiſſances n'exerce ſon action par la même ligne, ou, ce qui eſt la même choſe, ſelon la même direction qu'elle eût eue, ſi elle eût agi ſeule; mais de toutes les directions par-

ticuliéres & simples, il s'en forme une composée, qui est la seule selon laquelle le Corps est mû.

Cela posé, il est évident que si l'on veut arrêter ce Corps en lui présentant un obstacle, il faut le lui présenter dans la ligne de la direction composée qui résulte de toutes les Puissances qui agissent sur lui, car par tout ailleurs on ne le rencontreroit point. Il est évident aussi que si l'on veut profiter en même-tems des actions différentes de toutes ces Puissances, autant qu'il est possible d'en profiter, il faut les prendre dans la ligne de leur direction composée, puisque c'est la seule où toutes leurs actions se réunissent.

Si dans toute cette ligne il n'est question que d'un point, comme lorsque deux Puissances sont appliquées à un Levier, & qu'il ne s'agit que du point du Levier par où passe leur direction composée, ce point est également ou point d'Appui, puisque c'est par-là qu'on pourroit arrêter toute leur action, & les mettre en équilibre, ou Centre, puisque leurs actions y sont réunies. C'est selon cette derniére idée qu'il y a en Méchanique différentes espéces de Centres, comme de Gravité, d'Agitation, de Percussion, &c. selon les différentes circonstances que l'on considére. Il est donc toujours vrai en même-tems, & que les différentes Puissances ont toute leur action commune réunie en ce point, d'où il suit qu'elles y ont plus d'action que par tout ailleurs; & que l'on peut les arrêter toutes par ce point, & par conséquent les mettre en équilibre, d'où il suit que de part & d'autre de ce point, elles ont des actions égales, ou plûtôt font des efforts égaux pour agir.

Chercher le point où se réunit l'action de différentes Puissances, ou chercher le point autour duquel elles feroient équilibre, c'est donc la même chose, & toute Puissance ou force ayant pour mesure la quantité de mouvement qu'elle cause ou pourroit causer, c'est-à-dire, le produit d'une masse ou d'un poids par sa vîtesse, il ne s'agit pour trouver des Equilibres de différentes forces, que de trouver ces produits égaux.

Ainsi deux Poids étant appliqués à une Verge inflexi-

ble ou Levier, ils ne pourront être en équilibre que sur un point immobile de cette Verge pris entre eux, tel que les arcs circulaires qu'ils décriroient de part & d'autre de ce point, ou, ce qui est la même chose, leurs vîtesses, multipliées par leurs masses, feroient des produits égaux; & en même-tems si l'on vouloit que cette Verge chargée de ces deux poids, & mûe parallelement à elle-même, c'est-à-dire, par exemple, tombant parallelement à l'horison, frappât un corps par quelqu'un de ses points avec le plus de force qu'il fût possible, il faudroit que ce fût par le point autour duquel les deux poids peuvent être en équilibre. Si l'on veut que les deux poids avec la Verge ne fassent plus qu'un même corps, ce point d'équilibre devient le Centre de gravité de tout ce Corps, & tout Centre de gravité d'un Corps, n'est que le point autour duquel toutes ses parties conçues comme des poids qui pourroient avoir différentes vîtesses, feroient équilibre.

Puisque la Verge chargée des deux poids, & mûe parallelement à elle-même, doit frapper un Corps par le point d'équilibre, ou par son Centre de gravité, pour le frapper avec le plus de force qu'il se puisse, ce Centre peut s'appeller aussi *Centre de Percussion*; mais si la Verge n'est pas mûe parallelement à elle-même, si elle l'est sur une de ses extrémités immobiles, de sorte que toutes ses autres parties décrivent de plus grands arcs de cercles, selon qu'elles en seront plus éloignées, alors le centre de gravité n'est plus le Centre de Percussion, & voici pourquoi.

Outre la vîtesse plus ou moins grande que deux Corps peuvent avoir par rapport au point de leur équilibre, il est possible qu'ils aient encore une autre vîtesse qui leur sera propre & indépendante de ce point. Si par exemple, deux Corps venoient avec des vîtesses différentes & des directions opposées, frapper une surface qui pût tourner librement autour d'un pivot, ils n'auroient pas seulement une vîtesse plus ou moins grande par rapport à ce pivot, selon qu'ils frapperoient en des points qui en seroient plus

ou moins éloignés, mais ils auroient par eux-mêmes la vîtesse plus ou moins grande, avec laquelle ils seroient venus frapper, & ils ne pourroient faire équilibre sur la surface que quand leurs masses ou poids multipliés par ces deux vîtesses, feroient des produits égaux. Lorsqu'une Verge est mûe parallelement à elle-même, tous ses points, & par conséquent les deux poids dont on la suppose chargée, ou plûtôt tous ses points pris pour des poids égaux, ont par eux-mêmes la même vîtesse, & ils n'en peuvent avoir une différente que par rapport à leur point d'équilibre, ou Centre de gravité ou de Percussion. Mais quand cette Verge est mûe sur une de ses extrémités immobiles, tous ses points ont par eux-mêmes différentes vîtesses, puisqu'ils décrivent tous des arcs circulaires inégaux, & si on les considere de plus par rapport à un Corps qu'ils doivent frapper, ce corps sera comme le point fixe d'un Levier, par rapport auquel tous les points de la Verge mûe auront différentes vîtesses, selon qu'ils en seront plus ou moins éloignés, & d'autres vîtesses que celles qu'ils avoient par eux-mêmes. Par conséquent la force de tous ces points pris pour des poids égaux, consiste dans leur produit fait par les deux différentes espéces de vîtesse qu'ils ont, au lieu que dans la Verge mûe parallelement à elle-même, l'une de ces espéces de vîtesse, étant la même pour tous les points, elle ne devoit point entrer dans les produits qui font la force ou quantité de mouvement.

Dans le cas de la Verge mûe sur une de ses extrémités comme centre, les vîtesses que tous ces points ont par eux-mêmes, sont comme leurs distances de ce centre, & par conséquent la force de tous ces points seroit encore la même, si on les concevoit comme des poids toujours croissans depuis ce centre proportionnellement à leurs distances. Alors il est manifeste que pour trouver sur cette Verge ainsi chargée de poids toujours croissans, leur point d'équilibre, ou leur centre de gravité, il faudroit trouver un point tel que tous les poids d'un côté multipliés par leurs vîtesses ou par leurs distances prises par rapport à ce

point, fiſſent un produit égal à tous les poids de l'autre côté multipliés de même. Il eſt clair auſſi qu'à cauſe de l'inégalité des poids toujours moindres vers l'extrémité immobile de la Verge, ce point d'équilibre ſeroit plus proche de l'extrémité mobile, & il ſe trouve par le calcul qu'il ſeroit aux $\frac{2}{3}$ de la Verge à compter de l'extrémité immobile, au lieu que la Verge étant mûe parallelement, & par cette raiſon tous ſes points ne pouvant être conçus que comme des poids égaux, leur point d'équilibre ſeroit néceſſairement à la moitié. Or dans le cas de la Verge chargée de poids croiſſans proportionnellement à leurs diſtances d'une extrémité, le point d'équilibre eſt le même que leur Centre de force ou de percuſſion, puiſque cette hypothèſe renferme l'équivalent des vîteſſes qu'ils auroient par eux-mêmes. On voit donc que dans la Verge mûe circulairement, le Centre de gravité ne ſe confond pas avec le Centre de percuſſion, comme dans la Verge mûe parallelement, & il eſt aiſé de concevoir que ce même raiſonnement s'applique aux Surfaces, & même aux Solides, auſſi-bien qu'aux Lignes.

Reprenons maintenant les hypothèſes de Galilée & de M. Mariotte. Dans l'une & dans l'autre, la baſe par laquelle le corps rompt, ſe meut ſur l'axe d'équilibre, qui eſt une ligne immobile de cette même baſe ; mais dans la ſeconde, les fibres de cette baſe de fraction vont toujours en s'étendant de plus en plus, ſelon la même raiſon qu'elles s'éloignent davantage de l'axe d'équilibre, & par conſéquent en exerçant une plus grande partie de leur force entiére. Ces extenſions inégales doivent avoir, comme toutes les autres forces, un Centre où elles ſe réuniſſent, & par rapport auquel elles faſſent de part & d'autre des efforts égaux ; & comme elles ſont préciſément dans la même proportion que les vîteſſes, qu'auroient par eux-mêmes les points d'une Verge mûe circulairement, le Centre *d'Extenſion* de la baſe par laquelle le Corps rompt ou tend à rompre, doit être le même que ſon Centre de percuſſion, & voilà ce qui fait entrer dans

cette

cette Théorie les centres de percuſſion, qui ſans cela y pourroient paroître étrangers. L'hypothéſe de Galilée dans laquelle les fibres s'étendent toutes également & caſſent à la fois, répond au cas de la Verge mûe parallelement, & par conſéquent le Centre d'extenſion ou de percuſſion n'y paroît point, parce qu'il ſe confond avec le Centre de gravité.

La baſe de fraction étant une ſurface dont la nature particuliére détermine ſon Centre de percuſſion, il faut la connoître pour ſçavoir à quel point il eſt placé ſur l'axe vertical de cette baſe, ſur lequel il eſt toujours, & combien il eſt éloigné de l'axe d'équilibre; mais en général on ſçait toujours qu'il agit avec d'autant plus d'avantage qu'il en eſt plus éloigné, parce qu'il agit par un plus long bras de Levier, & par conſéquent c'eſt la réſiſtance inégale des fibres dans l'Hypothéſe de M. Mariotte, qui produit le Centre de percuſſion; mais cette réſiſtance inégale étant plus ou moins grande, ſelon que dans les différentes ſurfaces de la baſe de fraction le Centre de percuſſion ſera placé plus ou moins haut ſur l'axe vertical de la baſe, il faut, pour exprimer cette réſiſtance inégale accompagnée des variations dont elle eſt capable, prendre le rapport qu'ont entre elles, la diſtance du Centre de percuſſion à l'axe d'équilibre, & la longueur de l'axe vertical de la baſe. Le Centre de percuſſion ne peut jamais être au ſommet de cet axe vertical, & dans ce rapport le premier terme ou le numerateur eſt toujours plus petit que le ſecond ou le dénominateur. Ainſi ce rapport eſt une fraction toujours plus petite que l'Unité; la réſiſtance inégale des fibres dans l'hypothéſe de M. Mariotte eſt donc d'autant plus grande, ou, ce qui revient au même, approche d'autant plus de leur réſiſtance égale dans l'hypothéſe de Galilée, que les deux termes du rapport approchent plus de l'égalité, & s'il étoit poſſible qu'ils y parvinſſent, ce qui ne ſe peut, l'hypothéſe de M. Mariotte retomberoit dans celle de Galilée.

De-là il ſuit que la Réſiſtance des Corps à être rompus,

toujours moindre dans l'hypothése de M. Mariotte, que dans celle de Galilée, est à leur Résistance dans l'hypothése de Galilée, comme le plus petit des termes de ce rapport, est au plus grand, c'est-à-dire, comme la distance du Centre de percussion à l'axe d'équilibre, est à la longueur de l'axe vertical de la base de fraction. Ce moyen de comparer géométriquement les deux hypothéses, est une des plus belles & des plus agréables conséquences de la Recherche de M. Varignon.

La Résistance étant toujours moindre dans l'hypothése de M. Mariotte, le poids relatif doit être moindre aussi, & par conséquent il sera une moindre partie du poids absolu qui ne change point dans les deux hypothéses ; car dans un corps suspendu verticalement, toutes les fibres cassent à la fois, lorsqu'il vient à rompre. La proportion établie par Galilée entre le poids relatif & le poids absolu, & rapportée ci-dessus, ne peut donc subsister dans l'hypothése de M. Mariotte, à moins que l'on n'augmente le poids relatif précisément de la quantité dont cette hypothése demande qu'il soit augmenté, ou que l'on ne diminue de cette même quantité le poids absolu. Or pour diminuer ainsi le poids absolu, il n'y a qu'à le multiplier par ce rapport ou fraction toujours moindre que l'unité, & qui renferme toute la différence des deux hypothéses. Et cela fait, on trouve que le poids absolu multiplié par ce rapport, est au poids relatif, comme la distance du centre de gravité du corps à l'axe d'équilibre, est à la distance du centre de gravité de sa base de fraction à ce même axe; ce qui est précisément la même chose que la Formule générale que M. Varignon donne pour l'hypothése de M. Mariotte. En effet, après que nous avons conçu dans l'hypothése de Galilée, le poids relatif d'un corps, & sa résistance égale à son poids absolu comme deux Puissances contraires appliquées à deux bras de Levier, il n'y a pour changer tout d'un coup cette hypothése en celle de M. Mariotte, qu'à imaginer que la résistance, ou le poids absolu est devenu moindre, & que tout le reste demeure le

même. Ainſi lorſqu'on voit que dans la Formule générale que M. Varignon donne pour l'hypothéſe de M. Mariotte, la diſtance du Centre de percuſſion à l'axe d'équilibre y entre auſſi-bien que la diſtance du Centre de gravité à ce même axe, il ne faut pas concevoir que ces deux diſtances ſoient deux bras de Levier auſquels la même Réſiſtance, ou deux différentes Réſiſtances ſoient appliquées, mais qu'une ſeule réſiſtance agit par le Centre de gravité, diminuée comme elle doit l'être par rapport à l'hypothéſe de Galilée, & que c'eſt ſeulement pour exprimer cette diminution que le Centre de percuſſion entre dans la formule; auſſi n'y entre-t-il que comme étant l'un des deux termes du rapport qui enferme la différence des deux hypothéſes, & l'autre terme l'accompagne toujours, c'eſt-à-dire, l'axe vertical de la baſe.

M. Mariotte a conçû que les fibres qui s'étendent toujours de plus en plus en même raiſon qu'elles ſont plus éloignées de l'axe d'équilibre, emploient auſſi une plus grande partie de leur force totale & abſolue en même raiſon qu'elles ſouffrent une extenſion plus grande. Cette penſée eſt très-vraiſemblable; mais on pourroit prétendre qu'elle ne ſeroit pas exactement vraie, que les fibres, par exemple, employeroient une plus grande partie de leur force totale à la fin de leur extenſion qu'au commencement, & cela en telle raiſon qu'on voudra. M. Varignon, pour comprendre dans ſa formule générale toutes les différentes hypothéſes qu'on pourroit faire ſur ce point, y introduit une Courbe indéterminée, dont les Ordonnées repréſenteront les quantités que les fibres emploient de leur force totale ſelon les différentes extenſions. Le Centre de percuſſion ne laiſſe pas de ſubſiſter toujours, parce que les extenſions des fibres ſont toujours proportionnées à leurs diſtances de l'axe d'équilibre, quoiqu'elles ne le ſoient plus aux quantités de la force totale.

De même, la formule de M. Varignon pour la réſiſtance des Solides dans toutes les hypothéſes eſt ſi générale, qu'elle ne comprend pas ſeulement toutes les baſes

de fraction que les Solides peuvent avoir selon leurs différentes figures, qui sont infinies, mais encore ces mêmes bases, quand même les Corps à rompre seroient creux, & leurs bases par consequent des espéces d'Anneaux. On verra aussi qu'elle comprend jusqu'à des cas sur les bases, qui ne peuvent être raisonnablement supposés.

Nous n'avons voulu ici, pour plus de clarté, considerer les Corps, que comme devant être rompus par leur propre poids; & M. Varignon avant que de les considerer de cette maniére, les a considerés comme étant sans pesanteur, & devant être rompus par un poids étranger appliqué à leur extrémité. Tout cela revient au même, pourvû qu'on observe seulement que le poids étranger agit par un bras de levier égal à toute la longueur du Corps, au lieu que leur propre poids étant tout réuni à leur Centre de gravité, n'a pour bras de levier que la distance de ce Centre à l'axe d'équilibre.

Une des plus curieuses Questions de toute cette Recherche, & celle en même-tems qui peut être la plus utile, est de trouver quelle doit être la figure d'un Corps, afin que sa résistance soit égale dans toutes ses parties, soit qu'étant conçû sans pesanteur il soit chargé d'un poids étranger, soit qu'il n'ait à soûtenir que son propre poids. Nous ne considererons ici que ce dernier cas, sur lequel il sera facile de trouver l'autre.

Supposons d'abord l'hypothése de Galilée. Si l'on veut qu'un Corps, dont la figure n'est point encore déterminée, suspendu horisontalement, résiste également en toutes ses parties, il faut qu'une partie quelconque de ce Corps étant conçûe retranchée par un plan parallele à la base de fraction du Corps, le poids de la partie retranchée soit à sa résistance en même proportion que le poids du Tout à la sienne, ces quatre Puissances agissant par les bras de levier qui leur sont propres. Or le poids d'un Corps quelconque ainsi consideré, c'est son poids entier multiplié par la distance du Centre de gravité de ce corps à l'axe d'équilibre, & la résistance c'est le plan de la base de

fraction multiplié par la distance du Centre de gravité de la base à ce même axe, & par conséquent ces deux Quantités doivent être proportionnelles dans le Tout & dans une partie quelconque d'un Solide d'égale résistance.

De cette proportion, M. Varignon conclut sans peine la figure de deux Solides, qui résisteront également en toutes leurs parties; au lieu que Galilée qui n'avoit pas suivi une régle si générale, n'en avoit trouvé qu'un. Celui qui est particulier à M. Varignon a une figure de Trompette, & doit être scellé dans le mur par son gros bout, de sorte qu'il est visible que sa grosseur ou son poids diminue toujours à mesure que sa longueur, ou le bras de levier par lequel agit son poids, augmente.

Dans ces Solides, les bases de fraction du tout & d'une partie quelconque sont semblables; par exemple, ce sont des Cercles dans cette espéce de Trompette, & par conséquent les Centres de gravité y ont toujours la même situation. De-là il suit une chose très-remarquable, qui pourroit paroître d'abord paradoxe, & que M. Varignon a découverte, c'est que dans les deux hypothéses de Galilée & de M. Mariotte, quoique différentes, ce sont les mêmes Solides qui font une égale résistance en toutes leurs parties. Car pour passer de l'hypothése de Galilée à celle de M. Mariotte, il n'y a qu'à diminuer de la quantité convenable les Résistances des Touts & de leurs parties quelconques; donc ces Résistances étant dans l'hypothése de Galilée, les bases de fraction multipliées par les distances de leurs Centres de gravité aux axes d'équilibre, il ne faudra de plus pour l'hypothése de M. Mariotte, que les multiplier par le rapport qu'ont entr'elles les distances des centres de percussion aux axes d'équilibre, & les longueurs des axes verticaux des bases. Or les bases étant déja semblables par l'hypothése de Galilée, les distances des centres de percussion & les axes verticaux y auront nécessairement le même rapport; donc cette multiplication que demande l'hypothése de M. Mariotte, n'apportera nul changement à celle de Galilée.

Dans le cas des Corps conçus ſans peſanteur, & chargés d'un poids à leur extrémité, M. Varignon trouve encore par des raiſonnemens ſemblables, que les mêmes Solides ſont d'égale réſiſtance dans les deux hypothéſes.

On a ſuppoſé juſqu'ici que les Corps à rompre n'étoient arrêtés dans un Mur que par une de leurs extrémités, & qu'ils étoient libres par l'autre. Maintenant on les peut conſiderer appuyés par leurs deux extrémités, comme une Poutre portée ſur deux murs, que ſon propre poids tendroit à rompre par le milieu, ſuppoſé qu'elle fût quarrée. Des mêmes principes que M. Varignon a employés pour la premiére Recherche, il en déduit une formule générale pour la ſeconde dans les deux hypothéſes, après quoi il trouve quelle devroit être la figure des Solides qui appuyés ainſi par leurs deux extrémités feroient une égale réſiſtance en toutes leurs parties dans l'hypothéſe de Galilée. Ce grand Homme n'en avoit trouvé qu'un & s'y étoit trompé, ainſi que l'a démontré autrefois feu M. Blondel de l'Académie des Sciences. M. Varignon ajoute encore deux nouveaux Solides à celui de M. Blondel, & fait voir que dans l'hypothéſe de M. Mariotte, ils auroient auſſi la même propriété. Ainſi quand il eſt queſtion de Solides d'égale réſiſtance dans quelque cas que ce ſoit, la différence des deux hypothéſes diſparoît toujours.

Le détail de cette ſeconde partie ſeroit inutile, après ce que nous avons dit ſur la premiére. Il ſuffit que l'on voie par quel art toute cette matiére de la Réſiſtance des Solides, qui eſt une eſpéce de petite Science, a été embraſſée toute à la fois, de ſorte qu'il n'en puiſſe rien échapper, & que tout ce qui y eſt compris, tombe ſous un ſeul coup d'œil. Ces vûes générales ne ſont pas ſeulement les plus commodes, ce ſont auſſi les plus ſublimes; il faut être placé plus haut pour découvrir tout-à-la-fois une plus grande étendue.

SUR QUELQUES ARCS EMPLOYE'S DANS L'ARCHITECTURE.

LEs Architectes ne croient pas avoir besoin d'une si exacte Géométrie pour la description de leurs lignes, par exemple, pour celle de leurs Arcs & de leurs Ceintres; ils ont principalement les yeux à contenter, qui ne sont pas Géométres, & qui jugent par d'autres Régles. Ainsi de grands Architectes ont prétendu qu'en certaines occasions où l'on avoit à faire des Arcs surbaissés, une certaine Courbe qu'ils ne se sont point mis en peine de connoître géométriquement, mais qu'ils sçavoient décrire d'une maniére méchanique, feroit un effet plus agréable que des portions de Cercle ou d'Ellipse. V. les M. p. 94.

M. de la Hire a étudié cette Courbe en Géométre, sur le seul fondement de sa description méchanique, qui l'a conduit à en déterminer la nature. Il a trouvé que c'étoit une Parabole, mais posée nécessairement de maniére que son sommet qui est une espéce d'angle & de pointe, feroit à un des côtés du Ceintre, & y choqueroit les yeux qui n'aiment point à rencontrer en leur chemin ces sortes d'inégalités rudes & raboteuses. Ce défaut pourroit cependant être sauvé par de certaines ruses de l'art, mais enfin il vaut encore mieux n'avoir pas à le sauver, & l'Ellipse est préférable. Il se rencontre ici que cette seche Géométrie qui ne songe nullement à l'agrément des figures, corrige une invention qui n'avoit pour objet que de plaire aux yeux.



SUR LA RESISTANCE DES CILINDRES CREUX ET SOLIDES.

SI cette Queſtion étoit propoſée, lequel de deux Bâtons égaux en longueur, & cilindriques, eſt le plus aiſé à rompre ſur le genou, ou celui qui eſt entiérement ſolide, ou celui qui eſt creux, ayant la même quantité de matiére que l'autre, la plûpart des gens n'héſiteroient guère à décider que le bâton creux feroit le plus aiſé à rompre.

Cependant c'eſt tout le contraire, dès que l'on conſulte les principes de la Méchanique. Quand on appuye un bâton ſur ſon genou pour le rompre, on l'appuye par quelqu'un de ſes points, & c'eſt le point diamétralement oppoſé qui prendra un mouvement circulaire autour du point d'appui, lorſque la fraction ſe fera. Voilà donc un Levier; & ce point qui ſe meut circulairement, décrit un arc d'autant plus grand, qu'il eſt plus éloigné du point d'appui ou du point fixe, & par conſéquent il en a d'autant plus de force pour réſiſter à la Puiſſance qui tend à faire la fraction. Un plus gros Cilindre plein eſt donc plus difficile à rompre, non-ſeulement parce qu'il contient plus de matiére ſur laquelle il faut agir, mais encore parce que le diamétre de ſa baſe eſt plus grand, & que l'extrémité de ce diamétre qui ſe meut dans la fraction, eſt plus éloignée du point fixe. Si ce Cilindre en conſervant la même quantité de matiére, devenoit creux, il eſt viſible que ſon diamétre total, c'eſt-à-dire le diamétre tant de la partie creuſe, que de la partie ſolide, augmenteroit néceſſairement, & par conſéquent auſſi une des cauſes qui faiſoient ſa force, & ſa réſiſtance à être rompu.

Tout cilindre creux eſt donc plus fort qu'un cilindre

plein qui n'a que la même quantité de matiére, & c'est-là, selon toutes les apparences, une des raisons pour lesquelles les os des Animaux & les tuyaux des Herbes sont creux.

Galilée premier Auteur de ces sortes de recherches, n'a consideré dans les Cilindres pleins & creux, ayant leurs bases formées de la même quantité de matiére, que l'inégalité de leurs diamétres, & par conséquent il a établi que la résistance d'un Cilindre creux, est à celle d'un Cilindre plein, comme le diamétre total du creux est au diamétre du plein.

Mais cette considération est imparfaite, en ce que les extensions des fibres dont les Cilindres sont composés, n'y entrent point. Nous avons vû * que ces extensions, & par conséquent les résistances de toutes les fibres particuliéres, vont toujours en augmentant depuis le point fixe jusqu'à la fibre la plus éloignée, qui doit rompre la premiére, & que l'on peut supposer dans la plus grande extension qu'elle puisse souffrir. C'est la somme de toutes ces résistances inégales qui fait la résistance que toutes les fibres ensemble opposent à la Puissance qui tend à les rompre. * p. 107.

Ainsi la résistance totale du Cilindre dépend de trois choses; de la quantité de la matiére qui compose sa base, de la résistance que toutes les fibres ensemble apportent à leur extension, de la grandeur du diamétre du Cilindre.

Reste à déterminer & à exprimer géométriquement ces grandeurs, & c'est ce qu'a fait M. Parent. Il a fallu égaler les cercles de la base des cilindres pleins, aux bandes ou Zones pleines des cilindres creux, & trouver la somme infinie des résistances inégales de toutes les fibres; ce qui est un cas particulier de la Méthode générale de M. Varignon, rapportée ci-dessus *. * p. 116.

M. Parent étant arrivé à une Formule générale qui contient toutes les résistances possibles des cilindres creux comparés aux pleins, a calculé sur cette Formule une Table où il suppose que le demi-diamétre total d'un cilindre creux est toujours de 100 parties, & que la résistan-

ce du cilindre plein qui contient dans sa base autant de matiére que l'autre, est aussi divisée en 100 parties. On voit par la Table : 1°. Qu'à mesure que le Cilindre creux, dont le rayon ne peut avoir que 100 parties d'une certaine grandeur déterminée, a plus de vuide, & par conséquent moins de matiére, il fait une plus grande résistance que le cilindre plein correspondant : 2°. Que cette inégalité de résistance diminue toujours à mesure que le cilindre creux est moins creux, & contient plus de matiére; que par exemple, un cilindre dont le vuide a *99* de rayon & qui a 1 d'épaisseur, & auquel par conséquent répond un Cilindre plein qui n'a que 14 de rayon, a une résistance qui est à celle du cilindre plein, comme 848 à 100, c'est-à-dire, comme 8 $\frac{12}{25}$ à 1, & que le cilindre qui a 50 de vuide & 50 d'épaisseur, & auquel répond un cilindre plein qui a 87 de rayon, a une résistance qui n'est à celle du plein que comme 121 à 100 : 3°. Que le Cilindre creux de *99* de vuide dont la résistance comparée à celle du plein qui a 14 de rayon, seroit selon Galilée 7 $\frac{1}{7}$ fois plus grande, en a une 8 $\frac{12}{25}$ fois plus grande, selon l'hypothèse de M. Parent, qui est aussi celle de M. Mariotte.

DE LA FIGURE DES FUSE'ES

DES HORLOGES A RESSORT.

V. les M. p. 192.

LE Ressort que l'on applique aux Horloges, en est le premier moteur. Il est enfermé, & roulé dans un tambour cilindrique, contre lequel il agit, & qu'il fait tourner en se déroulant. Une corde, ou petite chaîne, qui d'un côté est entortillée sur la Fusée qu'elle couvre entiérement, & de l'autre est attachée au tambour, quitte la Fusée pour s'entortiller autour du tambour, à mesure qu'il tourne. De-là dépendent les mouvemens de toutes les autres piéces de l'Horloge.

L'action du Reſſort s'affoiblit toujours depuis le commencement juſqu'à la fin ; & par conſéquent ſi cette inégalité n'étoit rectifiée, il tireroit la corde avec plus de force dans les commencemens, & en feroit paſſer dans un tems égal une plus grande partie ſur le tambour, ce qui ruineroit l'égalité ſi néceſſaire aux mouvemens de l'Horloge.

Pour corriger l'inégalité de l'action du reſſort, on ne pouvoit rien imaginer de plus ingénieux, que de faire en ſorte que le reſſort fût toujours appliqué à des bras de levier plus longs à meſure qu'il s'affoibliroit. Ce ſecours étranger qui augmente toujours avec le beſoin, maintient l'action du reſſort dans l'égalité. C'eſt pour cette raiſon que la Fuſée a une figure conique. Son axe qui eſt immobile, eſt la ſuite des centres de toutes les circonférences inégales de cercle qui compoſent la ſurface de la Fuſée. Selon que la partie de la corde qui ſe déſentortille eſt appliquée à une plus grande circonférence de cercle, elle eſt à une plus grande diſtance du point fixe qui lui répond dans l'axe, & par conſéquent la Puiſſance qui tire par cette corde, c'eſt-à-dire le Reſſort, agit plus avantageuſement. C'eſt par le haut du Cone, que le Reſſort commence à tirer ; car c'eſt alors qu'il eſt le plus fort par lui-même.

Si l'action du reſſort diminuoit également, comme font les baſes paralleles d'un Triangle, dont les intervalles ſont égaux, le Cone qui eſt engendré par un Triangle, ſeroit préciſément la figure qu'il faudroit donner à la Fuſée. Mais l'affoibliſſement du reſſort ne ſe fait pas ſelon cette proportion, & par conſéquent la Fuſée ne doit pas être conique. Déja l'expérience a fait voir qu'elle ne devoit pas l'être exactement, & qu'il la falloit creuſer un peu vers le milieu, c'eſt-à-dire, diminuer le bras de levier, parce qu'en cet endroit, l'action du reſſort n'eſt pas par elle-même aſſez affoiblie.

Il faut donc trouver quelle eſt préciſément la figure dont la Fuſée doit être, ou, ce qui eſt la même choſe,

quelle est la Courbe, qui par sa révolution autour de son axe produiroit le Solide dont on doit faire la Fusée.

Il y a quelques années que M. Varignon chercha cette Courbe, & la détermina. Il posoit pour principe, que les forces du ressort sont comme les longueurs de corde qu'il désentortille autour de la Fusée, ce qui paroît vrai; car plus le ressort est fort, plus il tire de corde en un tems égal: & de plus M. Varignon supposoit la corde si flexible & si déliée, qu'elle prenoit exactement la même courbure de surface que la Fusée; d'où il s'ensuivoit que la corde désentortillée étoit égale à la surface de la Fusée qu'elle laissoit découverte, & que les forces du ressort étoient comme les portions correspondantes de cette surface. Mais parce que la nature du Ressort n'est peut-être pas encore bien connue, & qu'il n'est pas impossible que les forces d'un Ressort soient entre elles, non pas comme les longueurs de corde désentortillées, mais comme quelques puissances de ces longueurs, c'est-à-dire par exemple, qu'un ressort lorsqu'il est 4 fois, 9 fois plus fort, ne tire que 2 fois, 3 fois plus de corde; M. Varignon donne présentement une Equation de Courbe, qui contient en général toutes les hypothèses possibles, où les forces du ressort seront réglées sur quelque puissance que ce soit des longueurs de corde désentortillées. Ainsi l'hypothèse une fois déterminée, on n'a qu'à la substituer dans l'Equation, & on verra paroître aussi-tôt la Courbe que cette hypothèse demande.

L'axe de la Fusée est aussi l'axe de la Courbe, qui est convexe du côté de cet axe, & les Ordonnées sont les différentes distances où la corde doit être à l'égard de tous les points fixes successifs, qui sont autant de points de l'axe. L'inégalité de ces Ordonnées dépend entiérement de l'hypothèse qu'on prendra pour la variation des forces du ressort. Les Ordonnées sont toujours plus petites vers le haut, parce que le ressort est toujours plus fort au commencement de son action. La force du ressort multipliée par le bras de levier où elle est appliquée à chaque mo-

ment devant faire un produit toujours égal, il s'ensuit que quand le Solide de la Courbe sera formé, une Ordonnée multipliée par la surface du Solide comprise entre cette Ordonnée & la plus grande de toutes qu'on peut appeller l'Ordonnée de la Base, donnera toujours un produit égal à celui de toute autre Ordonnée, multipliée de la même maniére; car ces Ordonnées ne sont que des bras de levier, & les portions de surface, comprises entre elles & la Base, sont égales aux longueurs des cordes qui les couvrent, c'est-à-dire, aux forces du ressort correspondantes. C'est-là ce qui fait l'Equation & l'essence de la Courbe.

Si dans le premier instant de l'action du ressort, sa force étoit infinie, il faudroit pour conserver l'égalité qui doit toujours regner dans la Courbe, que cette force infinie fût multipliée par une Ordonnée nulle ou infiniment petite, & dans ce point la Courbe rencontreroit nécessairement l'axe. Mais comme la force du ressort, quelque grande qu'on la supposât, ne peut jamais être supposée infinie, il ne peut donc y avoir d'Ordonnée nulle, & par conséquent la Courbe ne peut jamais rencontrer son axe, quoiqu'elle s'en puisse toujours rapprocher, ou, ce qui est la même chose, l'Axe est Asymptote de la Courbe.

Quand la corde sera arrivée à la plus grande Ordonnée ou à la Base, il ne restera plus de surface par laquelle cette Ordonnée puisse être multipliée, & il semble que l'égalité essentielle à la Courbe manque là. Mais il faut remarquer que cette Courbe a essentiellement une partie qui est une ligne droite, & une prolongation de sa plus grande Ordonnée. La longueur de cette droite qui appartient à la Courbe mixte, se détermine aisément; & quand le Solide se forme, elle fait un plan, qui multiplié par l'Ordonnée de la Base, donne un produit égal à tous les autres produits semblables.

Jusqu'ici on n'a supposé les différentes forces du ressort réglées que sur des puissances quelconques des longueurs de cordes; mais comme la résolution d'un Problême ne peut être trop générale, & que tout ce qui la limite, &

l'asservit à certains cas, diminue d'autant sa beauté ; M. Varignon a étendu celle-ci à toutes les variations possibles des forces du ressort, réglées non sur les longueurs des cordes qui y ont un rapport naturel, mais sur tout ce qu'on voudra de plus étranger, sur les Ordonnées de telle Courbe qu'on voudra choisir.

SUR LA FORCE NECESSAIRE

POUR REMONTER LES BATEAUX.

V. les M. p. 254.

NOus sommes dans un Siécle où les Arts cherchent à profiter des nouvelles lumiéres de la Philosophie. Comme la nature du mouvement est mieux connue, on voit naître plus de Machines, ou du moins plus d'idées, qui d'ordinaire sont ingénieuses ; sur-tout l'utilité qu'il y auroit pour les Inventeurs à remonter des Bateaux contre le courant des riviéres en épargnant les Chevaux, a fait que la plûpart ont tourné de ce côté-là leurs desseins, & les efforts de leur esprit.

Mais il est aisé d'être trompé au succès de ces sortes de Machines, parce qu'il est très-difficile d'en faire le calcul, c'est-à-dire, de sçavoir précisément à quoi monte la résistance de l'eau courante qu'on entreprend de vaincre, & à quoi montera la force qu'on y veut opposer.

Rien n'est exactement connu en Méchanique que ce qui est évalué en livres ; on ne sçait ce que vaut une force, que quand on sçait quel poids elle peut soûtenir. Ainsi M. de la Hire en donnant aux Machinistes le moyen de réduire en livres la force de l'eau qu'ils auront à surmonter, & celle qu'ils employeront leur donne tout ce qu'ils pouvoient desirer pour être en état de prévoir sûrement l'effet de leurs Machines. La force de l'eau n'avoit point encore été mesurée comme elle va l'être.

L'eau est un corps pesant, qui suit les mêmes loix que

tous les autres. Lorſqu'elle tombe, ſa vîteſſe augmente ſuivant les mêmes proportions, & par conſéquent ſi elle eſt tombée d'une certaine hauteur en un certain tems, & qu'elle conſerve enſuite ſans nulle augmentation la vîteſſe acquiſe par cette chûte, elle parcourra dans le même tems avec un mouvement égal & uniforme, un eſpace double de celui qu'elle a parcouru en tombant avec un mouvement acceleré. De-là M. de la Hire conclut que quelle que ſoit la vîteſſe égale & uniforme d'une eau courante, elle auroit pû être acquiſe par une chûte d'une certaine hauteur, & il ne faut plus qu'avoir un pied pour trouver les hauteurs par les vîteſſes.

On ſçait que les vîteſſes acquiſes par des chûtes de différentes hauteurs, ſont entre elles comme les racines quarrées de ces hauteurs, & d'ailleurs qu'un corps peſant comme l'eau tombe de la hauteur de 14 pieds en une ſeconde, d'où il s'enſuit qu'une eau qui ſeroit tombée d'un réſervoir de 14 pieds de haut, ſeroit en état de parcourir enſuite d'un mouvement uniforme 28 pieds en une ſeconde. Voila tout ce qui eſt néceſſaire pour avoir toutes les hauteurs de réſervoir poſſibles, quand les vîteſſes ſeront données. Car, par exemple, que l'on ſçache par expérience & par obſervation que l'eau de la Seine parcourt 3 pieds $\frac{1}{4}$ en une ſeconde, on trouvera que comme 28 pieds de chemin en une ſeconde ſont à 3 pieds $\frac{1}{4}$, ainſi la racine quarrée du réſervoir de 14 pieds, eſt à la racine quarrée du réſervoir cherché, qui aura 2 pouces & quelques lignes de haut.

Après qu'on a trouvé cette hauteur de réſervoir, qui par une eſpéce de fiction géométrique, auroit pû produire la vîteſſe d'une eau courante, il n'y a plus qu'à déterminer quelle ſurface on veut oppoſer au cours de cette eau. L'étendue de cette ſurface multipliée par la hauteur d'eau qu'on a trouvée, donne un Solide compoſé de pieds, ou de pouces, ou de lignes cubiques d'eau, & l'on trouve facilement quel eſt le poids de ce Solide, en ſuppoſant qu'un pied cubique d'eau peſe 72 livres. C'eſt le poids de

ce Solide qu'il faut soûtenir avec une force égale, si l'on veut opposer au courant de l'eau, une surface qui n'en soit pas emportée. Que si l'on veut même que cette surface se meuve contre le courant avec une certaine vîtesse, ce sera la même chose, que si la surface étoit toujours immobile, & que la vîtesse naturelle de l'eau eût été augmentée de celle dont on veut que la surface remonte contre le courant. Il n'y aura donc qu'à faire le calcul sur le pied de la vîtesse de l'eau augmentée, on trouvera une plus grande hauteur de réservoir, & un Solide d'eau d'un plus grand poids.

En renversant tout ce raisonnement, il est visible que si la force que l'on emploie pour mouvoir une certaine surface dans une eau calme, ou même contre le courant de l'eau, est donnée, on trouvera avec quelle vîtesse la surface sera mûe soit dans l'un, soit dans l'autre cas. La force mouvante étant exprimée en livres, on verra quelle hauteur d'eau il faudra sur la surface donnée pour faire un Solide d'eau d'un poids égal; cette hauteur d'eau trouvée, donnera la vîtesse qui lui répond, & qui sera ou celle dont la surface sera mûe dans une eau calme, ou la somme des vîtesses de l'eau & de la surface, si l'eau est courante, de sorte que pour avoir la vîtesse dont la surface remontera, il ne faudra que retrancher de cette somme la vîtesse du courant de l'eau.

Par ce moyen, M. de la Hire calcule ou la vîtesse que toute force connue pourra donner à un bateau, ou la force nécessaire pour mouvoir un bateau avec une certaine vîtesse déterminée, pourvû que l'on ait toujours égard aux différentes maniéres d'appliquer les forces, & c'est sur quoi il fait plusieurs réflexions, en prenant pour exemples de son calcul ces applications différentes. Elles se réduisent ou à des Chevaux qui tirent un bateau, ou à quelques Machines qui font le même effet, ou à des Rames.

Tout effort demande un point fixe qui lui résiste, & contre lequel il s'exerce. On ne peut rien tirer qu'en s'appuyant contre quelque chose d'immobile, & le point d'ap-

pui

pui eſt pouſſé avec la même force dont ce que l'on tire eſt tiré. On fait néceſſairement ces deux actions dans le même-tems, quoique l'on n'en ait qu'une pour objet, & on les fait toutes deux avec le même effort.

L'action de pouſſer l'appui que l'on ſuppoſe immobile, eſt, à la vérité, néceſſaire pour tirer le fardeau, mais elle eſt perdue, & ſans effet, quant au mouvement de ce fardeau, puiſqu'effectivement ce n'eſt pas par cette action qu'il eſt tiré. Ainſi ſi l'on tire un fardeau en s'appuyant contre la terre, on pouſſe la terre avec les pieds, & on tire le fardeau avec les bras qui font un effort égal à celui des pieds; mais il eſt viſible que l'action des pieds, quoique néceſſaire pour tirer le fardeau, n'eſt pas celle qui le tire. Si l'on pouvoit faire en ſorte que cette action des pieds tirât auſſi le fardeau, & la mettre à profit pour cet effet que l'on a uniquement en vûe, il eſt clair qu'on en tireroit le fardeau avec une fois plus de facilité, puiſque la nouvelle action qui y conſpireroit ſeroit égale à la premiere. Or c'eſt ce qui en quelques occaſions eſt poſſible à l'art de la Méchanique, & même aiſé.

Entre pluſieurs expériences que M. de la Hire fit par rapport à ce ſujet, en voici une aſſez ſimple & aſſez claire. Il ſe mit dans un traîneau, & tenant le bout d'une corde horiſontale attachée aſſez loin de lui à un anneau fixe, il fit tout l'effort dont il étoit capable pour faire avancer vers ce point fixe ſon traîneau chargé du poids de ſon corps, & n'en put venir à bout. Après cela, il mit à la place de l'anneau une poulie fixe, par-deſſus laquelle paſſoit la corde pour aller s'attacher par un de ſes bouts au traîneau, & alors tenant la corde par l'autre bout, & faiſant le même effort qu'auparavant, il vit qu'il avançoit aſſez facilement.

Dans la premiere diſpoſition, les mains de l'Homme aſſis dans le traîneau, ayant ſaiſi la partie de la corde la plus avancée vers le point fixe qu'elles ont pû, elles font la double action, & de s'appuyer par le moyen de la corde ſur le point fixe qu'elles tireroient à elles, s'il n'étoit immobile, & de tirer à elles & vers le point fixe, l'Homme

& le traîneau par le moyen des mufcles des bras. Or il eft manifefte que l'action par laquelle les mains tirent à elles le point fixe, eft inutile à cet égard. Dans la feconde difpofition, cette action inutile de tirer à foi le point fixe, fe change en celle de faire avancer le traîneau vers ce même point, parce qu'un des bouts de la corde eft alors attaché au traîneau; par conféquent elle devient utile par rapport au mouvement qu'on veut exécuter, & elle s'accorde avec l'autre action qui fubfifte toujours également dans les deux difpofitions.

Il paroît donc que la même force a deux fois plus d'effet, felon qu'elle eft employée, & cela, fans qu'il y entre, fuivant les regles ordinaires de la Méchanique, aucune augmentation de fa diftance au point fixe, ni aucun changement d'une direction moins avantageufe en une qui le foit davantage. On voit auffi que dans le fecond cas du traîneau, où la corde eft double à caufe de la Poulie, l'Homme devide deux fois plus de corde fans en avoir plus de force, & que ce n'eft pas précifément par-là qu'il fait plus d'effet; ce qui doit être remarqué pour éviter l'erreur de croire en général fur la foi d'une infinité d'autres cas, qu'une force qui devide ou file plus de corde, en eft toujours augmentée à proportion.

Des Chevaux qui tirent un bateau, & le font remonter, ou une puiffance pareille placée dans le bateau même, & qui ayant un point fixe, comme un pieu immobile planté dans la riviere, feroit remonter le bateau en devidant une corde attachée à ce point fixe, font précifément la même chofe que le premier cas du traîneau de M. de la Hire. Mais fi à ce pieu immobile il y avoit une Poulie de renvoi, par-deffus laquelle paffât une corde attachée au bateau par un de fes bouts, alors on auroit le fecond cas du traîneau, & une même force feroit deux fois plus d'effet. Que fi au lieu du pieu immobile, on mettoit un fecond bateau égal au premier, avec la poulie de renvoi, les deux bateaux iroient l'un vers l'autre avec la même vîteffe dans une eau calme, & il n'en couteroit pas plus pour

les mouvoir tous deux ensemble qu'un seul; & s'ils ne présentoient pas tous deux à l'eau une surface égale, celui qui auroit la plus grande, auroit le moins de vîtesse, ce qui sera très-aisé à calculer. Car puisqu'ils sont mûs tous deux par la même force, il faudra imaginer pour tous les deux cette force exprimée par un Solide d'eau d'un poids égal; & selon que les surfaces des bateaux ou les bases de ce Solide seront différentes, il aura différentes hauteurs, & les bateaux différentes vîtesses.

Reste à appliquer aux Rames le calcul de M. de la Hire.

Quoique les corps fluides cédent plus facilement que les solides au choc & à l'impulsion, ils y résistent cependant jusqu'à certain point, & en tant qu'ils résistent, ils peuvent être pris pour point fixe, ou pour point d'appui, moins avantageux, à la vérité, que s'il étoit parfaitement inébranlable, mais enfin utile. C'est ainsi que l'air frappé par l'aîle de l'oiseau, & qui ne lui céde pas avec autant de vîtesse qu'il en a été frappé, devient à son égard un appui, &, pour ainsi dire, le fondement solide de toute l'action du vol. Il en va de même des rames & de l'eau.

Un bateau doit aller de l'arriere à l'avant. L'action du Rameur sur les Rivieres, est de pousser le bateau avec les pieds de l'avant à l'arriere, & en même tems de le tirer avec les bras de l'arriere à l'avant par le moyen de sa rame appuyée contre l'eau. Il employe dans le même instant la même force à ces deux actions, & comme elles sont directement contraires, l'effet de l'une détruiroit exactement celui de l'autre, & le bateau n'avanceroit jamais, s'il n'y avoit rien de plus; mais le Rameur tire un avantage de la situation de sa rame.

L'eau est un point d'appui, & la rame est un levier. Le bateau est le fardeau qu'il faut mouvoir, & la main du Rameur est la puissance. Le fardeau doit être considéré comme appliqué au point du levier où la rame s'appuye sur le bateau, & parce que la main du Rameur est toujours appliquée à une plus grande distance par rapport au

point d'appui du levier, qui eſt l'eau, il eſt clair que la main du Rameur eſt appliquée plus avantageuſement, & que par-là elle doit vaincre un fardeau égal à la force du Rameur.

L'effort que fait le Rameur pour tirer le bateau de l'arriere à l'avant étant perdu, parce qu'il eſt détruit par un effort contraire & égal, il ne lui reſte pour toute la force avec laquelle il fera avancer le bateau, que celle qu'il tire de la ſituation de ſa main ſur le levier de la rame; il employe donc une grande force, dont il n'y a qu'une petite partie qui ſoit utile, ou, pour parler plus exactement, toute la force qu'il employe eſt perdue entant qu'elle ne fait précifément que tirer le bateau, & elle n'eſt utile qu'entant qu'elle le tire par un bras de levier plus long. On peut appeller cette force dans le premier ſens *abſolue*, & dans le ſecond *relative.*

Pour trouver le rapport de la force abſolue & de la relative, il faut conſidérer que ce n'eſt que la même force ou appliquée au point d'appui de la rame ſur le bateau, & détruite en cet endroit par un effort contraire, ou appliquée au point où la main tient la rame. Deux forces égales appliquées à différentes diſtances du point fixe d'un levier, font des efforts qui ſont entre-eux comme ces diſtances, parce que les diſtances ſont la meſure du chemin ou de la vîteſſe des forces. Donc l'effort de la puiſſance abſolue ſeroit meſuré par la diſtance de l'endroit du bateau où la rame s'appuye juſqu'à l'eau qui eſt le point fixe du levier; & l'effort de la puiſſance relative ſe meſureroit par la diſtance de la main du Rameur à l'eau, c'eſt-à-dire, par la diſtance de la main du Rameur au point d'appui de la rame ſur le bateau, plus la diſtance de ce point d'appui à l'eau. Mais le point où s'applique la puiſſance abſolue eſt dans le même cas, que s'il étoit tiré en même-tems par deux forces contraires & égales, ce qui le rend immobile; par conſéquent la puiſſance abſolue n'a point de vîteſſe, & cette vîteſſe ne peut faire partie de celle de la puiſſance relative, ou de ſa diſtance au point fixe du

levier. Donc l'effort de la puiſſance relative n'eſt meſuré que par ſa diſtance juſqu'au point d'appui de la rame ſur le bateau ; & l'effort de la puiſſance abſolue qui eſt détruit, comparé à celui de la puiſſance relative, eſt meſuré par la diſtance du point d'appui de la rame ſur le bateau juſqu'à l'eau, parce qu'en effet, s'il ſubſiſtoit, cette diſtance feroit ſa meſure.

Delà on peut inférer ſans peine, que plus les vaiſſeaux ſont de haut bord, & par conſéquent plus la partie de la rame qui eſt hors le vaiſſeau eſt longue, par rapport à celle qui eſt au-dedans, plus l'effet de la rame eſt petit, parce que la puiſſance abſolue, ou la force que le Rameur employe inutilement eſt plus grande, & ſa puiſſance relative, ou la force qu'il employe utilement eſt moindre ; que par conſéquent dans les anciennes Galeres à pluſieurs rangs de rames, les rangs les plus élevés étoient toujours les moins utiles, & que l'effet de la rame n'eſt jamais plus grand que dans un petit bateau, où la partie de la rame qui eſt au-dedans, eſt égale à celle qui eſt au-dehors, car il ne peut guere arriver que la partie du dedans ſoit conſidérablement la plus grande.

La même puiſſance relative meut la rame & le bateau, & ſurmonte la réſiſtance que l'eau apporte au mouvement de l'un & de l'autre. Cette réſiſtance étant plus grande d'un côté ou de l'autre, ſelon que la ſurface que le bateau préſente à l'eau eſt plus grande ou plus petite, que celle que lui préſentent toutes les parties des rames plongées, il faut avoir égard à cette différence pour avoir la différente vîteſſe des rames & du vaiſſeau. Il eſt clair que comme le ſeul objet de toute cette Méchanique eſt le mouvement du vaiſſeau, il faut que la ſurface qu'il préſente à l'eau ſoit la plus petite qu'il ſe puiſſe par rapport à celle de toutes les parties des rames plongées, qui en éprouvant une plus grande réſiſtance de l'eau auront un plus ferme appui, & par conſéquent qu'il eſt avantageux de multiplier les rames. En cela, les Galeres des Anciens à pluſieurs rangs de rames, l'emportoient ſur les nôtres ;

mais elles leur étoient d'ailleurs bien inférieures par le grand nombre d'hommes employés aux rangs supérieurs avec très-peu d'utilité.

Tous les rapports qui entrent dans l'action de ramer étant ainsi connus, il sera aisé, selon la regle de M. de la Hire, de faire le calcul de toute Machine où l'on employera des rames. Par exemple, si l'on sçait quelle est la force absolue de tous les Hommes qui rameront, il la faudra changer en force relative, selon la proportion des deux parties de la rame; c'est-à-dire, que si la partie qui est hors du vaisseau, étoit double de l'autre, & que tous les hommes ensemble pussent agir avec une force de 900 livres, il faudroit d'abord compter qu'ils n'employeroient que 300 livres. Ces 300 livres multipliées par la surface que le vaisseau présenteroit à l'eau, donneroient un Solide d'eau d'un certain poids, dont on trouveroit la hauteur, & par conséquent la vîtesse du vaisseau imprimée par les rames; ou bien on trouveroit de même la vîtesse des rames en multipliant les 300. livres, par la surface de toutes les parties des rames plongées dans l'eau. Il n'y auroit pas plus de difficulté à trouver d'abord les forces relatives, & ensuite les absolues, quand on auroit les vîtesses, soit des rames, soit du vaisseau, & la proportion des deux parties de la rame. C'est-là une nouvelle clarté répandue dans la Méchanique qui regarde les eaux, & le raisonnement seul pourra plus facilement épargner les frais de l'expérience.

SUR LA MACHINE DU P. SEBASTIEN

Rapportée dans l'Hist. de 1699. p. 116. & 285.

CEtte Machine inventée par le P. Sebastien, ne fut faite que pour éprouver si la chute des corps suivoit la proportion de Galilée, ou plûtôt pour faire voir par expérience qu'elle la suivoit; car la Machine étoit unique-

ment conſtruite ſur cette hypothéſe : elle étoit formée par la révolution d'une Parabole autour de ſon axe, & les circonférences des cercles du petit plan ſpiral, qui étoient les différens eſpaces parcourus par les corps tombans, repréſentoient la ſuite des nombres impairs.

Mais comme il n'eſt pas abſolument impoſſible que l'on établiſſe, ou du moins que l'on veuille éprouver quelque autre hypothéſe que celle de Galilée ſur la chute des corps, M. Varignon trouva l'idée du P. Sebaſtien trop ingénieuſe pour ne la pas étendre à toutes les hypothéſes imaginables.

Quelque hypothéſe donc que l'on prenne ſur la chute des corps, M. Varignon demande que l'on exprime par les Ordonnées d'une Courbe, les différentes vîteſſes acquiſes à chaque inſtant ; qu'enſuite on faſſe faire à cette Courbe une révolution autour de ſon axe perpendiculaire à l'horiſon, pareille à celle que fait la Parabole pour l'hypothéſe de Galilée ; & enfin qu'autour du Solide formé par cette révolution, on conduiſe depuis le ſommet juſqu'au bas un plan incliné qui faſſe toujours le même angle quelconque avec la Courbe qu'il rencontre toujours, puiſqu'elle a formé le Solide : après cela, il démontre que ſi l'hypothéſe qu'on a priſe eſt la vraye, un corps qui tombera du ſommet de cette Machine par le plan incliné, fera toutes ſes révolutions autour de la Machine, quoiqu'inégales, en tems égaux, ce qui arrivoit, du moins ſenſiblement, dans celle du P. Sebaſtien.

Le principe eſſentiel de cette propriété de la Machine eſt l'inégalité perpétuelle des angles du plan incliné avec la Courbe génératrice. De cette égalité tout Géométre conclura très-facilement, que toutes les différentes portions du plan incliné, priſes entre les mêmes arcs du Solide, & pour ainſi dire, entre les mêmes Méridiens, ſont toujours entre-elles comme les Ordonnées de la Courbe qui leur répondent. Or ces Ordonnées expriment les vîteſſes acquiſes, & les portions du plan incliné ſont les eſpaces parcourus en vertu de ces vîteſſes ; donc les eſpaces

ſont toujours comme les vîteſſes ; donc différens eſpaces ſont parcourus dans les mêmes-tems.

Dans la Machine du P. Sebaſtien, tous les angles du plan incliné, & des arcs de la Courbe, étoient à peu-près droits, ce qui ſuffiſoit pour l'égalité ſenſible du tems des chutes.

M. Varignon trouve aiſément que dans ſa Machine générale, la longueur du plan incliné ſera toujours à celle de la Courbe génératrice, comme le Sinus total au Sinus de complement de l'angle toujours conſtant de ce plan incliné.

MEſſieurs des Billettes & Jaugeon, ont continué leurs Deſcriptions de l'Art de l'Impreſſion, & des Arts qui y ſervent.

Pour hâter l'entrepriſe générale de la Deſcription des Arts, M. l'Abbé Bignon a chargé M. Carré de décrire tous les Inſtrumens de Muſique, dont on fait uſage en France, & qui ſont au nombre de plus de 60. Il les partage en 3 Claſſes. 1. Les Inſtrumens à cordes, tels que ſont le Clavecin, l'Epinette, le Manicordion, le Lut, le Theorbe, la Harpe, la Guitarre, la Baſſe & le Deſſus de Viole, l'Archiviole, la Lyre, le Violon, la Poche, le Rebec, le Siſtre, la Pandore, l'Angélique, la Conſonante, la Demoiſelle, la Vielle, le Tympanon, le Pſalterion, la Trompette marine, &c. 2. Les Inſtrumens à vent, comme les Orgues, la Trompette, la Saquebute, ou Trompette harmonique, le Cor de chaſſe, le Clairon, le Cromorne, le Serpent, le Cornet à Bouquin, le Hautbois, le Flageolet, la Flûte traverſiere ou Flûte Allemande, le Fifre, la Muſette, la Cornemuſe, la Sourdeline, l'Inſtrument à Pan, &c. 3. Les Inſtrumens à percuſſion, les Tambours, les Tymbales, les Caſtagnettes, les Orgues de Barbarie, les Cloches, le Claquebois, la Trompette d'acier, &c.

Pour

Pour conduire avec plus d'ordre une ſi grande entrepriſe, M. Carré a commencé par une Théorie générale du Son, qu'il appliquera à chaque Inſtrument en particulier, après en avoir décrit la conſtruction & la fabrique. Il choiſira pour cette deſcription l'Inſtrument le plus parfait qu'il pourra trouver en chaque eſpéce, & entrera dans tous les détails qu'on auroit beſoin de connoître pour en faire un pareil.

Il a commencé par le Clavecin, parce qu'il eſt d'un grand uſage, & le plus parfait des inſtrumens à cordes. Il n'en a oublié aucune partie, ſoit grande, ſoit petite, il a pris même juſqu'au diamétre des Cordes en ſorte que ſur cette deſcription, un homme qui ſçauroit ſeulement manier la Varlope & le Ciſeau, pourroit conſtruire un Clavecin excellent.

On a vû par-là que le Clavecin eſt compoſé de près de 4000 piéces. Celui que M. Carré a décrit a 171 cordes, dont les œillets s'accrochent à 171 pointes. Ces cordes ſont attachées à 171 Chevilles, & arrêtées par 342 pointes qui ſont ſur les Chevalets. Les trois rangs de Sautereaux contiennent 1026 piéces, & les Claviers plus de 1000, &c.

MACHINES OU INVENTIONS

APPROUVE'ES

PAR L'ACADEMIE EN M. DCCII.

I.

UN Cabeſtan compoſé ou à Rouet, inventé par M. de la Madelaine, qui a cependant quelques inconveniens.

II.

Un autre Cabeſtan, preſque entiérement ſemblable,

proposé par M. de Bourges, & qui a les mêmes avantages, & les mêmes inconveniens.

III.

Une Machine proposée par M. du Mé, pour tirer les Vaisseaux à terre, qui a paru fort ingénieuse, quoiqu'elle ait quelques difficultés considérables.

IV.

Les Rames tournantes de M. du Guet Ingénieur, dont il a été déja parlé dans l'Hist. de *1699*. * Elles ont été approuvées en forme par l'Académie, & même M. de Chazelles donna le calcul de l'avantage qu'on en pouvoit tirer *

* p. 121.

* V. les M. p. 98.

V.

Une Machine proposée par le Sieur Claude Gay pour l'élévation des eaux, qui, quoiqu'elle ne soit pas nouvelle, & qu'elle ne puisse pas faire tout l'effet que l'Inventeur s'en promettoit, a paru mériter de l'approbation par la maniére dont est étoit exécutée.

VI.

Une Machine de M. de la Garouste, utile principalement pour mouvoir des fardeaux d'une pesanteur fort extraordinaire.

VII.

Une nouvelle espéce de Fenêtre de Menuiserie, garnie de ses Chassis à verre & à volets, qui peuvent servir de contrevents en se fermant aussi par dehors. Elle a été inventée par le Sieur Godefroy, Maître Menuisier de Roüen, & a paru très-ingénieuse, & d'usage.

VIII.

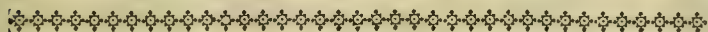
Les Parapets tournants de M. de Barville, très-ingénieusement imaginés, mais dont il étoit nécessaire de faire des épreuves.

IX.

Une Machine de M. Martenot, pour faire remonter les bateaux, ingénieuse, mais de peu d'usage.

X.

Une Carabine brisée, de l'invention de M. de la Chaumette.



ELOGE DE FEU M. TUILLIER.

ADrien Tuillier, Fils de M. Tuillier Docteur-Régent de la Faculté de Médecine de Paris, né le 10 Janvier 1674, fut destiné d'abord au Barreau, & commença à s'y distinguer dès l'âge de 22 ans; mais une inclination naturelle pour la Physique lui fit quitter cette profession. Il étudia en Médecine, & fut reçu à 26 ans Docteur-Régent avec applaudissement.

Il entra à l'Académie en 1699, en qualité d'Eleve de M. Bourdelin, & comme M. Lémery succeda à M. Bourdelin dans la place d'Académicien Pensionnaire, il eut aussi M. Tuillier pour Eleve.

En 1702. il fut envoyé pour être Médecin de l'Hôpital de Keyservert, & comme le Siége de cette place fut fort long par la vigoureuse défense de M. le Marquis de Blainville, M. Tuillier eut tant de Malades & de blessés à voir, qu'il succomba à la fatigue, & mourut le 2 Juin d'une fiévre continue maligne.

La place d'Eleve de M. Lémery vacante par sa mort, fut remplie naturellement par M. Lémery le fils, qui étoit auparavant Eleve de M. Tournefort, & M. Tournefort prit pour le sien M. Chomel, Docteur-Régent de la Faculté de Médecine de Paris.

FIN.

AVERTISSEMENT.

On a inferé par mégarde dans le Volume des Mémoires de 1701. page 112. une Figure qui dépend d'une Piéce qui est dans les Mémoires de 1702. & qui y doit être placée page 213.

MEMOIRES



MEMOIRES
DE
MATHEMATIQUE ET DE PHYSIQUE,

TIRÉS DES REGISTRES
de l'Académie Royale des Sciences.

De l'Année M. DCCII.

ESSAI D'UNE METHODE
Pour trouver les Touchantes des Courbes méchaniques, sans supposer aucune grandeur indéfiniment petite.

PAR M. TSCHIRNHAUS.



SOIT une Courbe quelconque *AEF*, dont les appliquées *BE*, *CF*, &c. soient prolongées vers *G*, *H*, &c. de maniére que le Cube de chacun de leurs prolongemens *EG*, *FH*, &c. se trouve par-tout égal au produit de l'arc correspondant *AE*, *AEF*, &c. par le quarré d'une ligne droite donnée : On de- 1702. 7. Janvier.

mande les Tangentes de la Courbe *A G H* qui paſſera par les extrémités *G*, *H*, &c. de ces prolongemens.

SOLUT. Soient menées les droites *H G*, & *F E*, leſquelles ſe rencontrent en *D*, & qui coupent les Courbes *A G H* & *A E F* en des points *H*, *F*, & *G*, *E*, qui ſe trouvent ſur deux de leurs ordonnées communes *CH* & *BG*. Soient de plus les arcs $AE = x$, $AEF = v$; les droites $GE = y$, $FH = z$, $DF = t$, & la droite donnée $= a$. Soit enfin *G K* parallele à la droite *E F*.

Cela fait, l'on aura l'arc $EF = v - x$; la nature de la Courbe *A G H* donnera $aax = y^3$, $aav = z^3$; d'où réſultent $x = \frac{y^3}{aa}$, $v = \frac{z^3}{aa}$; Et les triangles ſemblables *HFD*, *HKG*, donneront auſſi $HF\ (z).\ FD\ (t) :: HK\ (z - y)\ GK$ ou $EF = \frac{zt - yt}{z}$. Mais lorſque (par le mouvement de *C H* vers *B G*) les droites *D F*, *D H*, ceſſeront de couper les Courbes *AEF* & *A G H*, elles les toucheront en *G* & en *E*, & l'arc *E F* ſe trouvera égal à ſa corde *E F*; ce qui donnera $v - x = \frac{zt - yt}{z}$, ou $\frac{z^3 - y^3}{aa} = \frac{zt - yt}{z}$: De ſorte qu'en diviſant le tout par $z - y$, l'on aura $\frac{zz + yz + yy}{aa} = \frac{t}{z}$, ou $t = \frac{z^3 + yzz + yyz}{aa}$. Donc ayant auſſi pour lors $y = z$, l'on aura enfin $t = \frac{3y^3}{aa} = \frac{3aax}{aa} = 3x$; ce qui eſt une formule qui ſatisfait à une infinité de Courbes, en ce que la nature de la Courbe donnée *A E F*, n'y eſt point encore entrée. Ainſi l'on voit en général que ſi *D E* étoit la tangente en *E* de cette Courbe donnée *A E F*, & qu'on prît cette tangente *E D* égale au triple de l'arc cor-

respondant AE, la droite GD seroit de même une touchante de la Courbe en AGH son point G.

On voit aussi que si au lieu de la Courbe AEF, on prend la droite ABC, cette tangente GD se trouvera pour lors celle d'une Parabole cubique, en laquelle cette hypothése change la Courbe AGH.

Mais si l'on suppose que la nature de la Courbe donnée AEF soit d'avoir par-tout chacun de ses arcs AE égal à la droite EG correspondante ; c'est-à-dire, $AE=GE$, $AF=FH$, &c. Alors ayant $x=y$, & $v=z$, l'on aura aussi l'arc $EF(v-x)=z-y=\frac{zt-yt}{z}=$ à la corde EF: De sorte qu'en divisant le tout par $z-y$, l'on aura $1=\frac{t}{z}$, ou $z=t$.

De cette maniére on pourra trouver les touchantes non-seulement des Cycloïdes telles que doit être ici AGH en prenant la Courbe AEF pour un cercle ; mais encore d'une infinité d'autres Courbes AGH, en prenant AEF pour telle Courbe qu'on voudra, quelque composition qu'on imagine dans la formation de celle-là ; & cela, sans y employer aucune grandeur indéfiniment petite. Ce qui servira à former des Théorêmes très-généraux.

OBSERVATIONS

Sur la quantité de pluie qui est tombée à l'Observatoire Royal pendant l'Année 1701, avec quelques remarques sur le Thermométre & sur le Barométre.

PAR M. DE LA HIRE.

L'Année derniére 1701 a paru extraordinaire pour la grande sécheresse qu'il a fait au Printems ; cependant en général c'est une des plus pluvieuses que nous ayons eues il y ait long-tems. 1702. 7. Janvier.

Car dans les mois

de	Il eſt tombé d'eau, *Lignes.*
Janvier	17 $\frac{1}{2}$
Février	19 $\frac{3}{4}$
Mars	22
Avril	1
Mai	20 $\frac{1}{2}$
Juin	38 $\frac{1}{2}$
Juillet	27 $\frac{1}{4}$
Août	45
Septembre	10
Octobre	24 $\frac{3}{4}$
Novembre	19 $\frac{1}{4}$
Décembre	10 $\frac{3}{4}$
Somme	256 $\frac{1}{4}$

ou bien 21 pouces 4 lignes $\frac{1}{4}$

On voit par-là qu'il n'a point plu dans tout le mois d'Avril; & c'eſt ce qui auroit pû rendre l'année très-infertile, ſi la terre n'avoit été fort humectée par les pluies des trois mois précédens. Car les neiges qui tombent ordinairement pendant tout l'hyver, & qui demeurent ſur la terre dans cette ſaiſon, ne la pénétrent preſque point, & il en faudroit une très-grande quantité pour fournir autant d'eau qu'il en eſt tombé pendant les trois premiers mois de cette année; car les 5 pouces d'eau de ces mois auroient dû être fournis par deux pieds & demi de neige, ce qui auroit été fort extraordinaire, ſans compter que la plus grande partie de la neige ſe ſeche avant que d'être fondue, ſur-tout dans l'hyver quand l'air eſt fort ſec; & c'eſt ce qui ne peut arriver à l'eau qui eſt entrée dans la terre, & qui l'a pénétrée fort avant.

Les trois mois de Juin, Juillet & Août ont fourni à l'ordinaire preſqu'autant d'eau que le reſte de toute l'année; mais ces grandes pluies d'été ſe diſſipent fort promptement par la grande chaleur de l'air, & par la ſécchereſſe de la terre.

Pour le froid, il n'a pas été considérable; car à peine a-t-il gelé. Mon Thermométre marque le commencement de la gelée quand il est à 30 degrés de hauteur, & il n'est descendu au plus bas qu'à 28 $\frac{1}{2}$, au lieu que dans le grand froid, tel qu'il est quelquefois dans ce pays-ci, il descend jusqu'à 7 degrés, comme il étoit le 7 Février 1695.

Vers la fin de Janvier & le commencement de Février de cette année 1701, qui sont les tems où il fait le plus froid, mon Thermométre a été souvent à 40 degrés, ce qui n'est pas fort éloigné de l'état moyen de l'air, comme je l'ai reconnu, ayant laissé autrefois le même Thermométre dans le fond de la cave de l'Observatoire pendant quelques jours, où la liqueur s'est toujours maintenue à 48 degrés. On peut aussi remarquer que le dernier jour de Novembre la chaleur a été aussi grande que le 12e jour de Juin.

Les chaleurs des mois de Juillet & d'Août ont été extraordinaires; car ce même Thermométre est monté assez souvent à 65 degrés, & le premier jour de Septembre il a été au plus haut à 65 degrés $\frac{1}{2}$. Ce Thermométre est toujours exposé à l'air, mais dans un endroit fort à l'abri où le vent ni le Soleil ne donnent point, & toutes les observations que j'y fais sont toujours vers le lever du Soleil, qui est le tems de la journée où l'air est le plus froid: car le tems où il est le plus chaud, c'est ordinairement à 3 heures après midi. C'est pourquoi, pour reconnoître la plus grande chaleur de l'air dans un endroit où le Soleil ne donne pas, j'ai observé que mon Thermométre étoit monté à 77 degrés $\frac{1}{2}$ avec un vent fort Sud-Est le 17 du mois d'Août à 3 heures $\frac{1}{2}$ après midi, ce qui est une marque d'une extrême chaleur. Ce Thermométre est fort long, & peut être exposé au grand Soleil d'été, sans que la liqueur monte au haut du tuyau, afin de pouvoir y marquer plus facilement les degrés de froid & de chaleur, même quand il est exposé au Soleil.

On peut conclure de-là, que le froid de l'air de ces pays-ci, est en général plus grand que la chaleur dans l'absence

du Soleil. Car l'état moyen de l'air étant de 48 degrés à mon Thermométre, & le plus-chaud de 77, il y a 29 degrés de différence, lesquels étant ôtés de 48, il resteroit 19 degrés pour la marque d'un froid au même degré au-dessous du moyen que la chaleur l'est au-dessus ; & cependant il arrive ici quelquefois que ce même Thermométre descend jusqu'à 7 degrés.

Il faut remarquer que la plus grande chaleur du jour ne suit pas toujours la chaleur qu'il fait le matin, comme on le peut voir dans ces Observations : car la plus grande du matin a été le premier Septembre, le Thermométre marquant 65 degrés $\frac{1}{2}$, & celle d'après-midi le 17 Août, & dans ce même jour elle étoit le matin un peu moindre que le premier Septembre, car le Thermométre ne marquoit que 63 degrés, ce qui peut venir de plusieurs causes particulieres.

Le Barométre dont je me sers est simple, à l'ordinaire, & ayant un tuyau de médiocre grosseur, afin que le mercure ait plus de liberté de s'y mouvoir ; la bouteille qui est au bas est proportionnée à la grosseur du tuyau, ensorte que la descente ou l'élevation du mercure d'un pouce & demi dans le tuyau, ne soit pas sensible dans la bouteille. Ce Barométre est toujours placé à la hauteur de la grande Salle de l'Observatoire, ce qui est à peu-près à 22 toises au-dessus du niveau de la superficie de la riviere dans un moyen état. J'ai observé qu'il a été au plus bas cette année à 26 pouces 10 lignes le 6 Mars, & le plus haut à 28 pouces 2 lignes $\frac{1}{2}$ le 9 Février : donc la différence entre le plus haut & le plus bas n'a été que de 1 pouce 4 lignes $\frac{1}{2}$, qui est un peu moins que l'ordinaire, qui est de 1 pouce 6 lignes.

Mais ce qui est arrivé de plus considérable cette année, est le houragan du 2 Février ; le vent étoit très-violent, & le Barométre étoit dans un état presque moyen à 27 pouces 4 lignes $\frac{1}{3}$, & il n'y eut qu'une ligne $\frac{1}{2}$ de pluye, ce qu'on peut remarquer comme une chose extraordinaire, car dans les grands mouvemens de l'air le Barométre descend fort bas.

J'ai trouvé la déclinaiſon de l'aiguille aimantée de 8 degrés 48 minutes le 22 Septembre 1701 vers l'Oueſt à l'ordinaire. Je me ſuis ſervi auſſi de la même bouſſole dont l'aiguille eſt de 8 pouces de longueur, & très-bien ſoûtenue ſur un pivot fort délié. J'en fais toujours les obſervations contre un des piliers de la terraſſe baſſe de l'Obſervatoire, en y appliquant le côté de la boëte où eſt enfermée l'aiguille, & par ce moyen j'évite toutes les erreurs qui pourroient venir de la poſition de la bouſſole ſur le méridien. J'ai autrefois vérifié la poſition du côté de ce pilier par le paſſage du Soleil par le méridien, en y appliquant une grande regle qui portoit à ſes extrémités deux pinnules par où paſſoient les rayons du Soleil; l'ouverture de la pinnule objective & le trait marqué ſur l'autre étoient dans une ligne exactement parallele au côté de la régle qui s'appliquoit contre la face du pilier.

EXTRAIT DES OBSERVATIONS ASTRONOMIQUES,

Que le R. P. Feüillée Minime a faites en Levant pendant les années 1700 *&* 1701.

Rapportées par M. CASSINI le fils.

DAns la Relation que le R. P. Feüillée Minime a envoyée à M. l'Abbé Bignon, de ſon voyage de l'Ar- 1702. 21. Janvier.
chipel & ſur les côtes d'Afrique, il a eu ſoin de mettre tout le détail des obſervations qu'il a faites pour déterminer la longitude, la latitude & la déclinaiſon de l'aimant des lieux principaux où il a été.

Nous n'avons point obſervé ici d'Eclipſes de Satellites de Jupiter, corrreſpondantes à celles qu'il a obſervées dans ſon voyage: mais nous ne laiſſerons pas de déterminer la différence des méridiens entre ces lieux & Paris aſſez exa-

ctement, en comparant ses observations avec celles qui résultent à Paris du calcul corrigé par les observations que l'on y a faites avant & après.

Observations faites à Smirne.

Observation de l'Occultation d'Aldebaram par la Lune à Smirne le 3 Octobre 1700.

à 1h 24′ 19″ du matin Immersion d'Aldebaram dans la Lune.

2 46 44 Emersion d'Aldebaram.

1 22 25 Durée de l'Eclipse d'Aldebaram par la Lune.

Le 11 Octobre.

à 7 54 38 du soir Emersion du 1 Satellite de l'ombre de Jupiter, observée à Smirne.

6 14 39 Emersion à Paris, tirée du calcul corrigé.

1 39 59 Différence des Méridiens dont Smirne est plus Orientale que Paris.

La hauteur du Pole de Smirne tirée des hauteurs Méridiennes du Soleil fut déterminée

Le 5 Octobre de	38d 28′ 0″
Le 6 de	38 28 31
Le 7 de	38 27 38
Le 8 de	38 27 45
Le 13 de	38 27 50
Le 20 de	38 28 3
Le 25 de	38 28 16
& le 27 de	38 27 47

L'on peut, en prenant un milieu entre ces observations, déterminer la hauteur du Pole de Smirne 38 28 0

Le 28 Octobre le P. Feüillée appliqua sa boussole à une ligne qu'il avoit tracée par l'ombre d'une soie fort déliée au vrai Midi de son horloge, & il trouva la variation de l'aiguille Nord-Ouest de 10d 43′ 0″.

Le P. Feüillée en allant de Smirne à Thessalonique à la hauteur du Cap Calabourno à 10 milles au Sud-Est de cette ville, observa l'Eclipse de Lune qui arriva le 22 Février 1701.

à 11h

à 11h 53′ 50″ Commencement de l'Eclipse par une petite pendule qu'il tâcha de vérifier le jour suivant après qu'il fut débarqué.

2 13 40 Fin de l'Eclipse.

2 20 10 Durée totale.

La fin de cette Eclipse tirée de l'observation que nous en avons faite à Collioure, a dû arriver à Paris le 23 au matin à 0h 33′ 57″ ce qui donne la différence de 1 39 43. Cette différence ne s'accorde point à celle qui résulte par les Satellites de Jupiter, comme on le verra dans la suite, aussi ne la donne-t-il pas pour exacte.

Observations faites à Thessalonique.

Le 26 Avril 1701.

à 4h 23′ 3″ du matin Immersion du 1 Satellite dans l'ombre de Jupiter.

2 59 51 Immersion à Paris par le calcul corrigé.

1 23 12 Différence des Meridiens dont Thessalonique est plus Oriental que Paris.

La hauteur du Pole de Thessalonique tirée des hauteurs Méridiennes du Soleil a été déterminée

Le 7 Mars de	40h 42′ 7″
Le 8 de	40 40 33
Le 13 de	40 41 19
Le 22 de	40 41 18
Le 23 de	40 41 23
Le 24 de	40 40 56
Le 9 Avril de	40 40 54
Le 25 de	40 41 15
Le 26 de	40 40 39
Donc la hauteur du Pole de Smirne est de	40d 41 0

La déclinaison de l'Eguille aimantée fut trouvée à Thessalonique Nord-Ouest quelquefois de 11d 45
& d'autres fois de 12d 20′

Observations faites au Mile dans l'Archipel.

Le 4 *Juin* 1701.

à $2^h\ 55'\ 46''$ au matin Immersion du 1 Satellite dans l'ombre de Jupiter.

1 25 6 Immersion à Paris par le calcul corrigé.

1 30 40 Différence des Meridiens dont le Mile est plus Oriental que Paris.

La hauteur du Pole du Mile tirée des hauteurs Meridiennes du Soleil fut déterminée

Le 31 Mai de	36^h	$41'$	$30''$
Le 2 Juin de	36	40	17
& le 3	36	41	22
Donc hauteur du Pole du Mile	36	41	0

La déclinaison de l'Eguille aimantée fut trouvée au Mile Nord-Ouest de 11 45 0

Observations faites dans l'Isle de Candie à la Canée.

Le 20 *Juin* 1701.

à $1^h\ 6'\ 21''$ au matin Immersion du 1 Satellite dans l'ombre de Jupiter.

11 39 11 le 19 au soir Immersion à Paris par le calcul corrigé.

1 27 10 Différence des Meridiens dont la Canée est plus Orientale que Paris.

Le 27 *Juin.*

à 2 58 45 au matin Immersion du 1 Satellite dans l'ombre de Jupiter.

1 30 56 Immersion à Paris par le calcul corrigé.

1 27 49 Différence des Meridiens dont la Canée est plus Orientale que Paris.

En prenant un milieu entre les différences des Meridiens qui résultent des observations du 20 & du 27 Juin, l'on aura

1 27 30 Différence des Meridiens dont la Canée est plus Orientale que Paris.

La hauteur du Pole de Canée tirée des obſervations meridiennes du Soleil a été déterminée

Le 18 Juin de	35^h	29′	18″
Le 19 de	35	28	49
Le 23 de	35	28	20
Le 28 de	35	28	39
Donc hauteur du Pole de la Canée	35	28	45

La déclinaiſon de l'Eguille aimantée fut trouvée à la Canée Nord-Oueſt de 11^d 45 0

A Candie dans la maiſon des Capucins.

Le 5 *Juillet* 1701.

à 11^h 24′ 5″ au ſoir Immerſion du 1 Satellite dans l'ombre de Jupiter.
9 52 13 Immerſion à Paris par le calcul corrigé.
1 31 52 Différence des Meridiens dont la ville de Candie eſt plus Orientale que Paris.

La hauteur du Pole de Candie tirée des obſervations Meridiennes du Soleil fut déterminée

Le 5 Juillet de	35	18	27
Le 6 de	35	18	39
& le 7 de	35	19	4
Donc hauteur du Pole de la ville de Candie	35	18	45

Obſervations faites à Tripoly ſur la Côte d'Afrique.

Le 28 *Juillet* 1701.

à 10 44 12 au ſoir Immerſion du 1 Satellite dans l'ombre de Jupiter.
10 1 11 Immerſion à Paris par le calcul corrigé.
43 1 Différence des Meridiens dont Tripoly eſt plus Oriental que Paris.

La hauteur du Pole de Tripoly tirée des obſervations de la hauteur Meridienne du Soleil fut trouvée

Le 27 de	32	54	1
Le 28 de	32	53	21

Le 29 de . . . 32 53 34
Donc hauteur du Pole de Tripoly 32 53 40

La déclinaiſon de l'Eguille aimantée fut trouvée à Tripoli Nord-Oueſt de $7^d\ 20'\ 0''$

Le P. Feüillée en allant de Porte-Farine à Tunis, fut inſulté par une troupe de Noirs, qui le pillerent & lui prirent entr'autres choſes ſa Pendule ; ce qui l'obligea de revenir ſur ſes pas, & de s'en retourner en France ſans pouvoir achever les obſervations qu'il avoit deſſein de faire à Tunis, à Alger & ſur la côte de l'Afrique, pour déterminer la largeur de la Méditerranée, & la véritable poſition de ces villes.

Les obſervations des Satellites de Jupiter ont été faites avec une bonne lunette de 15 pieds, & les hauteurs Meridiennes du Soleil ont été priſes avec un anneau Aſtronomique de 18 pouces de diamétre que le P. Feüillée avoit fait faire à Marſeille. Il a toujours eu égard à l'ouverture par où paſſe l'image du Soleil, qu'il a retirée lorſqu'il a obſervé le bord ſupérieur & ajoutée au bord inférieur, & il n'a rien négligé de ce qui pouvoit contribuer à rendre ſes obſervations plus exactes.

Les obſervations du P. Feüillée jointes à celles que M. Chazelles de l'Académie Royale des Sciences a faites dans ſon voyage de Levant, déterminent les principaux endroits de la côte de la Méditerranée qui eſt à l'Orient de la France, la longueur de l'Aſie mineure depuis Alexandrette juſqu'à Smirne, la largeur de l'Archipel depuis Smirne juſqu'à Theſſalonique.

Il y a auſſi à remarquer dans les latitudes que le P. Feuillée a obſervées, que preſque tous les Géographes marquent la Canée plus Meridionale que la ville de Candie, au lieu que le P. Feüillée l'a trouvée plus Septentrionale de 10 minutes. Ptolomée détermine la latitude de Candie de 35 15 & celle de Canée $35'\ 0''$, & ſelon le P. Feuillée celle de Candie eſt de $35^d 18' 45''$ & celle de Canée de 35 28 45, ce qui ſur la différence en longitude entre ces deux villes que l'on a déterminée d'un degré & 6 minutes, doit changer

considerablement la situation de l'Isle de Candie.

La latitude de Smirne est assez conforme à celle de Ptolomée, celle de Thessalonique est plus grande de 20 minutes que celle que Ptolomée lui donne, & plus petite que celle que les Géographes modernes lui attribuent, dont il y en a qui la font considerablement plus grande.

Voici quelques observations des Satellites de Jupiter faites pendant l'année 1701 à Pau capitale de Bearn, rapportées dans les Mémoires de Trevoux du mois de Novembre & Décembre 1701; & à S. Paul Trois-Châteaux en Dauphiné par le R. P. de Laval Jesuite, qui serviront à déterminer plus exactement la longitude du Mile & de Tripoly.

Le 29 Août 1701 à Pau.

à 8h 44′ 40″ au soir Emersion du 1 Satellite de l'ombre de Jupiter.

8 54 34 Emersion observée à l'Observatoire de Paris.

9 54 Différence des Meridiens dont Pau est plus Occidental que Paris.

Le 13 Septembre.

à 0 38 2 matin Emersion du 1 Satellite de l'ombre de Jupiter.

48 0 Emersion observée à Paris.

9 58 Différence des Meridiens dont Pau est plus Oriental que Paris.

Le 14 Septembre.

à 7 8 16 du soir Emersion du 1 Satellite de l'ombre de Jupiter observée à Pau.

7 17 41 Emersion observée à Paris.

9 25 Différence des Meridiens dont Pau est plus Occidental que Paris.

Le 28 Septembre.

à 11 2 45 du soir Emersion du 1 Satellite de l'ombre de Jupiter observée à Pau.

11 11 30 Emersion observée à Paris.

8 45 Différence des Meridiens dont Pau est plus Occidental que Paris.

Le 30 Septembre.

à 7 39 20 du foir Emerfion du fecond Satellite de l'ombre de Jupiter obfervée à Pau.

7 47 45 Emerfion obfervée à Paris.

8 25 Différence des Méridiens dont Pau eft plus Occidental que Paris.

Les deux premieres Obfervations s'accordent mieux enfemble que les 3 fuivantes, dont il y en a une du 2 Satellite de Jupiter, qui par conféquent n'eft pas fi exacte. L'on pourra donc déterminer la différence des Méridiens entre Pau & l'Obfervatoire de Paris de 9′ 56″ de tems.

Le 4 Juin.

à 1 15 10 au matin Immerfion du premier Satellite dans l'ombre de Jupiter obfervée à Pau.

2 55 46 Immerfion obfervée au Mile dans l'Archipel.

1 40 36 Différence des Méridiens dont le Mile eft plus Oriental que Paris.

Mais l'on vient de déterminer par les Obfervations faites à Paris & à Pau la différence des Meridiens entre ces deux villes de 9′ 56″ de tems dont Pau eft plus à l'Occident, l'on aura donc

1^h 30′ 40″ Différence des Méridiens dont le Mile eft plus Oriental que Paris, précifément de même qu'on l'a trouvé par l'Immerfion tirée du calcul corrigé.

Le 12 Juillet à S. Paul Trois-Châteaux.

à 11 55 55 du foir Immerfion du 1 Satellite dans l'ombre de Jupiter obfervée à S. Paul Trois-Châteaux.

11 45 10 Immerfion obfervée à Paris.

10 45 Différence des Méridiens dont S. Paul Trois-Châteaux eft plus Oriental que Paris.

Le 20 Juillet.

à 1 48 55 au matin Immerfion du 1 Satellite dans l'ombre de Jupiter obfervée à S. Paul 3. Chât.

1 38 35 Immerfion obfervée à Paris.

10 20 Différence des Méridiens dont S. Paul Trois-Châteaux eft plus Oriental que Paris.

En prenant un milieu entre ces différences, l'on aura
10′ 32″ Différence des Meridiens dont S. Paul Trois-Châteaux est plus Oriental que Paris.

Le 28 Juillet.

à 10 10 0 au soir Immersion du 1 Satellite observée à S. Paul Trois-Châteaux.
44 12 Immersion observée à Tripoly.
34 12 Différence des Meridiens dont Tripoly est plus Oriental que S. Paul Trois-Châteaux.

Mais l'on vient de trouver que S. Paul Trois-Châteaux est plus Oriental que Paris de 10′ 32″, l'on aura donc
0^h 44′ 44″ Différence des Meridiens dont Tripoly est plus Oriental que Paris. Cette différence excede celle que l'on a déterminée par l'Immersion tirée du calcul corrigé, & paroît être la plus exacte, ayant été déterminée par des observations immédiates.

COMPARAISON DES MESURES
Itineraires anciennes avec les modernes.

PAR M. CASSINI.

COmme la description de toute la Terre se fait par les dimensions qu'on a prises en divers lieux & en divers tems tant dans le Ciel que dans la Terre, & que les mesures de la Terre se déterminent diversement par divers Peuples, & changent avec le tems; rien n'est plus important dans la Géographie que de sçavoir le rapport des mesures Itineraires dont les anciens Géographes se sont servis dans la description d'un Pays, avec les mesures modernes. 1702. 28 Janvier.

Les mesures Itineraires sont quelquefois différentes de celles dont on se sert dans le commerce, & de celles dont on se sert dans l'Architecture. On tombe dans de grandes erreurs quand on les emploie indifféremment dans la Géographie.

Mesures de la distance de Narbonne à Nîmes.

Dans le dernier voyage que nous avons fait par ordre du Roi en diverses Provinces de la France, nous avons comparé les distances que nous avons trouvées entre les Villes anciennes & celles des mêmes Villes rapportées par les anciens Géographes. Nous en rapporterons ici quelques exemples. La distance de Narbonne à Nîmes par nos dimensions est de 67500 toises de Paris.

Strabon met de Narbonne à Nîmes 88 milles; le chemin d'une de ces Villes à l'autre est assez droit, & il y a peu de réduction à faire. Distribuant 67500 toises à 88 milles, il en vient à chacune 767 $\frac{1}{22}$. Nous négligeons cette petite fraction, parce que nous ne pouvons pas prétendre d'avoir précisément les mêmes termes de ces deux Villes qui furent pris par les Anciens. Chaque pas étoit de 5 pieds, & le mille de 5000 pieds, le pied se divisant en 12 pouces. La toise est de 6 pieds de Paris, donc 767 toises font 4602 pieds. Négligeant deux pieds dans un si grand nombre, dont il est difficile de s'assurer dans la pratique, pour avoir un compte rond, 4600 pieds de Paris seront égaux à 5000 pieds Géographiques anciens, qui sont comme 46 à 50, ou 23 à 25.

Ainsi le pied de Paris de 12 pouces sera égal à un pied ancien & un pouce & $\frac{1}{23}$ de pouce de l'ancien, & le pied ancien sera égal à 11 pouces & $\frac{1}{25}$ du pied de Paris. Si l'on suppose le mille ancien de 764 toises, il sera plus petit de 3 toises que par cette comparaison, & le pied Géographique ancien sera au pied de Paris précisément comme 11 à 12. Il faut voir présentement si les autres Géographes anciens s'accordent dans cette mesure avec Strabon.

Par l'Itineraire d'Antonin on compte une fois entre Nîmes & Narbonne 87 milles, une autre fois 91; la dimension de Strabon est entre les deux. Par la Table ancienne de Peutinger on en compte 95. Nous préférons les dimensions de Strabon, qui vivoit du tems d'Auguste & de Tibere.

bere, les dimenſions des grands chemins ayant été faites alors avec ſoin. Nous avons néanmoins examiné leſquelles de ces meſures s'accordent plus avec d'autres qui ont été priſes en Italie, tant au tems des Romains qu'à notre tems.

Meſures de la diſtance de Bologne à Modene.

L'Itinéraire d'Antonin marque pluſieurs fois la diſtance de Bologne à Modene, & la fait toujours de 25 milles. La Table de Peutinger la fait auſſi de 25 milles.

Ces deux Villes ſont traverſées par la voye Emilie, qui dans cet intervalle étoit droite. Le fort Urbain qu'on y a bâti deſſus, la fait préſentement détourner un peu. Mais nous nous ſervirons de la même qui a été priſe par le moyen des triangles en ligne droite.

Les PP. Riccioli & Grimaldi ont pris avec ſoin la diſtance entre les Tours qui ſont au milieu de ces deux Villes d'une grande hauteur. J'ai aſſiſté à quelques-unes des obſervations qu'ils y ont faites à Bologne, & je ſuis allé reconnoître leurs ſtations à Modene. Ils trouverent la diſtance entre ces deux Tours de 19666 pas de Bologne, qui ſont chacun de 5 pieds. Le pied de Bologne tiré du même original d'où le P. Riccioli prit le ſien, comparé au pied de Paris par nous-mêmes, eſt au pied de Paris comme 701 à 600. Ainſi 600 pieds de Bologne ſont égaux à 701 pieds de Paris. Le pas de Bologne eſt de 5 pieds de Bologne, & la toiſe de Paris de 6 pieds de Paris : Diviſant 600 pieds par 5, on aura 120; & les multipliant par 6, on aura 720 pas de Bologne égaux à 701 toiſes de Paris.

Or comme 720 eſt à 701, ainſi 19666 pas de Bologne eſt à 19147 toiſes de Paris, qui eſt la diſtance de Bologne à Modene par la dimenſion des PP. Riccioli & Grimaldi réduite en toiſes. Mais cette diſtance par l'accord des Itinéraires anciens eſt de 25 milles anciens. Diviſant donc 19147 toiſes par 25 milles, on aura 766 toiſes pour un mille à une toiſe près de 767, que nous avons trouvées ci-deſſus par la

comparaison de la distance entre Nîmes & Narbonne donnée par Strabon, avec celles que nous avons déterminées par nos observations.

Recherche de la situation du Temple de Venus Pirenée.

Nous nous sommes servis de cette mesure des milles anciens pour trouver l'endroit où étoit anciennement le Temple de Venus Pirenée, que Strabon met aux confins de la Gaule Narbonnoise avec l'Espagne, éloigné de Narbonne de 63 milles. Cette distance en raison de 767 toises pour mille, suivant la dimension tirée de celle de Narbonne à Nîmes, seroit de 48321 toises. Quoique l'étimologie marque que Port-Vendre est le Port de Venus, comme le Vendredi est le jour de Venus, cette distance ne se rapporte point à celle de Port-Vendre qui est près de Colioure. Il se pourroit faire que le Port de Venus fût éloigné du Temple de Venus, ou qu'il y ait eu deux Ports de ce côté-là peu éloignés l'un de l'autre qui eussent le même nom. Il y avoit un autre Port-Vendre, appellé présentement l'Etang de Vendre proche de Narbonne. La distance qui est entre Port-Vendre qui est près de Colioure & Narbonne, suivant notre dimension, est de 41000 toises, plus petite que celle que nous venons de trouver de 7321 toises.

A la distance de Narbonne de 48300 toises il y a la Selve, où est un Port capable d'un bon nombre de Galeres, avec une Tour qui en défend le mouillage. Il est plus grand que Port-Vendre près de Colioure, & il est situé dans le côté Septentrional du Cap-Creux, qui est le célébre Promontoire Aphroditique, que Strabon appelle aussi Promontoire Pirenée.

Mela dit qu'entre les Promontoires formés par les Pirenées, il y a le Port de Venus célébre à cause du Temple ; ce qui se pourroit entendre aussi-bien de l'un que de l'autre Port. Pline met le Temple de Venus Pirenée éloigné du fleuve *Tichis* présentement Ter en Catalogne de XL. milles. Cette distance est sans doute trop grande, &

presque le double de celle qui vient de la comparaison précédente.

Monsieur de Marca au lieu de XL, lit XI, supposant que I a été changé en L; mais cette distance est trop petite, & ne convient pas même à la distance d'entre le Tech & Port-Vendre près de Colioure, qui n'est que de 5500. toises un peu plus de 7 milles. Il y a apparence qu'au lieu de XL milles il faut lire XX milles, & que le dernier X a été changé en L. Ainsi le Port de Venus sera le Port de la Selva.

Mesures des Stades en France.

Strabon met la distance entre le Temple de Venus Pir née & l'embouchure du Var, qu'il donne pour les de termes de la France de 277 milles Il dit qu'à cette mên distance on compte 2600 stades, & que d'autres y ajoute encore 200 stades, qui feroient en tout 2800 stades.

On voit par-là combien est différente la proportion de milles aux stades. En partageant ces deux nombres de stades par 277 milles, le premier nombre donne 9 stades & un peu plus d'un tiers pour mille, & le second 10 stades & plus d'un neuviéme pour mille. Quoique d'ailleurs Strabon & les autres ne donnent communément que 8 stades à un mille, cette comparaison pourtant montre qu'on ne sçauroit donner ici moins de 9 stades à un mille. Divisant 765 toises qui font un mille ancien par 9, on aura un stade en France de 85 toises, qui font 510 pieds de Paris. Herodote fait les stades de 600 pieds; le pied d'Herodote seroit donc au pied de Paris comme 51 à 60, supposant le stade d'Herodote égal au stade de France.

Mesures des Piramides d'Egypte en pieds & en stades.

Herodote fait la largeur de la plus grande Piramide d'Egypte dans sa base de 800 pieds, & par conséquent d'un stade & un tiers; & comme 60 est à 51, ainsi 800 est à 680 pieds de Paris pour la largeur de la Piramide à sa base. En

raiſon de 9 ſtades par mille dont chacun a 510 pieds, cette baſe auroit un ſtade & un tiers comme par la dimenſion d'Herodote. M. Chazelles meſura actuellement la baſe de cette Piramide par un cordeau, & la trouva de 690 pieds par un terrain inégal élevé par le milieu, d'où il dit qu'il faut ôter quelque choſe pour avoir la baſe juſte. Si on en ôte 10 pieds, on aura la largeur de la baſe de 680 pieds de Paris, comme nous l'avons calculée ci-deſſus.

M. Gemelli qui a fait depuis peu le tour du monde, rapporte les meſures de cette Piramide, où il fut l'an 1693, comme il les eut du Pere Fulgence de Tours Capucin Mathématicien, qui trouva la largeur de cette Piramide de chaque côté de 682 pieds de Paris, ce qui s'accorde à la meſure que nous venons de trouver en raiſon de 9 ſtades pour mille. Les meſures qu'il en donne s'accordent avec celles que M. Jeaugeon a eues de M. Nointel Ambaſſadeur du Roi à la Porte, & qu'il a communiquées à l'Académie. Il y a lieu de s'étonner que M. Graves Mathématicien Anglois dans ſa Piramidographie, ait trouvé la baſe de cette grande Piramide meſurée par les triangles de 683 pieds Anglois, qui ſont au pied de Paris comme 15 à 16. A cette proportion ayant ſuppoſé la largeur de la Piramide de 680 pieds de Paris, il faudroit qu'elle fût de 725 pieds d'Angleterre; d'où l'on peut voir les différences qu'il y a entre les meſures de la même grandeur priſes par diverſes perſonnes, & réduites au même pied.

Strabon même dont nous avons comparé les meſures priſes en France avec les nôtres, qui fut en Egypte avec Elius Gallus vers l'époque de J. C. fait la largeur de cette Piramide d'un ſtade. Il fait donc ici le ſtade plus grand d'un tiers que Herodote, & que les Geographes dont il a tiré les dimenſions des côtes Méridionales de la France.

Diodore de Sicile qui fut en Egypte 60 ans avant l'époque de J. C. dit que la plus grande Piramide avoit chaque côté dans ſa partie inférieure de ſept arpens; ſix arpens ſont un ſtade ſuivant Herodote: donc chaque côté de la baſe de la Piramide étoit d'un ſtade & un ſixiéme. Nous

avons donc trois différentes dimenſions de la Piramide en ſtades, une d'un ſtade juſte, une d'un ſtade & un ſixiéme, & une d'un ſtade & demi. La meſure des ſtades étoit donc auſſi différente & auſſi équivoque parmi les anciens, que la meſure des milles & des lieues parmi les modernes. La meſure des milles étoit plus uniforme, comme nous avons trouvé par la comparaiſon des mêmes diſtances priſes en France & en Italie par les anciens & par les modernes. Nous avons tiré de cette comparaiſon une concluſion qui n'eſt pas de peu d'importance, qui eſt que le pied moderne de Rome d'un palme & un tiers, eſt égal au pied ancien employé dans la meſure des diſtances des villes de France, & que l'un & l'autre eſt au pied de Paris comme 11 à 12, ayant négligé une petite fraction, qui dans la pratique eſt inſenſible.

Mais le pied d'Herodote avec lequel il meſure la Piramide étant au pied de Paris comme 51 à 60, eſt égal à 10 pouces & 2 lignes & $\frac{2}{5}$ du pied de Paris. C'eſt un des grands pieds d'un homme d'une grande taille, & tel devoit être le pied d'Hercules avec lequel il meſura les ſtades pour les jeux Olympiques, leur donnant 600 de ſes pieds, qui font 100 pas ſuivant Herodote. Cet Auteur diviſe le pas en 6 pieds, comme nous diviſons la toiſe en ſix pieds de Roi. Il y a apparence qu'Eratoſthenes qui donnoit 700 ſtades à un degré de la circonférence de la terre, l'ayant tiré de la diſtance d'Alexandrie à Sienne, ſe ſervit de ces ſtades d'Herodote. Ainſi un degré ſuivant Eratoſthenes ſeroit le produit de 85 toiſes par 700, qui fait 58500 toiſes. Cette meſure d'un degré eſt plus grande environ de la quarante-quatriéme partie de la nôtre.

Pline donne 883 pieds à la longueur de chaque côté de la baſe de la plus grande Piramide. Ce ne ſont pas de ces pieds de la meſure Itinéraire, que nous avons trouvée par pluſieurs comparaiſons être au pied de Paris comme 11 à 12. Car à cette proportion la baſe qui a été trouvée de 780 pieds de Paris, devoit être de 702 pieds de la meſure Itinéraire ancienne, au lieu de 883 que Pline lui donne. Il

y a donc une différence de 181 pieds, qui fait plus de la quatriéme partie de 702. Cette mesure est donc au pied Itinéraire ancien, que nous avons trouvé ci-dessus être égal au pied Romain moderne, comme 12 à 15 & un peu plus & n'excede que d'un 15me le palme Romain moderne, qui est au pied Romain comme 12 à 16. Il y a donc apparence que le pied de Pline fût un pied d'Architecte de mesure différente du pied & du palme Romain.

Il y a encore une différence plus considérable dans la mesure de la place quarrée qui reste au sommet de cette Piramide. Pline fait sa largeur de 25 pieds, Gemelli la rapporte de 16 pieds & deux tiers. A proportion des mesures de la base, comme 682 mesure de Gemelli est à 883 mesure de Pline, ainsi 16 pieds & deux tiers sont à 21 pieds & $\frac{2}{3}$, au lieu de 25 que Pline nous donne. Il y a une différence de 3 pieds & un tiers; on pourroit l'attribuer à la démolition de la croûte de marbre, dont cette Piramide devoit être revêtue du tems de Pline, comme les autres Piramides, dont une reste encore présentement revêtue à la pointe, le reste ayant été démoli. L'épaisseur de cette croûte auroit été d'un pied & deux tiers de la mesure de Pline. Cette diminution à la base qui sera arrivée depuis le tems de Pline, ne varie pas sensiblement la proportion de divers pieds que nous avons examinés, & n'accorde pas les différentes dimensions qu'on en donne.

S'il est si difficile d'accorder ensemble les mesures de la même base, qui subsiste toujours sans variation sensible, & que l'on peut mesurer exactement sans difficulté, on peut juger combien il est difficile de s'assûrer des distances des villes qui n'ont pas été mesurées actuellement, mais ont été déterminées par l'estime grossiere du tems que l'on met ordinairement à aller de l'un à l'autre. Il faut néanmoins avoir les distances d'un lieu à deux autres dont la situation soit connue, pour déterminer à leur égard la position du troisiéme par des triangles. Les erreurs inévitables se multiplient suivant la multitude des lieux, & il n'y reste de meilleure maniere de les corriger, que par les ob-

servations des astres faites dans les lieux fort éloignés les uns des autres.

Mesures dans l'usage des Pilotes.

Les Pilotes de la Mediterranée donnent 75 milles à un degré. Ceux de l'Ocean n'en donnent que 60. Les milles anciens d'Italie aux milles modernes sont comme 60 à 75; car les anciens donnent 25 milles à la distance de Bologne à Modene, & les modernes ne comptent que 20 milles d'une de ces deux villes à l'autre. Donc ceux de la Mediterranée se servent des milles anciens qui sont encore aujourd'hui en usage en diverses Provinces d'Italie, & ceux de l'Océan se servent de milles modernes qui sont en usage en d'autres Provinces. La mesure moderne a cette commodité, qu'elle prend une minute pour mille, au lieu que l'ancienne donne à chaque minute un mille & un quart. On peut s'accommoder à l'usage des uns & des autres. Si l'on donne au pas ancien 5 pieds comme l'on fait en Italie, un degré de 75000 pas sera de 375000 pieds; & supposant le degré de circonférence de la terre de 343000 pieds de Paris comme nous le trouvons à peu près, ce pied Italique ancien seroit au pied de Paris comme 343 à 375, ou comme 11 à 12 $\frac{1}{39}$; & si l'on donne au pas Italique moderne 6 pieds, le degré de 60 milles sera de 360000 pieds, le mille Italique moderne d'une minute sera de 6000 pieds, qui seront au pied de Paris comme 343 à 360, ou comme 44 à 45. S'il y a plus ou moins de pieds de Paris dans un degré, la proportion du pied de Paris au pied Italique sera un peu diverse, sans qu'il arrive aucune variation dans le nombre des pieds Italiques anciens ou modernes dans un degré. Car nous les tirons comme font les gens de mer, de la division du degré par aproximation de ces mesures à celles de quelques pays d'Italie d'où ils ont pris le nom; quoique les pieds que nous appellons modernes approchent plus des pieds usuels de France que de ceux qui sont en usage dans la plûpart des villes d'Italie. Nous en donnons 6 à un pas, com-

me faiſoit Herodote contre la coutume ancienne & moderne d'Italie, le rapprochant par cette maniére du pied de Paris, & imitant la diviſion de la toiſe en 6 pieds, ayant vû que le pas de Bologne approche beaucoup plus de la toiſe de Paris, que le pied de Paris n'approche du pied de Bologne. Par cette maniére une minute de mille pas a 6000 pieds, une ſeconde a 100 pieds, comme un degré de 60 minutes a 60000 toiſes, qui ſont des nombres très-commodes dans l'uſage, & faciles pour le calcul.

Des Meſures Trigonometriques.

Il faut remarquer que dans la Table Trigonometrique où le demi-diametre du cercle eſt ſuppoſé diviſé en 10 millions de parties, une minute auſſi-bien que ſon ſinus & ſa tangente qui ne différent ſenſiblement dans un ſi petit arc, eſt marqué de 2909 parties. Doublant le rayon & l'arc, on aura le demi diametre de 20 millions de parties, une minute de 5818 parties. Mais une minute eſt de 6000 pieds Géométriques, & 5818 eſt à 6000, comme 32 à 33. On peut donc établir un pied Trigonométrique qui ſera au pied Géometrique ou Italique moderne comme 33 à 32. On peut trouver la proportion de ce pied à tout autre quand on a trouvé combien d'autres pieds entrent dans une minute d'un grand cercle de la terre. On peut enfin établir une braſſe de 2 pieds Trigonometriques, dont il y aura 10 millions dans le demi diametre de la terre; ainſi tous les nombres de la Table ſeront autant de braſſes Trigonometriques de deux pieds, dont il y en a 2909 dans une minute, & 48 & demie dans une ſeconde, comme l'on voit ſans calcul à la tête de la Table. La troiſiéme partie des nombres de la Table ſeront autant de toiſes Trigonometriques, dont il y en a 970 dans une minute, & 16 dans une ſeconde.

Ces meſures des pieds & des braſſes Géométriques & Trigonometriques ſont comme moyennes entre divers pieds & braſſes qui ſont établies de diverſes nations. On les

les peut donc prendre pour meſures univerſelles invariables. Ainſi ſi l'on demande combien de milles, de pieds, ou de toiſes ſont dans un arc déterminé de la circonférence de la terre, on n'a qu'à prendre le nombre des minutes compris dans l'arc propoſé pour le nombre des milles Géometriques, les multiplier par mille, pour avoir le nombre des pas ou des toiſes Géometriques, ou par 60000 pour avoir le nombre des pieds; ainſi un degré de 60 minutes ſera de 60000 toiſes. Toute la circonférence de la terre qui eſt de 360 degrés ſera donc de 21600000 toiſes Géometriques, ou 21600 milles Italiennes; & parce que la circonférence eſt au demi-diametre comme 44 à 7, ou comme 220 à 35, ou 21600 à 3436, le demi-diametre de la terre ſera de 3436 milles Géometriques ou Italiennes modernes. La moitié 1718 ſera le nombre des lieues Géometriques à peu-près égales aux petites lieues de France, comme celles que l'on compte de Paris à Orleans. On en peut prendre un tiers pour les moyennes qui approchent de celles d'Auvergne, & un quart pour les plus grandes qui approchent de celles de Languedoc.

Pour ce qui eſt des meſures Trigonometriques, le demi-diametre de la Terre étant ſuppoſé de 10000000 braſſes Trigonometriques, la circonférence ſera de 62831852 braſſes.

La troiſiéme partie de ces nombres donnera les toiſes Trigonometriques. Le demi-diametre de la Terre ſera donc de 3333333 toiſes Trigonometriques, & la circonférence ſera de 20943950 toiſes Trigonometriques. La milliéme partie de ces deux nombres donnera des milles Trigonometriques.

Le demi-diametre de la Terre ſera donc de 3333 milles Trigonometriques, & la circonférence de 20944 milles Trigonometriques.

Des Meſures Horaires.

J'ai éprouvé pluſieurs fois en allant & en revenant de Fontainebleau en carroſſe d'un bon pas, que dans la plaine

de Longboyau qui a été mesurée exactement, on fait 5 minutes de la circonférence de la terre en une heure. Un homme à pied feroit la moitié de ce chemin en même-tems, & un degré en 24 heures; & voyageant 12 heures par jour par un chemin semblable avec la même vîtesse, il feroit le tour du monde en deux années.

OBSERVATION

Sur deux Pierres trouvées dans les parois de la Vessie d'un Garçon de vingt ans.

PAR M. LITTRE.

Visitant le cadavre de ce garçon, je remarquai, que quand on le remuoit, il en sortoit par l'urethre quelques gouttes d'une liqueur épaisse & blanchâtre. Je crus d'abord que ce garçon avoit quelque gonorrhée. Pour m'en assurer, j'examinai le canal de l'urethre, ses glandes, les prostates, les vessicules seminaires, les vaisseaux déférans & les testicules : mais ne trouvant aucun vice dans ces parties, non-plus que dans leurs liqueurs, je compris que je m'étois trompé, & que la liqueur qui couloit de l'urethre, avoit sa source dans la vessie, dans les ureteres ou dans les reins. Dans cette vûe j'ouvris ces parties : l'uretere droit & le rein du même côté étoient dans leur état naturel. Voici ce que je trouvai d'extraordinaire dans la vessie, & dans l'uretere & le rein gauche.

Il y avoit de l'inflammation au-dedans de la vessie depuis son cou jusqu'à l'embouchure de l'utetere gauche de la largeur de deux pouces. Cette embouchure étoit plus étroite que celle de l'uretere droit; il y avoit tout autour de la dureté, & un ulcere à sa partie inférieure de quatre lignes de largeur, & d'une de profondeur. Sept lignes au-dessous de la même embouchure, j'apperçus deux petites tumeurs, éloignées l'une de l'autre d'un demi-pouce, formées cha-

cune par une petite pierre contenue dans les parois de la vessie près de sa membrane interne.

L'une des deux pierres avoit cinq lignes de diamétre ; elle étoit de figure irréguliere & hérissée de plusieurs petites pointes fort aiguës : l'autre étoit large de quatre lignes, de figure triangulaire, & ses angles étoient fort pointus ; ces deux pierres étoient d'un tissu fort serré & de couleur grise. J'avois auparavant trouvé dans les parois de quelques-autres vessies humaines des pierres même beaucoup plus grosses que celles-ci ; mais le tems, le lieu ou les parens ne me permirent pas d'examiner si elles y étoient parvenues par les mêmes voyes & par les mêmes causes.

J'observai dans l'uretere à l'endroit où il traverse les parois de la vessie, de l'inflammation, du retrecissement, & un trou de deux lignes de diamétre, dont les bords étoient caleux, qui communiquoit par un conduit particulier avec chaque pierre : l'un & l'autre de ces conduits avoit le même diamétre que le trou, & leurs parois étoient un peu caleuses.

Enfin je trouvai dans le rein à sa partie supérieure interne un ulcere, qui en avoit presque entiérement consumé deux mammelons.

Il me semble qu'on peut tirer des observations ci-dessus les conséquences qui suivent.

La premiere conséquence est, que les deux pierres que j'ai trouvées dans les parois de la vessie, ont été formées dans le rein gauche de ce garçon à l'endroit de l'ulcere que j'y ai remarqué. Il est aisé de comprendre, que dans un ou plusieurs conduits urineux de la partie du rein où l'ulcere s'est formé dans la suite, il s'est arrêté de l'urine à cause de la grossiereté & de la viscosité de ses parties, de l'irrégularité de leur figure, &c. Que quelques-unes des parties de l'urine arrêtées dans ces conduits ont été jointes ensemble par l'impulsion du sang, la contraction des parties solides voisines, la conformité de leur surface, &c. & ont composé quelques grains de sable ; que ces grains ayant peu-à-peu augmenté de volume par l'arrivée d'une

nouvelle & ſemblable matiere, ont formé deux petites pierres; que ces deux pierres par leur dureté & par leurs pointes ont cauſé dans ce rein, premierement de l'inflammation, enſuite un abſcès, & enfin un ulcere qui a donné lieu à ces pierres de tomber dans ſon baſſinet.

La ſeconde conſéquence eſt, que ces pierres ſont deſcendues du baſſinet du rein par la cavité de l'uretere juſqu'au corps de la veſſie, ſans déchirer ni beaucoup irriter ce conduit. Car quoique ces pierres fuſſent hériſſées de pointes, néanmoins étant petites, leur route droite, & la contraction des fibres charnues de l'uretere foible & ſucceſſive de haut en bas, elles ont inſenſiblement parcouru cette route ſans y faire de fâcheuſes impreſſions; au lieu que la courbure naturelle de l'uretere à l'endroit où elle traverſe les parois de la veſſie, le retréciſſement naturel auſſi de ſon embouchure dans la cavité de la veſſie, la peſanteur & l'impulſion de l'urine, la contraction des fibres charnues du rein, de l'uretere & de la veſſie, &c. ont donné occaſion à ces pierres d'irriter & de déchirer par leurs pointes les tuniques de l'uretere en cet endroit, & de s'engager enſuite dans les parois de la veſſie.

La troiſiéme conſéquence eſt, que l'irritation & le déchirement des tuniques de l'uretere par ces pierres, n'a pû ſe faire ſans qu'elles ayent attiré en cet endroit de la fluxion, de l'inflammation, un abſcès & un ulcere. Il n'a pas dû arriver la même choſe dans le chemin que ces pierres ſe ſont tracé dans les parois de la veſſie, parce que ce chemin y a été plutôt fait par un ſimple écartement de fibres, que par leur déchirement. Car outre qu'il n'y en paroiſſoit aucune marque, il eſt conſtant que l'union des fibres charnues entr'elles étant lâche, doit plutôt permettre leur écartement, qu'une ſolution de continuité dans leur ſubſtance.

La quatriéme conſéquence eſt, que ces deux pierres ont dû recevoir quelque accroiſſement dans les parois de la veſſie, puiſque le trou & les deux conduits par où elles avoient paſſé de l'uretere dans les parois de la veſſie, étoient beau-

coup plus petits qu'aucune de ces pierres, & que l'urine qui contient la matiere lapidifique, avoit la liberté d'être continuellement portée à ces pierres par les routes qu'elles s'étoient faites, pour leur fournir de quoi augmenter.

La cinquiéme conséquence est, qu'une personne peut avoir des pierres dans les parois de la vessie, sans avoir beaucoup de difficulté à uriner, & sans rendre avec les urines des glaires ni des sables. Car ces pierres étant immobiles & hors de la cavité de la vessie, ne peuvent pas descendre jusqu'à son cou pour empêcher la sortie de l'urine, comme elles font lorsqu'elles sont contenues dans la cavité de la vessie, & qu'elles y sont libres; ce qui seroit nécessaire pour causer la difficulté d'uriner, & donner lieu aux parties grossieres & gluantes de l'urine de former des glaires & des sables en s'arrêtant & s'accrochant entr'elles dans la cavité de la vessie.

La sixiéme conséquence est, qu'un Chirurgien ne sent pas avec la sonde une pierre qui est renfermée dans les parois de la vessie, & qu'il la sent lorsqu'elle est contenue dans sa cavité; parce que dans le premier cas les chairs qui couvrent la pierre recevant l'impression de la sonde, il n'en résulte point de son; au lieu qu'il s'en fait un fort sensible, quand la pierre est frappée à nud par la sonde dans la cavité de la vessie. Cependant ce son a été toujours l'unique signe certain de l'existence de la pierre dans la cavité de la vessie.

La septiéme conséquence est, que les pierres enchistées, dont parlent quelques Auteurs, ne peuvent être autre chose que des pierres renfermées dans les parois de la vessie. Car il n'y a aucune vrai-semblance de dire que des pierres qui sont tombées des reins dans les ureteres, & des ureteres immédiatement dans la cavité de la vessie, puissent s'attacher à sa surface interne par le moyen d'un suc qui coule de quelque ulcere de cette partie, lequel s'accumulant & s'épaississant ensuite par la chaleur de la vessie, y cole premierement les pierres, & puis forme peu-à-peu une membrane, laquelle après avoir couvert ces pierres, s'attache tout

autour de l'ulcere; de ſorte qu'elle devient continue à la membrane interne de la veſſie, & en fait comme partie. Je ne penſe pas qu'un tel ſentiment puiſſe entrer dans l'eſprit de ceux qui feront bien attention aux différens ébranlemens du corps, à ſes diverſes ſituations, aux fréquentes contractions des muſcles de l'épigaſtre & du diaphragme, & des fibres charnues de la veſſie, à la peſanteur de la pierre, à la molleſſe de la veſſie, à ſon humidité propre, au lavage continuel de la pierre par l'urine qui diſtille ſans ceſſe dans ſa cavité par les deux ureteres, & enfin à l'impoſſibilité qu'il y a que le pus & la ſanie qui coulent d'un ulcere, ſoient propres à former de véritables membranes. D'ailleurs les plus habiles du métier demeurent d'accord que dans les chiſtes il ne ſe fait point de nouvelles membranes, mais que les naturelles y deviennent ſeulement plus épaiſſes & plus denſes par un ſuc étranger.

La huitiéme conſéquence eſt, qu'une pierre enfermée dans les parois de la veſſie ne ſçauroit cauſer de fâcheux accidens, & que quand elle en cauſeroit, on ſe trouveroit dans deux impoſſibilités; l'une de s'aſſurer de l'exiſtence de la pierre dans les parois de la veſſie, puiſqu'elle ne rend point de ſon, comme nous avons dit, & l'autre impoſſibilité eſt d'en procurer l'extraction par le moyen de l'opération.

Je réponds à la premiére propoſition, qu'une pierre enfermée dans les parois de la veſſie, & qui a communication avec l'urine comme celles de ce garçon, y peut cauſer de fâcheux accidens, ſoit par ſon volume, par l'inégalité de ſa ſurface, ſoit par ſa ſituation, par exemple, ſi elle ſe trouve placée au cou de la veſſie; ce qui peut fort bien arriver par les cauſes dont j'ai déja parlé.

Je réponds à la ſeconde, qu'ayant engagé des pierres de petite & de moyenne grandeur dans les parois de la veſſie de pluſieurs cadavres d'homme & de femme entre le cou de la veſſie & les embouchures des ureteres, & couſu enſuite les parties diviſées de la veſſie avec du fil fin, & à points courts, & puis les tegumens du ventre à la maniére ordi-

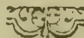
naire, j'ai insinué le doigt indice de la main gauche dans le rectum aux hommes & dans le vagin aux femmes; j'ai cherché ce corps étranger à la vessie, je l'ai trouvé, senti & reconnu par la nature de sa dureté, & je l'ai reconnu encore plus distinctement, sans l'aide d'aucun son, lorsqu'ayant porté le doigt indice dans le rectum ou dans le vagin, & une sonde dans la cavité de la vessie, j'ai ajusté le doigt & la sonde de sorte qu'ils embrassoient & serroient d'un côté & d'autre le corps étranger. D'autres personnes du métier qui ignoroient que j'avois engagé des pierres dans les parois de la vessie, en s'y prenant de la même maniére que moi, ont trouvé & senti le corps étranger, & ils ont distingué par la qualité de sa dureté, que ce corps étoit une pierre.

On objectera peut-être, que ces sortes de pierres peuvent se trouver aussi-bien du côté du fond de la vessie ou à sa partie antérieure, que du côté du cou & à sa partie postérieure, & qu'alors le doigt du Chirurgien est trop court ou l'épaisseur des parties trop grande pour sentir la pierre. Mais si ces pierres ont été poussées de l'extrémité inférieure des ureteres dans les parois de la vessie par la contraction des fibres charnues de la derniere partie, cette contraction se faisant successivement du fond de la vessie à son cou, elles doivent être toujours situées aux environs de l'extrémité inférieure de l'uretere, & se trouver par conséquent près du cou de la vessie & en sa partie postérieure. Or cet endroit n'étant pas éloigné du fondement, le Chirurgien peut facilement y porter son doigt, & avoir la liberté d'examiner assez ces pierres pour les reconnoître. D'ailleurs le cou de la vessie étant étroitement attaché au rectum dans les hommes & au vagin dans les femmes, a une assiette ferme & stable; au lieu que le reste de la vessie étant libre, peut facilement changer de situation, pour peu qu'on vienne à le pousser.

Je réponds à la troisiéme proposition, que si la pierre enfermée dans les parois de la vessie n'est pas grosse & ne fait point de bosse sensible dans sa cavité, le Chirurgien

portera la ſonde dans la cavité de la veſſie, & le doigt indice gauche dans le rectum aux hommes & dans le vagin aux femmes. Il cherchera la pierre avec l'un & l'autre, & l'ayant trouvée il la ſerrera de part & d'autre, & la tiendra ferme dans cette ſituation ; enſuite par différentes allées & venues de la ſonde, il émincera & froiſſera legérement les parties de la veſſie qui couvrent la pierre par dedans, la déchirera doucement, ou du moins donnera lieu à la veſſie d'achever de la déchirer par ſes fibres charnues lorſqu'elles ſe contracteront pour en chaſſer l'urine. La pierre par ſa dureté & par ſes inégalités, ſi ſa ſurface eſt inégale, favoriſera ce déchirement, de même que le pus, s'il en ſurvient aux parties de la veſſie qui ont été froiſſées. Les parties de la veſſie qui couvroient par dedans la pierre étant ainſi déchirées, ſes fibres charnues ne manqueront pas par leurs contractions réiterées de pouſſer peu à peu la pierre dans la cavité de la veſſie ; d'où enſuite le Chirurgien pourra la tirer par l'opération ordinaire, quand les accidens, s'il en arrive, ſeront paſſés; puis il guerira l'ulcere de la veſſie avec les eaux vulneraires, les eaux minerales, les injections déterſives, &c.

Enfin ſi la pierre enfermée dans les parois de la veſſie eſt fort groſſe, & qu'elle forme une tumeur très-ſenſible à la ſurface interne de la veſſie : alors, outre ce que je viens de dire dans le cas précédent, on pourroit faire l'inciſion ordinaire de la taille au perinée, porter des tenetes dans la cavité de la veſſie, chercher la tumeur, l'embraſſer, & la ſerrer doucement à pluſieurs repriſes, afin que les parties de la veſſie qui couvrent par dedans la pierre, étant émincées & déchirées, elle tombe dans la cavité de la veſſie d'où elle pourra être tirée enſuite par l'opération ordinaire de la taille. *Audaces fortuna juvat, timidoſque repellit.*



ESSAIS

ESSAIS DE CHYMIE.

PAR M. HOMBERG.

ARTICLE PREMIER.

Des principes de la Chymie en général.

J'Appelle Chymie l'art de réduire les corps composés en leurs principes par le moyen du feu, & de composer des nouveaux corps dans le feu par le mêlange de différentes matiéres.

Le mot de principes a deux significations en Chymie; la premiére est la signification commune à toutes les Sciences, & alors il veut dire les régles ou les fondemens d'une science; la seconde est propre à la Chymie, & alors il signifie seulement les matiéres les plus simples dans lesquelles un mixte est réduit par les analyses Chymiques.

Dans la premiére signification les principes de la Chymie sont en général les principes de la Physique, puisque la Chymie est une des parties de la Physique. Nous ne les examinerons pas ici, étant d'une trop longue discussion; mais nous les supposons connus, autant qu'il est possible de les connoître, car nous n'avons pas encore pû déterminer rien d'incontestable sur la figure, sur l'arrangement & sur le mouvement des premiéres matiéres; & comme la Physique-Chymique, qui ne consiste qu'en experiences & exposition de faits, ne cherche que la vérité certaine, elle a établi cette seconde sorte de principes plus materiels & plus sensibles, par le moyen desquels elle prétend expliquer aisément & à sa maniére ses propres opérations, & connoître par-là plus distinctement les corps qu'elle examine par ses analyses.

Ce sera toujours dans cette derniére signification, que nous prendrons le mot de principes.

Tous les corps que nous connoiſſons & qui ſont capables d'être examinés par le moyen du feu, ne ſe réduiſent pas dans les mêmes principes ; ils ſont de deux différentes natures, & par conſéquent nous les pourrons ranger ſous deux claſſes ; ſçavoir, ſous la claſſe des matiéres minerales, & ſous celle des matiéres végétales, dans laquelle nous comprendrons auſſi les animaux ; car les plantes & les animaux produiſans les mêmes principes dans les analyſes, il ne paroît pas que l'on doive en faire deux claſſes différentes.

Les principes des matiéres minerales ſont le ſel, le ſoufre, le mercure, l'eau & la terre.

Les principes des matiéres végétales & animales ſont le ſel, le ſoufre, la terre & l'eau.

Les différentes combinaiſons de ces cinq matiéres, ou de quelques-unes d'entr'elles, font la grande variété de tous les corps qu'il eſt en notre pouvoir d'examiner par le feu. Ces principes ſont de trois différentes natures ; ſçavoir, un principe actif, un paſſif, & trois moyens.

Le principe actif eſt le ſoufre, le paſſif eſt la terre, & les principes moyens ſont le ſel, l'eau & le mercure.

Nous appellons le ſoufre, principe actif, parce qu'il agit ſeul & qu'il fait agir les autres. Nous appellons la terre, principe paſſif, parce qu'elle n'agit jamais, & ne ſert que de réceptacle ou de matrice aux autres principes ; & nous appellons le ſel, l'eau & le mercure, principes moyens, parce qu'ils n'agiſſent pas d'eux-mêmes, mais ils deviennent capables d'agir lorſqu'ils ſont joints au ſoufre, qui en eſt modifié & qui les modifie en une infinité de maniéres, comme nous le verrons lorſque nous traiterons de chaque principe en particulier.

Le ſoufre & le ſel principes ne ſçauroient paroître à nos yeux ſans être joints à quelques-uns des trois autres principes qui leur ſervent de vehicule ; mais nous pouvons examiner les trois autres ſeuls & dépouillés de toute autre choſe.

Tous les corps qui ſont dans la claſſe des matiéres mi-

nérales ne se réduisent pas dans les mêmes principes, ils sont de deux natures tout-à-fait différentes ; les uns contiennent du mercure, & les autres n'en contiennent pas : ceux qui contiennent du mercure sont les métaux & les minéraux métalliques, & ceux qui n'en contiennent pas sont les sels fossiles, les simples pierres & les terres.

Dans l'analyse des métaux on trouve du mercure, une matiere sulphureuse, une matiere terreuse, & dans quelques-uns une matiere saline.

Dans l'analyse des sels fossiles on trouve beaucoup d'acide, qui contient toujours quelque matiere sulfureuse, peu de sel fixe, & un peu de terre.

Dans la plûpart des pierres on ne trouve que beaucoup de terre avec un peu de vapeur sulfureuse.

Dans toutes les terres on trouve du sel acide, quelquefois un peu de sel fixe, & un peu de matiere sulfureuse.

Dans la classe des matieres végétales les corps sont plus uniformes que dans celle des matieres minérales. On trouve dans tous les animaux & dans toutes les plantes du sel, de l'eau, de la terre & une matiere sulfureuse. Il y a cependant cette différence que dans les plantes il se trouve trois sortes de sels ; sçavoir du sel acide, du sel qui sent l'urine & du sel lixiviel ; au lieu que dans les animaux il ne se trouve que du sel d'urine & du sel lixiviel, sans aucun acide manifeste.

L'analyse des métaux & des minéraux métalliques consiste en leur mercurification, laquelle se fait ou par un mercure préparé dissolvant, ou par les sels ressuscitatifs, ou par le moyen du verre ardent. La premiere maniere est aisée quand on a le mercure dissolvant ; la seconde est pénible, & il faut une grande attention pour y réussir ; la troisiéme n'est pas difficile, pourvû qu'on ait un grand verre ardent de trois ou quatre pieds de diamétre. Nous en parlerons plus amplement.

Toutes les autres analyses, soit des matieres minérales, animales ou végétales, consistent dans la distillation & dans la lixiviation.

L'ordre des matieres qui ſuccédent les unes après les autres dans les analyſes des végétaux & des animaux eſt différent, ſelon que le mixte a fermenté ou non ; s'il a fermenté, les liqueurs ſpiritueuſes & les ſels volatils montent les premiers dans l'alembic, puis les liqueurs aqueuſes, enſuite les huiles fœtides, & enfin il reſte la tête morte, laquelle ayant été calcinée, ſe réduit par la lixiviation en ſel fixe & en une terre inſipide. Mais quand le mixte n'a pas fermenté, la liqueur aqueuſe précede les ſels volatils & les liqueurs ſpiritueuſes, les autres matieres ſuivent dans le même ordre que deſſus.

ARTICLE SECOND.

Du Sel principe Chymique.

Il y a différentes ſortes de ſels, ſelon les différentes matieres avec leſquelles ils ſont mêlés.

Il y en a dont le mêlange ſe peut ſéparer par le feu & par la lixiviation, comme ſont tous les ſels eſſentiels des plantes & tous les ſels foſſiles, & dans cette ſignification nous ne les prenons pas pour un principe Chymique.

Il y en a d'autres dont nous connoiſſons à peu-près le mêlange ; mais il n'eſt pas encore dans notre pouvoir de les ſéparer. Nous les prendrons pour un de nos principes Chymiques, parce que nos analyſes ne les peuvent pas rendre plus ſimples, ce qui eſt le caractere de nos principes ; & dans ce ſens : Le ſel principe eſt une matiere diſſoluble par l'eau, & qui ne change pas par le feu.

Nous avons trois différentes ſortes de ſels qui conviennent à cette définition, dont deux ſont volatiles & la troiſiéme eſt fixe ; les volatiles ſont les ſels acides & les ſels qui ſentent l'urine ; les fixes ſont les ſels qui ſe tirent par la lixiviation après une forte calcination.

Nous ne trouvons aucun de ces trois ſortes de ſels ſans être mêlangé ; mais nous les tirons aiſément des mixtes dans leſquels la nature les a placés, & par conſéquent le

ſalpêtre, par exemple, le ſel marin, le vitriol, le tartre, &c. ne ſont pas des principes Chymiques, mais les ſels acides diſtilés du ſalpêtre, du ſel marin & des autres, ſont un principe Chymique; l'eau dans laquelle ces ſels nagent, & la terre ou le ſel fixe qui reſtent dans la cornue après la diſtillation de ces acides, ſont d'autres principes Chymiques, dont nous parlerons à leur rang.

Nous ne ſçavons pas précisément de quelle figure ſont ces trois ſels principes; mais à en juger par leurs effets, la figure la plus convenable des acides nous paroît des pointes revêtues de quelque matiere ſulfureuſe; la figure des ſels qui ſentent l'urine nous paroît des éponges, qui contiennent une partie de l'acide & de l'huile fœtide animale ou des plantes; & la figure des ſels lixiviels nous paroît des éponges contenant ſeulement un reſte d'acide que le feu de la calcination n'étoit pas capable d'en chaſſer.

Nous pouvons conſidérer les ſels acides purs & ſans aucun mélange, & alors tous les acides ſont d'une même nature; mais en les conſidérant comme la diſtillation nous les donne dans les eſprits acides, nous les trouvons toujours accompagnés de quelque matiere ſulfureuſe, que nous n'en pouvons pas ſéparer, & qui donne l'activité aux eſprits acides. C'eſt cette matiere ſulfureuſe qui les caractériſe, & qui fait la différence qu'il y a entre les eſprits acides. Nous les rangerons en trois différentes claſſes ſelon les différentes matieres ſulfureuſes qui les accompagnent.

Nous ferons la premiere claſſe de ceux qui contiennent du ſouffre animal ou végétal, ce qui eſt à peu-près la même choſe. Dans cette claſſe ſont tous les acides diſtillés des plantes, des fruits, des bois, &c. & l'eſprit de nitre.

La ſeconde claſſe des ſels acides eſt de ceux qui contiennent un ſoufre bitumineux. Dans cette claſſe ſont les acides du vitriol, du ſoufre commun & de l'alun.

La troiſiéme claſſe eſt de ceux qui contiennent une matiere ſulfureuſe minérale plus fixe ou approchante du ſoufre métallique. Dans cette claſſe ſont les acides tirés des différens ſels marins & des ſels gemmes.

Nous disons que les acides de la premiére classe contiennent un soufre animal ou végétal, & nous mettons dans cette classe tous les acides distillés des plantes & l'esprit de nitre. L'on conviendra aisément que les acides des plantes peuvent avoir retenu une portion de l'huile de la plante, qui est leur matiére sulfureuse, puisque dans la réduction de ces acides en sels moyens on trouve toujours un peu d'huile qui ne peut provenir que de leurs plantes mêmes. Et quand on considerera que tout le salpêtre que nous avons, est tiré ou des terres abbreuvées des excremens des animaux, ou des vieux murs & des plâtras des vieux bâtimens, qui sont remplis de matiéres sulfureuses, tant des animaux qui les ont habités, que de la fumée ou de la suie qui les ont pénétrés ; il y a apparence que c'est de ces soufres plûtôt que le salpêtre a emprunté le sien, que de quelqu'autre matiére plus éloignée.

Nous avons attribué un soufre bitumineux aux acides de la seconde classe, qui comprend les esprits du soufre commun, du vitriol & de l'alun, parce qu'on tire ordinairement ces trois matiéres d'une même pierre minerale, dans laquelle domine la matiére bitumineuse, qui fait une des principales parties du soufre commun ; & comme les esprits acides de l'alun & du vitriol ressemblent parfaitement pour le goût & pour les effets à l'esprit de soufre dont la partie sulfureuse provient incontestablement de la partie bitumineuse du soufre commun ; il y a toute apparence que les acides du vitriol & de l'alun aient retenu aussi une partie du même soufre, dont leur miniére commune étoit remplie.

Le sel marin pris sur différentes côtes de la terre est de différent goût, & il produit des effets fort différens aussibien que les esprits acides qui en ont été distillés. Il en est de même du sel gemme tiré de différentes Provinces ; nous en avons fait la troisiéme classe de nos acides ; nous leur attribuons un soufre dont les parties sont plus déliées, que ceux des deux classes précédentes & approchant du soufre métallique, parce que le sel gemme se trouve dans

les endroits voiſins des mines métalliques; & le ſel marin, ſelon toutes les apparences, n'eſt autre choſe que du ſel gemme dont les carriéres ont été pénétrées par l'eau de la mer, qui en a tiré toute la ſalure; & comme ces carriéres en différens pays ſont voiſines & entrelaſſées de différentes mines métalliques, dont ces ſels empruntent des ſaveurs particuliéres, il y a apparence que les différens effets du ſel marin & du ſel gemme apportés de différentes Provinces, ne proviennent que des différentes matiéres métalliques dont ces ſels participent; & comme les ſels ſe joignent facilement aux ſoufres & les retiennent ſans que nous les en puiſſions ſéparer, nous pouvons juger vraiſemblablement que les matiéres ſulfureuſes qui accompagnent le ſel marin & le ſel gemme ſont plûtôt un ſoufre métallique qu'ils ont retenu de leurs mines, que quelqu'autre que ce puiſſe être; & qui eſt différent ſelon les métaux qui ſe ſont trouvés parmi les mines de ces ſels.

Les matiéres ſulfureuſes végétales & animales étant d'une ſubſtance fort legére, c'eſt-à-dire, occupant beaucoup de place, elles doivent augmenter conſidérablement le volume des pointes des acides auſquelles elles ſe joignent; ce qui fait que ces acides ne ſçauroient s'introduire dans les matiéres fort compactes, ou dont les pores ſont fort ſerrés; mais étant legéres & ayant beaucoup de ſuperficie, elles donnent beaucoup de priſe à la flamme qui les pouſſe, ce qui fait que les acides de cette premiére claſſe agiſſent avec plus de vîteſſe que les acides des deux autres claſſes.

Le ſoufre bitumineux eſt le moins vif de tous les ſoufres que nous connoiſſons, étant chargé d'une grande quantité de matiére terreuſe qui lui ſert de matrice; il ſe lie plus difficilement aux matiéres ſalines que les autres ſoufres, enſorte que nous pouvons juger qu'il en reſte une moindre quantité jointe aux acides de la ſeconde claſſe qui en ſont animés, qu'il ne reſte des autres ſoufres qui ſe ſont joints aux autres acides. Auſſi voyons-nous que les acides de cette claſſe employés ſeuls, ne diſſolvent preſque point de matiéres métalliques; mais étant mêlés à ceux de la pre-

miére ou de la troisiéme classe, ils participent de ces nouveaux soufres; & devenant par-là de la nature des acides à qui on les a joints, ils deviennent capables de dissoudre tous les métaux.

Le soufre métallique est plus fixe que le soufre végétal ou animal, c'est-à-dire, que ses parties sont plus petites & plus compactes; car une matiére n'est fixe que parce que ses parties ayant été mises en mouvement par le feu, n'en peuvent pas être enlevées, & une matiére n'est volatile que parce que ses parties sont aisément enlevées par le feu. Or la facilité d'être enlevé par le feu ne consiste qu'en ce que les parties de cette matiére sont d'une tissure lâche & spongieuse, ayant beaucoup de superficie, contre laquelle une grande quantité de la flamme pouvant heurter à la fois, elle les pousse & les entraîne avec elles; au lieu que les parties d'un corps étant compactes & occupant peu de place, il n'y a qu'une petite quantité de la flamme qui les puisse toucher à la fois, & les pousser foiblement pour les enlever, ce qui fait leur fixité. Les acides de notre troisiéme classe sont accompagnés d'un soufre de cette nature, c'est-à-dire, qui est plus fixe que ceux des autres acides; d'où il s'ensuit premiérement que les parties de ce soufre étant fort petites, les pointes de notre acide en sont peu grossies, & par conséquent qu'elles sont capables de s'introduire dans les matiéres très-compactes, ou dont les pores sont fort serrés: secondement que ces pointes menues donnant peu de prise à la flamme qui les pousse, les acides de cette troisiéme classe ne doivent pas agir avec autant de violence que les acides de la premiére classe, qui donnent beaucoup de prise à la flamme pour les pousser.

Les acides joints aux sels fixes composent des sels mixtes, ou des sels moyens, selon la nature des acides qui y ont été employés; par exemple, l'esprit de nitre joint au sel de tartre produit du vrai salpêtre, l'esprit de sel joint au sel de tartre produit du vrai sel commun, l'esprit de vitriol joint au sel de tartre produit du vrai vitriol, mais sans métal, &c. qui sont tous des sels moyens, c'est-à-dire, en partie

partie fixes, en partie volatils, parce que les deux ſels qui les compoſent, ſont & demeurent l'un fixe & l'autre volatil.

Les acides joints aux ſels qui ſentent l'urine, compoſent une autre ſorte de ſels qu'on appelle ſels ammoniacs, qui ſont toujours volatils, parce que les deux ſels qui les compoſent, ſont chacun volatils.

On a donné le nom d'alcali aux ſels lixiviels & aux ſels qui ſentent l'urine, l'un s'appelle alcali fixe, & l'autre alcali volatil : les ſels acides ſont pris ordinairement pour les antagoniſtes de ces alcalis, parce que leur mêlange ne ſe fait quaſi jamais ſans une grande ébullition & effervefcence; mais on pourroit dire avec plus de raiſon que cette ébullition & cette effervefcence ne ſont pas des combats, mais plûtôt une jonction très-convenable de deux matiéres qui avoient été naturellement unies enſemble, & qui n'ont été ſéparées que par la violence du feu, & qui ſe replacent aux mêmes endroits d'où la flamme les avoit arrachés. Auſſi les compare-t-on les unes à des guaines, & les autres à des pointes propres pour s'introduire dans ces guaines.

Ces pointes ou ces acides n'entrent pas ſeulement dans les pores ou dans les guaines des ſels alcalis, ils entrent de même dans tous les autres corps, dont les pores ſont à peu près ſemblables aux pores des ſels alcalis. On appelle ces ſortes de corps, des alcalis terreux, ou des alcalis métalliques.

La précipitation avec laquelle les pointes des acides entrent dans les pores de ces ſortes d'alcalis, en éclate & en déchire le tiſſu, enſorte qu'ils en ſont réduits en parties ſi menues que l'œil ne ſçauroit plus les découvrir. C'eſt ainſi que ſe font les diſſolutions de tous les métaux par les acides; & comme chacune de ces petites parties du métal diſſout, ne laiſſent pas d'être toujours du métal, ces parties ſe rejoignent & reparoiſſent en forme métallique, lorſqu'on en ſépare l'acide qui les avoit diſſous.

Les acides ou diſſolvans des métaux ne diſſolvent pas indifféremment tous les métaux; ils ſont de deux natures, dont les uns ſont appellés ſimplement eaux-fortes, & les

autres ſont appellés eaux-régales : les premieres diſſolvent l'argent & le plomb, ſans diſſoudre ni l'or ni l'étain ; & les eaux-régales diſſolvent l'or & l'étain, ſans diſſoudre ni l'argent ni le plomb ; mais tous les deux diſſolvent le fer, le cuivre & le mercure.

Les eaux-fortes ſont l'eſprit de nitre, l'eſprit de vitriol, l'eſprit de ſoufre & ce qu'on appelle l'eau-forte commune; laquelle n'eſt autre choſe qu'un mêlange de parties à peu près égales d'eſprit de nitre & d'eſprit de vitriol. Les eaux-régales ſont l'eſprit de ſel commun, & les eaux-fortes quand on y a joint du ſel commun ou de l'eſprit de ſel.

Il faut obſerver ici qu'il n'y a qu'une ſeule eau-forte principale, ſçavoir l'eſprit de nitre, lequel diſſout ſeul l'argent, ſans avoir beſoin d'être mêlé à d'autres acides, & que les autres acides, que nous avons qualifiés d'eaux-fortes, ne ſçauroient diſſoudre l'argent ſans être mêlés d'eſprit de nitre ; & que de la même maniére il n'y a qu'une ſeule eau-régale, à proprement parler, ſçavoir l'eſprit de ſel, qui diſſout l'or ſans avoir beſoin d'être mêlé à d'autres acides, & que tous les autres acides ne deviennent eaux-régales qu'étant mêlés avec du ſel commun, ou avec de l'eſprit de ſel.

Il paroit une différence très-conſidérable dans ces deux ſortes de diſſolvans par les différens effets qu'ils produiſent, ſelon les métaux que les uns diſſolvent & que les autres ne diſſolvent pas.

Pour avoir une idée de la cauſe de ces différens effets, nous ſuppoſerons l'or un métal fort ſulfureux & très-compacte, dont les pores ſont fort petits; & l'argent un métal moins compacte, contenant peu de ſoufre, & dont les pores ſont plus grands que ceux de l'or, comme nous le prouverons dans la ſuite.

Puis nous nous ſouviendrons qu'en diſtribuant les eſprits acides en différentes claſſes ſelon les différens ſoufres qui les animent, nous avons mis l'eſprit de nitre, qui eſt la baſe des eaux-fortes, dans la claſſe de ceux dont les pointes ſont revêtues d'une matiére ſulfureuſe animale & vé-

gétale, & que nous avons donné beaucoup de volume à ce soufre, qui doit par conséquent grossir beaucoup les pointes des eaux-fortes; ces pointes grossieres trouvant les pores de l'or trop petits pour s'y introduire, ne sçauroient en écarter les parties, c'est-à-dire, ne le sçauroient dissoudre; mais les pores de l'argent étant assez grands pour recevoir ces pointes, que je suppose en forme de cones, elles y entrent par leurs bouts pointus sans aucune résistance, & écartent par leurs bases les parties de l'argent & le dissolvent.

Nous nous souviendrons aussi que nous avons mis l'esprit de sel, qui est la base des eaux-régales, dans la classe des acides qui sont accompagnés d'une matiere sulfureuse, dont les parties sont fort menues, qui n'augmente que très-peu les pointes de ces acides, & qui par conséquent sont capables d'entrer dans les petits pores de l'or, en écarter les parties, & d'en être le dissolvant; mais ces pointes si déliées ne remplissant pas les grands pores de l'argent, n'en peuvent pas écarter les parties, & par conséquent elles ne peuvent pas être le dissolvant de l'argent.

La quantité de soufre volatil qui accompagne l'esprit de nitre compose un dissolvant plus vif que n'est l'esprit de sel, dont la matiere sulfureuse est plus fixe. Aussi voyons-nous que l'esprit de nitre dissout avec plus de violence & de vîtesse que l'esprit de sel, & qu'il faut une plus grande quantité d'esprit de sel pour dissoudre, par exemple, une once d'or, qu'il ne faut d'esprit de nitre pour dissoudre une once d'argent.

Les deux acides dissolvans; sçavoir, l'esprit de sel & l'esprit de nitre, qui dissolvent chacun plusieurs métaux, en dissolvent toujours les uns plus aisément & plus vîte que les autres; c'est-à-dire, qu'il faut que le dissolvant soit bien déflegmé pour dissoudre un certain métal, & qu'il peut être moins déflegmé pour en dissoudre un autre, & encore moins pour en dissoudre un troisiéme; par exemple, une eau-forte qui dissoudra fort bien l'argent, est trop forte pour dissoudre le plomb, & elle ne fera que le calciner;

mais pour lui faire diſſoudre auſſi le plomb, il la faut affoiblir de cinq ou ſix parties d'eau commune, & ſi on l'affoibliſſoit davantage, elle ne laiſſeroit pas de diſſoudre fort bien le fer & le cuivre.

On obſerve un fait remarquable dans les diſſolutions de pluſieurs métaux par un même diſſolvant, qui eſt que le diſſolvant quitte le métal qu'il diſſout le plus difficilement, lorſque dans cette diſſolution on met un métal qu'il diſſout plus aiſément; par exemple, diſſolvez de l'argent dans de l'eau-forte, affoibliſſez la diſſolution par l'eau commune, puis mettez dans cette diſſolution un morceau de cuivre, l'eau-forte commencera à ronger le cuivre, & en même-tems les parcelles de l'argent s'attacheront au morceau de cuivre à meſure que l'eau-forte rongera le cuivre; & ſi on veut retirer auſſi le cuivre de l'eau-forte, on n'a qu'à mettre dedans un morceau de fer, & à meſure que l'eau forte rongera le fer, le cuivre s'attachera à ſa place. C'eſt ainſi que ſe fait cette prétendue tranſmutation de fer en cuivre par les eaux vitrioliques, où à la vérité, le fer qu'on met tremper dans cette eau pendant quelque tems paroît ſe changer en cuivre; mais cela n'arrive que de la maniere que je viens de dire.

Les ſels foſſiles prennent certaines figures dans leurs criſtalliſations, qu'on leur attribue comme leurs figures propres, & qu'on ſuppoſe être auſſi les figures des acides de ces mêmes ſels. Ces figures ſont des longues aiguilles au ſalpêtre, des cubes au ſel marin, des quarrés longs au ſel gemme, des hexagones au vitriol, des triangles à pointes abbatues à l'alun, des ovales applatis au borax, des aiguilles branchues au ſel ammoniac, &c. Cependant quand on examine de près les configurations de ces ſels, on voit que ces figures ne peuvent pas être les figures propres de ces ſels, ni des acides qu'on en diſtille, & qu'elles doivent plûtôt être attribuées aux alcalis ſalins, terreux ou métalliques qu'ils ont diſſous, & qui leur ſervent de baſe.

Nous en voyons une preuve convaincante dans les différentes figures que prend un même acide ſelon les diffé-

rens alcalis dont il a été ſoulé & criſtalliſé enſuite ; par exemple, l'eſprit de nitre qui a ſoulé du ſel de tartre, ſe criſtalliſe en longues aiguilles ; ce même eſprit de nitre ayant diſſout du cuivre, ſe criſtalliſe en hexagones ; ce même eſprit de nitre ayant diſſout du fer, ſe criſtalliſe en quarrés irréguliers ; ce même eſprit de nitre ayant diſſout de l'argent, ſe criſtalliſe en lammes plates, minces & larges, triangulaires, dentelées ; ce même eſprit de nitre ayant diſſout du mercure, ſe criſtalliſe en pointes de diamants ; ce même eſprit de nitre ayant diſſout de l'argent & du mercure enſemble, ſe criſtalliſe en buiſſons ou en petits arbriſſeaux ; ce même eſprit de nitre ayant diſſout du plomb, ſe criſtalliſe en houppes comme des broſſes, &c. Dans toutes ces différentes figures, ce n'eſt que le même eſprit de nitre qui change de figure, ſelon les alcalis avec leſquels il s'eſt criſtalliſé.

Il arrive la même choſe dans les criſtalliſations des autres acides, après avoir diſſout différens métaux ou autres alcalis ; enſorte que l'on peut dire que ces figures appartiennent plûtôt aux alcalis qu'aux acides, & qu'il n'eſt pas vrai de dire que les pointes des acides reſſemblent à la figure du ſel dont on les a tirés par la diſtillation.

De tous les ſels naturels, ſoit foſſiles, ou des plantes, ou des animaux, après que la violence du feu en a ſéparé tout le ſel volatil, on tire des féces qui reſtent un ſel fixe par la lixiviation, des uns plus, des autres moins.

Ces ſels fixes lixiviels ne ſont autre choſe qu'un reſte des ſels acides que le feu de la calcination n'a pû ſéparer de la terre du mixte, qui lui ſert de baſe, & qui ſe diſſolvent enſemble dans l'eau commune.

La ſaveur de ces ſels lixiviels eſt très-différente, ſelon la quantité du ſel acide de leur mixte, qu'ils ont retenu dans la calcination ; une partie de cet acide s'en peut dégager en le traitant de certaines manieres dans le feu ; mais on ne ſçauroit l'en dépouiller entiérement.

Nous obſervons principalement en trois différentes occaſions, qu'une partie de ce ſel acide ſe ſépare d'avec les

ſels fixes lixiviels, dont la premiere eſt, quand on les laiſſe pendant pluſieurs jours dans un très-grand feu. Nous en avons un exemple dans les Verreries, où les ſels fixes des plantes ſervent de fondant au cailloux ou au ſable pour les fondre en verre. On laiſſe les creuſets pendant pluſieurs jours & nuits dans le grand feu du four de la Verrerie, & la flamme qui paſſe continuellement au travers de cette matiere en emporte toujours un peu. On s'apperçoit de cette évaporation à la voûte des fours qui ſe vitrifie au-deſſus des creuſets ; ce qui n'arrive qu'à raiſon des parcelles du ſel fondant, que la flamme arrache continuellement de la maſſe du verre fondu, & les pouſſe contre la voûte du four, où elles s'attachent & ſervent de fondant à la terre de cette voûte, que les Ouvriers cherchent avec grand ſoin la plus dépouillée de ſels qu'ils peuvent trouver, pour faire ces fours les plus durables.

On s'apperçoit encore de cette évaporation, parce que le verre qui a bouilli pendant quinze jours ou trois ſemaines dans le four de la Verrerie, eſt incomparablement plus dur que celui qui n'y a été que deux ou trois jours, & cela par cette raiſon :

Le cailloux qui ſert de baſe au verre eſt une pierre fort dure ; on la mêle avec environ parties égales de quelque ſel fixe pour la mettre en fuſion : ce ſel eſt une matiere fort tendre, qui étant joint au cailloux, produit dans la vitrification un corps moins dur que le cailloux, & plus dur que ce ſel ſeul ; les degrés de cette dureté conſiſtent dans le plus ou le moins de l'une de ces deux matieres qui ſe trouve dans la compoſition du verre. Or le feu emportant toujours peu-à-peu une partie du ſel ou de la matiere tendre de cette compoſition, elle devient tous les jours de plus dure en plus dure, enſorte qu'à la fin ces verres deviennent preſqu'auſſi durs que l'étoit le cailloux avant ſa fonte.

La ſeconde occaſion où ces ſels fixes peuvent devenir volatils, eſt de les diſſoudre dans de l'eau, les tenir pendant quelque tems en digeſtion, enſuite de les filtrer & évaporer, puis recommencer ces opérations pluſieurs fois

jusqu'à ce qu'à la fin ces sels se cristallisent ; alors il les faut mêler avec du bol & les distiller à grand feu, il en viendra un esprit acide : le sel fixe retiré de la tête-morte traité de la même maniére en rendra encore un peu, mais en très-petite quantité.

La troisiéme maniére de dégager l'acide des sels fixes, est tout-à-fait différente de celles que nous venons de rapporter dans les deux maniéres précédentes, où le sel acide s'en sépare peu à peu sans changer de nature, restant toujours acide, & ne paroissant qu'en liqueur ou en esprit acide : mais dans cette troisiéme maniére le sel fixe se sublime en un sel volatil concret sans odeur & sans avoir conservé aucune acidité. Cette maniére consiste à joindre quelque sel urineux à ces sels fixes, lequel absorbant l'acide du sel fixe, en précipite dans un moment la matiére terreuse, & compose un sel salé, qui devient dans le feu un sel volatil concret selon la nature du sel urineux qu'on avoit joint au sel fixe.

Les sels urineux que l'on veut employer à ces sortes de volatilisations ne doivent pas être pris indifféremment, ils doivent être de la même nature des sels fixes lixiviels auxquels on les veut joindre ; autrement ils ne feront aucun bon effet ; c'est-à-dire, que les sels fixes des mineraux ne pourront pas se joindre aux sels urineux des plantes ou des animaux, pour en devenir volatils, & que par la même raison un sel fixe de plantes ne pourra pas être volatilisé par un sel urineux minéral ; mais le fixe lixiviel étant joint à l'urineux du même genre, ils se volatiliseront.

Nous avons trois sortes de sels urineux ; le premier est des plantes ou des animaux, ce qui est la même chose ; le second est un sel urineux mineral, & le troisiéme est un sel urineux moyen, c'est-à-dire, qui participe du mineral & des plantes, ou des animaux ; le premier est volatil, & les deux autres sont fixes.

Nous entendons sous le mot de sel urineux des plantes ou des animaux, tous les sels qui sentent l'urine : leur effet pour volatiliser d'autres sels est fort connu ; car on le

joint au ſel commun ; & en le mettant au feu il en provient ce que nous appellons ſel ammoniac, lequel eſt à la vérité un ſel volatil, puiſqu'il ſe ſublime dans le chapiteau ; mais quand on l'examine de près, ce n'eſt qu'un aſſemblage fort ſuperficiel de deux ſels volatils, ſçavoir du ſel d'urine & de l'acide du ſel commun ; ce qui ſe prouve par le mêlange du ſel volatil d'urine & de l'eſprit de ſel, dont il ſe fait un ſel ammoniac ſemblable au précédent, & même l'on peut ſubſtituer à la place de l'eſprit de ſel quelqu'autre eſprit acide mineral qu'on voudra, il en viendra le même ſel ammoniac.

Mais ces ſels ſi différens entr'eux ne ſe joignent jamais ſi bien enſemble que par un intermede terreux, ils ne ſe ſéparent même ſans feu, & cela par la diſparité de ces deux ſels qui ſont de différentes natures, ſçavoir l'un animal & l'autre mineral.

Mais ſi à la place d'un ſel acide mineral on joint au ſel urineux d'une plante un ſel acide auſſi de quelque plante, comme par exemple du vinaigre diſtillé ; (car tous les eſprits acides des plantes ſe reſſemblent auſſi-bien que tous les ſels urineux des plantes & des animaux,) on aura un fort beau ſel volatil acide concret très-excellent dans la Médecine, & qui fait d'autres effets que le ſel ammoniac ordinaire.

Pour volatiliſer les ſels fixes des plantes, les ſels urineux des plantes ne conviennent pas, parce que les ſels urineux des plantes ſont des ſels volatils, qui ne ſe joignent pas inſéparablement aux ſels fixes ; mais les ſels urineux moyens étant des ſels fixes, ils s'accrochent volontiers aux ſels fixes des plantes, & étant joints enſemble d'une maniére qui convient, ils ſe volatiliſent les uns les autres.

Les aluns ſont nos ſels urineux moyens, & le borax eſt notre ſel urineux mineral. Nous les appellons ſels urineux par deux raiſons : la premiére eſt parce que ces ſels volatiliſent, l'un les ſels fixes lixiviels des plantes, & l'autre les ſels fixes lixiviels des mineraux, de ſorte qu'ils ſe ſubliment en ſels volatils concrets, de la même maniére que le

ſel

ſel d'urine change tous les ſels acides en ſels ammoniacs, qui ſont auſſi des ſels volatils concrets.

La ſeconde raiſon pourquoi nous les appellons ſels urineux eſt, qu'il ſe trouve effectivement dans l'alun & dans le borax une matiere urineuſe, c'eſt-à-dire, une odeur d'urine, qui ſe manifeſte dans le feu lorſqu'on les diſtille avec un intermede terreux, ſoit qu'ils ayent cette matiere par la nature, ou qu'elle leur ſoit communiquée par l'art dans la fabrique, lorſqu'on les tire de leurs mines.

Les ſels urineux moyens quoique fixes ne ſçauroient enlever les ſels fixes minéraux, comme eſt, par exemple, le ſel fixe du vitriol, il lui faut un ſel urineux tout-à-fait minéral, comme eſt le borax, & plus fixe que l'alun ou le ſel urineux moyen; auſſi celui-là précipite le ſel fixe du vitriol, comme le ſel urineux moyen précipite le ſel de tartre, & le rend ſublimable en un ſel volatil légérement ſalé & ſans aucune odeur.

Ce même ſel urineux minéral très-fixe qui volatiliſe, par exemple, le ſel fixe du vitriol, étant joint à l'huile de vitriol qui eſt ſon ſel acide, le corporifie de la même maniere en un ſel volatil légérement ſalé, enſorte qu'on ne ſçauroit diſtinguer ni au goût, ni à la couleur, ni à la figure le ſel volatil qui provient de l'huile de vitriol, d'avec le ſel volatil qui provient du ſel fixe de vitriol.

Cette opération confirme ce que nous avons dit de la nature des ſels lixiviels, qui me paroiſſent n'être autre choſe qu'un reſte de ſels acides du mixte que la flamme n'a pas pû ſéparer de ſa terre, & que dans cette opération le ſel urineux minéral fixe abſorbe cette partie acide du vitriol qui étoit reſtée dans ce que nous appellons ſel fixe de vitriol, & en compoſe un ſel volatil ſalé, puiſque nous voyons que ce même ſel urineux, ſe joignant à l'acide du vitriol, (connu pour tel, comme l'eſt l'huile de vitriol,) compoſe le même ſel volatil ſalé, avec cette différence ſeulement, que ſon mélange avec le ſel fixe du vitriol fait une précipitation très-copieuſe, au lieu qu'il ne ſe précipite rien du tout de ſon mélange avec l'huile de vitriol, apparemment par

la raiſon que l'acide du ſel fixe de vitriol eſt intimement mêlé avec une grande quantité de terre & un peu de métal, qui s'en doivent ſéparer dans le moment que le ſel urineux minéral abſorbe cet acide, & ſe précipiter comme une terre inutile; mais l'acide de l'huile de vitriol ayant pour véhicule de l'eau & non pas une terre comme avoit le ſel fixe, il ne s'en peut rien ſéparer ou précipiter de ſenſible dans ſon mélange avec le ſel urineux minéral.

Il arrive la même choſe dans la volatiliſation des autres ſels fixes minéraux, que nous venons de remarquer dans le ſel fixe de vitriol.

Je n'avois pas deſſein de donner aucune opération dans ces Eſſais de Chymie, les ayant reſervés pour un Cours d'Opérations de Chymie que je donnerai après ces Eſſais. Cependant comme la volatiliſation des ſels fixes lixiviels n'eſt pas connue au public, que je ſçache, & que l'on peut facilement ſe tromper dans les circonſtances d'une opération qui ne nous eſt pas familiere; j'ai cru faire plaiſir de donner ici par avance tout au long le procédé comment il faut employer un ſel urineux pour faire, par exemple, le ſel volatil narcotique du vitriol, qui pourra, *mutatis mutandis*, ſervir de modéle aux volatiliſations des autres ſels fixes lixiviels.

Prenez trois livres de colcothar, c'eſt-à-dire, de la tête-morte qui reſte après la diſtillation de l'huile de vitriol, verſez deſſus cinq ou ſix pintes d'eau bouillante, laiſſez en infuſion pendant deux heures dans une terrine de grais en remuant de tems-en-tems avec une ſpatule de bois, verſez-en toute l'eau par inclination, & filtrez; gardez cette eau claire, qui ſera verdâtre.

Puis prenez deux onces de borax, mettez-le en poudre, & verſez deſſus une pinte d'eau chaude dans un vaiſſeau de verre, remuez avec une ſpatule de bois juſqu'à ce que tout le borax ſoit diſſout.

Verſez cette diſſolution toute chaude dans la précédente eau filtrée, il ſe précipitera ſur le champ une boue griſe verdâtre; laiſſez ce mélange en repos juſqu'au lendemain,

puis filtrez par le papier gris, évaporez cette eau filtrée dans des vaiſſeaux de verre juſqu'à ce qu'elle commence à faire la pellicule; alors mettez-les enſemble dans une cucurbite de verre qui tienne environ deux pintes, & qui ait au moins huit pouces de haut; adaptez-y un chapiteau avec un petit récipient, & diſtillez au bain de ſable juſqu'au ſec, jettez toute l'eau qui en diſtillera juſqu'aux derniéres quatre onces, qui ſeront un peu acides, qu'il faudra garder ſoigneuſement. Lorſqu'il ne diſtillera plus d'humidité, le ſel volatil montera & s'attachera comme de la neige, auſſi-bien dans le chapiteau, que dans toute la capacité de la cucurbite; quand vous verrez qu'il ne montera plus rien, vous laiſſerez finir le feu: les vaiſſeaux étant froids, vous ramaſſerez la ſublimation avec une plume ou en la détachant avec un coûteau, prenant garde que dans le ſublimé il ne ſe mêle de ce ſel qui reſte au fond de la cucurbite: le ſel ſublimé ſera comme de la neige; il le faut comprimer en un gâteau entre deux papiers, où il prendra une couleur brillante comme des perles; il faut le garder en un lieu ſec dans une boëte de bois ou de verre, il y en aura environ un gros.

Sur le ſel qui demeure au fond de la cucurbite vous verſerez les quatre onces d'eau aigrelette que vous avez gardée de la diſtillation, vous remettrez le chapiteau ſur la cucurbite, & vous diſtillerez & ſublimerez comme la premiére fois, en conſervant l'eau qui en diſtillera; la ſeconde ſublimation ſera plus copieuſe que la premiére: remettez l'eau diſtillée dans la cucurbite, & ſublimez; réiterez ceci tant de fois qu'il ne ſe ſublime plus rien, ce que vous pourrez faire huit ou dix fois ſur le même ſel qui demeure au fond de la cucurbite.

Le ſel volatil des derniéres ſublimations eſt auſſi bon que celui des premiéres; ſon effet dans la Médecine eſt d'appaiſer les déſordres que les matiéres ſulfureuſes irritées peuvent cauſer dans nous; par exemple, dans les fiévres malignes avec tranſport au cerveau, une priſe ou deux de ſept ou huit grains chacune, diſſous dans une cuillerée

ou deux d'eau chaude, & pris dans le fort de l'accès, diminue la fiévre & calme le transport en sept ou huit heures de tems, & donne le loisir au Médecin de guérir à son aise le malade par les simples purgatifs ordinaires.

J'appelle ce reméde du sel volatil narcotique du vitriol, parce qu'il ne fait qu'appaiser la fiévre & le transport pour un tems, sans les guérir : car si dans cet intervalle on ne chasse la cause de la maladie par les purgatifs, la fiévre & le transport reviennent.

Nous voyons par cette opération, que le sel fixe de vitriol n'est autre chose qu'une matiére terreuse & métallique, dans laquelle il est resté une partie de sel acide de ce minéral, & que le sel urineux minéral ayant absorbé la plûpart de ces pointes acides, ils deviennent un sel volatil débarrassé de leur terre, laissant au fond du vaisseau un reste de sel beaucoup plus fixe qu'il n'étoit avant cette opération. Si au contraire l'on surchargeoit un sel volatil acide d'une trop grande quantité de matiére terreuse, il se changeroit en un sel aussi fixe que l'est celui que nous tirons par la lixiviation du colcothar du vitriol, comme il se change en un sel moyen lorsqu'il ne fait que se saouler simplement d'une matiére terreuse ou alcaline.

EXAMEN DE LA LIGNE COURBE, formée par un rayon de lumiére qui traverse l'Atmosphére.

PAR M. DE LA HIRE.

1702. 25. Février. JE suppose ici que l'air tel qu'est celui qui environne la terre, & que nous appellons *Atmosphére*, est un corps pesant, & que les particules dont il est composé sont des ressorts, qui par leur nature, de quelque figure qu'on veuille les imaginer, sont capables d'une très-grande extension, & d'un resserrement ou d'une compression presqu'infinie par accident, comme par un poids dont ils se-

roient chargés, & que ces mêmes particules n'étant point accrochées les unes aux autres, le corps qu'elles composent est un liquide, lequel est aussi transparent.

Mais je puis encore supposer, comme on le connoît par toutes les expériences, que les corps à ressort étant considerés dans un petit espace de leur extension naturelle, se compriment dans la raison des poids dont ils sont chargés; ou au contraire ayant été comprimés par un poids, ils s'étendent dans la raison des mêmes poids dont ils sont soulagés.

Il s'ensuit donc de-là qu'on ne doit considérer que la hauteur d'une masse d'air, comme *EG*, par rapport aux accidens qui lui arrivent dans les différentes charges qui la compriment, puisque l'air est un corps liquide.

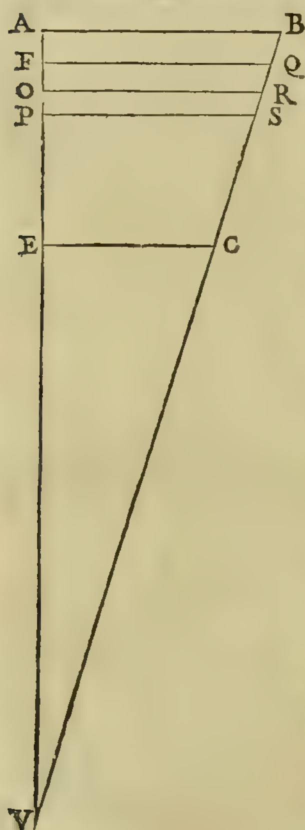
G
I
L
N
E

Soit donc *EG* un espace de la hauteur de l'Atmosphére depuis la superficie de la terre en *E* jusqu'en *G*, & que cet espace est comprimé par toute la masse de l'Atmosphére qui est au-dessus de *G*, & par sa propre pesanteur suivant les différens degrés de sa hauteur; & enfin que cette même masse *EG* avec celle qui est au-dessus doit agir de la même maniére sur la matiére de l'Atmosphére qui seroit au-dessous de *E*.

Mais si l'on imagine des espaces *GI*, *IL*, *LN*, &c. dans l'étendue *GE*, lesquels soient indéfiniment petits, & qui comprennent des quantités égales des ressorts de l'air, tel qu'il doit être dans son étendue naturelle, l'air compris en *GI* sera réduit à cet espace *GI* par la charge de l'Atmosphére supérieure; la partie de l'air comprise en *IL* sera réduite à cet espace *IL*, qui sera moindre que l'espace *GI*, à cause qu'il est chargé de l'Atmosphére qui est au-dessus de *G*, & de la partie qui est en *GI*. De même l'air qui est en *LN* sera réduit à cet espace *LN* par la charge de l'Atmosphére au-dessus de *G*, & des parties de l'air en *GI* & en *IL*; c'est pourquoi cet espace *LN* sera encore plus petit que le supérieur immédiat *IL*. Ce sera la même chose pour tous les autres espaces en descendant vers *E*. Et comme nous avons supposé

que ces eſpaces *GI*, *IL*, *LN*, &c. contenoient des quantités égales d'air qui ont des peſanteurs égales, il s'enſuit par l'hypothéſe des reſſorts que les diminutions de ces eſpaces ſeront auſſi égales entr'elles. Mais il s'enſuit auſſi que ces diminutions ſeront toujours entr'elles dans la raiſon des quantités d'air ajoutées à celui qui eſt au-deſſus de *G* dans une progreſſion ſucceſſive, telle qu'elle puiſſe être.

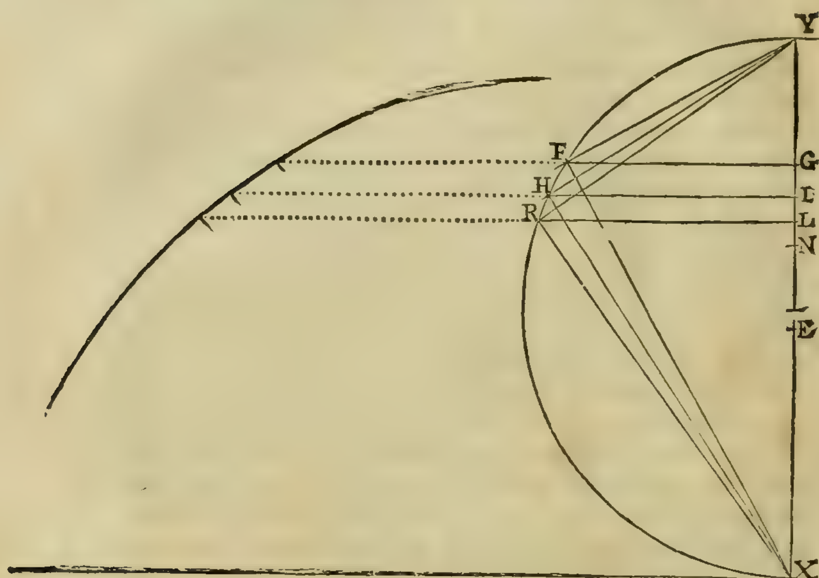
On peut très-bien repréſenter ces différentes réductions des parties comprimées de l'Atmoſphére, par les ordonnées dans un triangle. Car ſoit la ligne *AE* qui repréſente la hauteur des particules à reſſort de l'air dans leur état naturel, leſquelles ſont renfermées & comprimées dans l'eſpace *GE*, dont nous venons de parler; & que les lignes *AB*, *EC*, perpendiculaires à *AE*, repréſentent la réduction de ces parties comprimées, ſçavoir *AB* leur réduction en *G*, & *EC* leur réduction en *E*, & ſoit tiré la ligne *BC* qui étant prolongée rencontrera néceſſairement *AE* auſſi prolongée en quelque point *V*, puiſque *EC* eſt toujours plus petite que *AB*. Or il eſt évident que le point *V* repréſentera la réduction infinie des particules de l'air dans les ſuppoſitions que nous avons faites de leur compreſſion par rapport aux poids dont ils ſont chargés, & que *EV* repréſentera la quantité de ces mêmes particules dans leur extenſion naturelle depuis le point *E*. Ce n'eſt pas que la nature doive



ſuivre cette regle à la rigueur jusqu'au point *V* : mais c'eſt une conſéquence néceſſaire des principes que j'ai poſés, dont je conclus ce qui doit arriver dans l'eſpace *AE* ou *GE* que je conſidere ici.

Maintenant ſoit *AE* diviſée en parties indéfiniment petites, comme aux points *FOP*, &c. & que par ces points on mene des paralleles à *AB*, comme *FQ*, *OR*, *PS*, &c. qui ſeront des ordonnées dans le triangle *AVB*; je dis que toutes ces ordonnées repréſenteront les réductions de la matiere ou des reſſorts de l'Atmoſphére. Car ſi nous ſuppoſons que ces parties *AF*, *FO*, *OP*, &c. ſoient égales entr'elles, leur compreſſion doit auſſi augmenter également, & elles doivent ſe réduire à des eſpaces qui diminueront également en hauteur, comme ſont les ordonnées *FQ*, *OR*, *PS*, &c. Et ce ſera la même choſe pour les parties inégales. C'eſt pourquoi ces ordonnées repréſenteront les réductions des parties des reſſorts de l'air. Mais auſſi des ſommes de ces mêmes ordonnées dans des parties infiniment petites & ſuppoſées dans les eſpaces indéfiniment petits *AF*, *FO*, *OP*, &c. ſont entr'elles comme les différences des quarrés de *VA*, *VF*, *VO*, *VP*, &c. ce qui eſt connu, puiſque les Quadrilateres *ABQF*, *FQRO*, &c. ſeront toujours entr'eux comme les moitiés des différences de ces mêmes quarrés de *VA*, *VF*, &c.

Il s'enſuit donc delà que les hauteurs de l'Atmoſphére comprimé dans les parties indéfiniment petites, comme *GI*, *IL*, *LN*, ſont entr'elles comme des différences de quarrés, & que ces quarrés ſeroient repréſentés par les lignes depuis les points *G*, *I*, *L*, juſqu'au point de la derniere réduction qui ſoit *X*; & de plus, que les réductions dans chaque point *G*, *I*, *L*, ſont repréſentées par les ordonnées comme *AB*, *FQ*, *OR*, *PS*, &c. dans le triangle, leſquelles ſont entr'elles comme les racines de ces mêmes quarrés, puiſqu'elles ſont entr'elles comme les *VA*, *VF*, *VO*, *VP*, &c. Soit enfin *YX* la hauteur de tout l'Atmoſphére comprimé toujours dans la raiſon que j'ai ſuppoſée d'abord, depuis ſa plus grande dilatation en *Y*, juſqu'à la plus grande compreſſion en *X*.

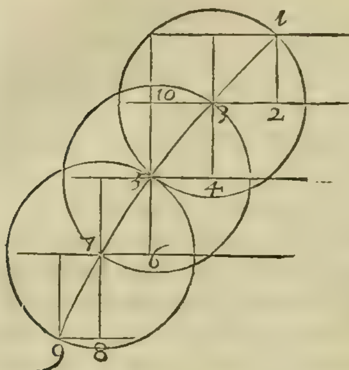


Si l'on décrit donc le demi-cercle *YFX* ſur le diamétre *YX*, & que par les points *GILN* indéfiniment ou infiniment proche les uns des autres, on mene à ce diamétre les ordonnées dans le cercle *GF*, *IH*, *LR*, &c. & que de l'extrémité *X* du diamétre *XY* on tire les cordes *XF*, *XH*, *XR*, &c. Je dis que ces cordes repréſenteront les réductions de l'Atmoſphére par rapport à *XY* dans les hauteurs *GILN*, &c. ou ce qui eſt la même choſe, elles repréſenteront les extenſions des reſſorts de l'air dans ces points *GILN*, &c. Car puiſque ces extenſions doivent être repréſentées par les racines dont les lignes *XY*, *XG*, *XI*, *XL* repréſentent les quarrés, ſi l'on mene les cordes *YF*, *YH*, *YR*, &c. il eſt évident qu'on formera des triangles rectangles *XYF*, *XYH*, *XYR*, &c. & à cauſe des perpendiculaires *FG*, *HI*, *RL* ſur l'hypoténuſe commune, on aura comme *XY* à *XF*, ainſi *XF* à *XG*; c'eſt pourquoi *XY* ſera à *XG*, comme le quarré de *XY* à *XF*; & à cauſe que *XY* demeure toujours

jours la même, les *XF*, *XH*, *XR*, représentent les racines des quarrés représentés par les lignes *XG*, *XI*, *XL*, &c. & par conséquent les lignes *XF*, *XH*, *XR*, représentent les réductions des particules de l'Atmosphere dans les hauteurs *GIL*. Ce qu'il falloit démontrer.

Mais comme la matiere de l'Atmosphére ou de l'air qui est autour de la terre, est plus condensée à mesure qu'elle s'approche de la terre, nous la pouvons considérer dans toutes ses couches différentes comme des corps diaphanes de différente densité; ensorte que si un rayon lumineux vient à la rencontrer, il se détournera de sa direction, & s'approchera de la perpendiculaire, & tous les sinus des angles que fait le rayon lumineux, seront entr'eux dans la raison de la compression ou réduction des particules de l'Atmosphére, ou bien ces sinus doivent être entr'eux dans la raison des moindres facilités que le rayon rencontre en traversant ces milieux de différente densité. Car je suppose que la facilité que la lumiere a de se mouvoir dans des milieux de différente densité, est dans la raison de la densité ou resserrement, ou réduction des particules qui composent ces milieux. C'est ainsi que M. de Fermat expliqua le premier les regles de la réfraction, ce qui sembloit en quelque façon contraire à ce que M. Descartes en avoit donné: mais cependant ces explications différentes revenoient au même but, & expliquoient les loix de la nature, comme on le connoît par toutes les expériences. La démonstration de M. Fermat est extrêmement composée, ce qu'on peut voir dans ses Ouvrages imprimés après sa mort; & aussi tôt qu'elle parut, j'en donnai une très-simple, que je présentai à l'Académie dans le même-tems, à ce qu'il me semble. Mais il n'est pas nécessaire de la rapporter ici, puisqu'aussi-bien M. Hugens en a fait imprimer ensuite une autre dans son Traité de la Lumiere.

Soit donc un rayon lumineux 1, 3 avec sa direction 1, 3, lequel rencontre le corps diaphane 1, 2, & ensuite il passe dans un autre corps diaphane 3, 4, mais qui est plus dense que le premier, & par conséquent ce rayon a moins de fa-

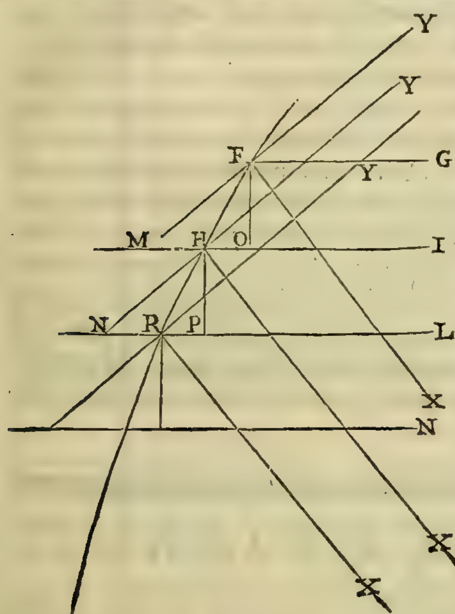


cilité à le pénétrer que le premier, & soit la raison des facilités à se mouvoir dans ces diaphanes, comme la ligne 3, 2, à la ligne 3, 10 ou 5, 4. Il est certain par la regle de M. Fermat, que si du point 3 pour centre & pour rayon ou demi-diamétre 3, 1, on décrit le cercle 1, 5 qui coupe au point 5 la ligne 10, 5, perpendiculaire à 3, 2, qui sépare les milieux de différente densité, le rayon lumineux 1, 3 se détournera de son chemin droit 1, 3, & passera par 3, 5 dans le milieu 3, 4. De même si du point 5 & pour demi-diamétre 5, 3, on décrit le cercle 3, 7, & que la ligne 7, 6 représente la moindre facilité que le rayon a de pénétrer l'espace 5, 6, ce rayon se détournera de son chemin droit 3, 5, & passera par 5, 7; & ainsi de suite par 7, 9, si le rapport des moindres facilités dans le milieu 5, 6 & dans le milieu 7, 8 est semblable à celui des lignes 7, 6 & 9, 8, & de même des autres.

Mais si l'on considere les différens diaphanes 1, 2; 3, 4; 5, 6; 7, 8, &c. comme des couches infiniment petites de l'Atmosphere comprimée dans les espaces de hauteur infiniment petits *GI*, *IL*, *LN*, &c. & que les lignes ou sinus 3, 2; 5, 4; 7, 6, &c. soient entr'elles dans la raison des cordes *XF*, *XH*, *XR*, &c. Si le rayon lumineux au point *F* a sa direction suivant la ligne ou corde *YF*, il décrira une courbe 1, 3, 5, 7, 9, laquelle sera une portion de Cycloïde : ce que je démontre en cette sorte :

Si l'on prolonge toutes les cordes *YF*, *YH*, *YR*, &c. au-delà des points *F*, *H*, *R*, jusqu'aux ordonnées immédiatement inférieures, comme seroient *FM*, *HN*, &c on sçait que toutes ces parties seront les Elemens d'une Cy-

cloïde, lesquels nous pouvons supposer être tous égaux entr'eux, comme les lignes 1, 3; 3, 5; 5, 7; ce qui ne seroit pourtant pas nécessaire, mais ce que je suppose seulement pour en faire le rapport à ce que j'ai expliqué ci-devant.



Il ne me reste donc plus qu'à démontrer, que si des points *F, H, R*, &c. on mene des perpendiculaires sur les ordonnées inférieures, comme *FO*, *HP*, &c. les parties *MO*, *NP*, &c. seront entr'elles comme les cordes des *XF*, *XH*, *XR*, &c. qui représentent les densités de l'Atmosphére, ou les moindres facilités qu'un rayon lumineux a de pénétrer les couches infiniment petites de l'Atmosphére. Or il est évident qu'à cause des triangles rectangles semblables on a *XF* à *XY*, comme *MO* à *MF*; de plus comme *XY* à *XH*, ainsi *NH* égale à *MF* est à *NP*; donc en raison égale *XF* à *XH*, comme *MO* à *NP*, & ainsi de suite. Ce qu'il falloit démontrer.

Mais comme les différentes couches de l'Atmosphére sont concentriques à la terre, il s'ensuit aussi que les ordonnées dans le cercle générateur de la courbe ne seront pas des lignes droites, mais des arcs de cercles dont le centre sera au centre de la terre, ce qui formera un Epicycloïde au lieu de la Cycloïde que j'ai posée, comme il est évident par les propriétés des Epicycloïdes que j'ai démon-

trées dans le Traité que j'en ai fait. De plus, il ſemble auſſi que cette démonſtration ne pourroit convenir qu'à un certain rayon de lumiére qui eſt déterminé par l'inclinaiſon de la corde *YF* ou *FM*, comme je l'ai poſé, lequel dépend de la grandeur du cercle générateur de l'Epicycloïde & de ſon diamétre *XY*, qui détermine dans la ſuppoſition que j'ai faite de la compreſſion des particules à reſſort de l'air, toute l'étendue de l'Atmoſphére dans ſa compreſſion. Car ce rayon lumineux rencontreroit la ſurface de la terre dans un certain angle, & ſe termineroit dans la partie ſupérieure de l'Atmoſphére en une touchante de cet Atmoſphére ſphérique. Mais je démontrerai dans un autre Mémoire tout ce qui reſte de cette propoſition dans toute ſon étendue & pour toutes ſortes de rayons lumineux, après avoir expliqué pluſieurs propriétés particuliéres des Epicycloïdes, tant par rapport à la Méchanique, qu'au ſujet dont je traite ici, & dont je n'avois point parlé dans mon Traité.

REFLEXIONS
SUR LA MESURE DE LA TERRE,
RAPPORTÉE PAR SNELLIUS
Dans ſon Livre intitulé : Eratoſthenes Batavus.

PAR M. CASSINI le fils.

1702. 1. Mars. AU retour du voyage que j'ai fait en Hollande & en Angleterre, je lûs à l'Aſſemblée quelques réflexions que j'avois faites ſur la meſure de la terre, que Snellius a donnée au public en l'an 1617, dans ſon Livre intitulé : *Eratoſthenes Batavus*, & dont M. Picard a donné le réſultat, en réduiſant ſes meſures au pied de Paris, dans ſa meſure de la Terre.

Le voyage que nous avons fait derniérement par ordre

du Roi pour prolonger le Méridien de Paris jusqu'aux extrémités Méridionales du Royaume, m'a donné lieu d'examiner de nouveau & avec plus de soin la mesure de la Terre qui est rapportée par Snellius, pour voir quel rapport elle a avec celle que nous venons de déterminer.

Snellius mesura dans une campagne près de Leiden une base de 326 perches du Rhin & 4 pieds : (la perche contient 12 pieds, & la proportion du pied de Paris au pied du Rhin est, selon M. Picard, comme 1440 à 1390.) Il prit des extrémités de cette base avec un demi-cercle de 3 pieds & demi les angles avec les tours de Leiden & de Soeterwoude, & il détermina leur distance de 1092 perches. Par cette distance il détermina la situation de la plûpart des Villes de la Hollande, & de quelques-unes de Flandre par la Trigonométrie. Les deux Villes où il a observé, qui sont l'une le plus au Nord, & l'autre le plus au Midi, sont celles d'Alcmaer & de Bergopsom. Il transporta à Alcmaer une ligne Méridienne qu'il avoit tracée à Leiden, & ayant connu l'angle que la ligne tirée d'Alcmaer à Bergopsom faisoit avec la Méridienne, il détermina la partie du Méridien interceptée entre les paralleles de ces deux Villes de 34018 perches.

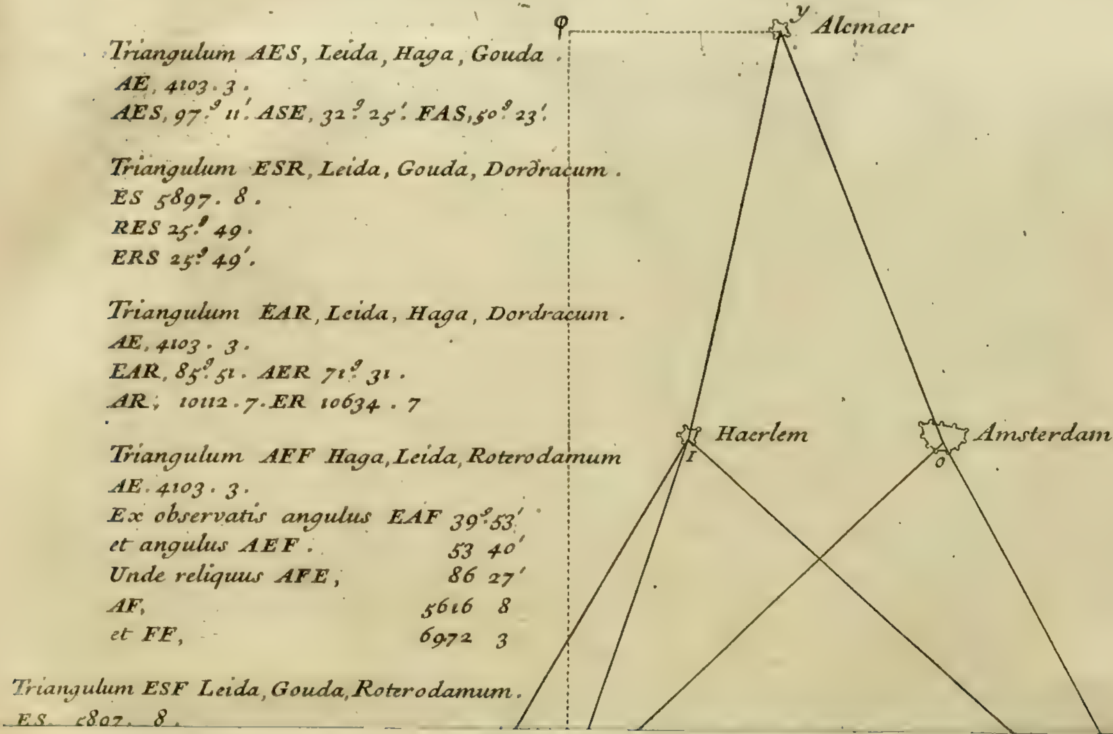
Il observa ensuite avec un quart de cercle de 5 pieds & demi de rayon la hauteur du Pole de ces deux Villes. Il trouva celle d'Alcmaer de $52^{d}40'\frac{1}{2}$, & celle de Bergopsom de $51^{d}29'$ plus petite que la précedente de $1^{d}\ 11'\frac{1}{2}$; & ayant retiré 25 perches de la distance entre Alcmaer & Bergopsom pour la réduction des lieux où il avoit fait ses observations, il détermina la grandeur du degré de la circonférence de la terre de 28473 perches. Ayant aussi observé la hauteur du Pole à Leiden, il détermina par l'arc du Méridien intercepté entre ces deux Villes, la grandeur du degré de 28510 perches. Prenant un milieu entre ces deux déterminaisons, l'on a la grandeur du degré de 28500 perches du Rhin, ou 55021 toises de Paris.

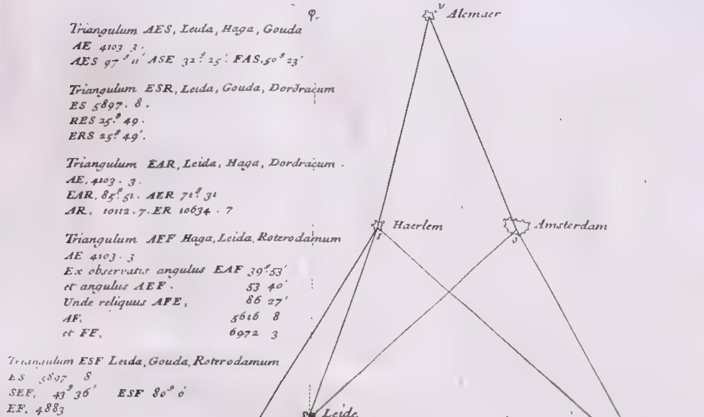
La méthode dont s'est servi Snellius, est la même que nous avons employée dans la prolongation de la Méridien-

ne. Il paroît néanmoins que la base qu'il a mesurée actuellement est fort petite, ce qui pourroit avoir causé des erreurs considérables dans la suite de ses triangles : mais comme il a vérifié ses mesures par une nouvelle base à peu près de la même grandeur, nous supposerons ses observations telles qu'il les rapporte, & nous verrons ensuite ce qui en résulte, étant comparées avec les hauteurs du Pole que j'ai observé en quelques villes d'Hollande, qui sont comprises dans ses triangles.

Pendant mon séjour en Hollande, où j'avois porté un Octans de 3 pieds $\frac{1}{2}$ de rayon, dont nous nous sommes depuis servi dans le dernier voyage ; j'observai le 10 Novembre de l'année 1697 à Rotterdam, qui est une des Villes des plus Méridionales de cette Province, la hauteur Méridienne de l'Etoile Polaire de $54^d\ 16'\ 5''$. Etant allé ensuite à Alcmaer, qui est la capitale de la Nort-Hollande, j'y observai la hauteur Méridienne de l'Etoile Polaire de $54^d\ 58'\ 10''$. La différence entre ces hauteurs est de $42'\ 5''$, qui est l'arc du Méridien intercepté entre les paralleles d'Alcmaer & de Rotterdam, négligeant la différence de réfraction qui ne monte pas à deux secondes. Il s'agit donc de sçavoir de combien de toises est cet arc du Méridien, pour pouvoir ensuite déterminer en toises la grandeur du degré d'un grand cercle de la circonférence de la Terre. Voici comme on peut le tirer des observations de Snellius.

Snellius détermine la différence de l'arc du Méridien intercepté entre les paralléles d'Alcmaer & de Leiden de 14215 perches. De Leiden il a observé que la Tour de Goude déclinoit de la Méridienne de $44^d\ 49'$ vers l'Orient. Et il détermine dans la suite de ses triangles l'angle entre Goude & Rotterdam de $43^d\ 36'$ dont Rotterdam est plus Occidental. La Tour de Rotterdam décline donc de la Méridienne de Leiden de $1^d\ 13'$ vers l'Orient, & la distance entre Leiden & Rotterdam étant selon Snellius de 6972 perches, l'on aura l'arc du Méridien entre Leiden & Rotterdam de 6970 perches, qui étant ajoutées à la distance d'Alcmaer & de Leiden sur le Méridien de 14215


Alcmaer
Haerlem
Amsterdam
φ
y
I
o
Triangulum AES, Leida, Haga, Gouda.
AE, 4103. 3.
AES, 97° 11'. ASE, 32° 25'. FAS, 50° 23'.
Triangulum ESR, Leida, Gouda, Dordracum.
ES 5897. 8.
RES 25° 49.
ERS 25° 49'.
Triangulum EAR, Leida, Haga, Dordracum.
AE, 4103. 3.
EAR, 85° 51. AER 71° 31.
AR, 10112. 7. ER 10634. 7
Triangulum AEF Haga, Leida, Roterodamum
AE. 4103. 3.
Ex observatis angulus EAF 39° 53'
et angulus AEF. 53 40'
Unde reliquus AFE, 86 27'
AF, 5616 8
et FE, 6972 3
Triangulum ESF Leida, Gouda, Roterodamum.
ES 5807. 8.


Triangulum AES, Leida, Haga, Gouda
AE 4103 3.
AES 97° 11' ASE 32° 25'. FAS. 50° 23'
Triangulum ESR, Leida, Gouda, Dordracum
ES 5897. 8.
RES 25° 49.
ERS 25° 49'.
Triangulum EAR, Leida, Haga, Dordracum.
AE. 4103. 3.
EAR. 85° 51. AER 71° 31
AR. 10112. 7. ER 10634. 7
Triangulum AEF Haga, Leida, Roterodamum
AE 4103. 3
Ex observatis angulus EAF 39° 53'
et angulus AEF. 53 40'
Unde reliquus AFE, 86 27'
AF. 5616 8
et FE, 6972 3
Triangulum ESF Leida, Gouda, Roterodamum
ES 5897 8
SEF, 43° 36' ESF 80° 0'
EF. 4883
Alcmaer
Haerlem
Amsterdam
Leide
Utrecht
la Haye
Goude
Roterdam
Dort
Bommel
Villemstadt
Breda
Bergopsom
Echelle de 1200 perches du Rhein
Echelle de 13000 Toises

perches, donnent la diſtance entre Alcmaer & Rotterdam de 21185 perches du Rhin, qui étant réduites au pied de Paris font 40913 toiſes. Le lieu où j'ai obſervé à Alcmaer, tiré du plan de cette Ville, eſt 20 à 30 toiſes plus Méridional que la grande Egliſe où Snellius a obſervé; & le lieu où j'ai obſervé à Rotterdam eſt à 30 à 40 toiſes plus Septentrional que la Tour de la grande Egliſe, qui eſt apparemment celle où Snellius a obſervé, puiſqu'elle ſe diſtingue de toutes les autres par ſa hauteur, comme je l'ai remarqué dans mon Journal.

Les lieux où Snellius a obſervé étant donc l'un plus Septentrional, & l'autre plus Méridional, que ceux de mes obſervations, en ajoutant leur différence, l'on aura 60 toiſes, qu'il faut retrancher de la diſtance entre Alcmaer & Rotterdam, & l'on aura dans l'intervalle de $42' 5''$ que l'on a obſervé entre ces deux Villes 40853 toiſes de Paris, & pour un degré 58245 toiſes. Cette meſure excéde celle que nous avons déterminée par les obſervations faites dans le dernier voyage de plus de 1000 toiſes, bien loin de s'accorder à celle que Snellius détermine par ſes obſervations.

Cette différence m'a paru ſi conſidérable, que j'ai cru devoir examiner moi-même la méthode dont Snellius s'eſt ſervi, & calculer ſes triangles ſur les obſervations qu'il a faites & qu'il rapporte dans ſon Livre. Ce qui m'y a porté auſſi ſont quelques erreurs d'impreſſion qui ſautent d'abord aux yeux, & entr'autres au Livre 2, pag. 173, ligne 20 & 21, où au lieu de *diſtantia inter Leidam & Rotterodamum*, il faut lire *inter Goudam & Rotterodamum.* J'ai donc d'abord calculé ſur ſa baſe meſurée actuellement la diſtance entre Leiden & Soeterwoude, qui ſe trouve conforme à celle qu'il a marquée. Sur cette diſtance j'ai calculé celle qui eſt entre la Haye & Leiden, que j'ai trouvée de même que lui de 4103 perches, & dans le triangle *AEF* formé par la Haye, Leiden & Rotterdam, la diſtance *AE* entre la Haye & Leiden étant déja connue, l'angle *AFE* que Leiden & la Haye font à Rotterdam étant obſervé de $39^d 53''$, & l'angle *AEF* que Rotterdam & la Haye font à Leiden étant

observé de $53^d\ 40'$, j'ai trouvé la distance *EF* entre Leiden & Rotterdam de *6386* perches du Rhin, & la distance *AF* de la Haye à Rotterdam de 5154. Snellius, Liv. 2, pag 173, ligne 12, dans le même triangle où il rapporte les angles observés dont je me suis servi, donne la distance *A F* entre la Haye & Rotterdam de *5616*, & la distance *EF* de Leiden à Rotterdam de *6972* plus grande que celle qui résulte du calcul de *586* perches du Rhin, qui font plus de 1100 toises.

Supposant la distance *AE* entre la Haye & Leiden de 4103, il détermine ensuite dans le triangle *A E S* formé par la Haye, Leiden & Goude, la distance *E S* de Leiden à Goude de 5898 perches; & ayant observé des deux extrémités de cette base les angles à Rotterdam, il détermine dans un autre triangle *E F S* formé par Leiden, Goude & Rotterdam, la distance *E F* entre Leiden & Rotterdam de 4883. En calculant ce triangle sur ses observations, je trouve la distance *E F* de Leiden à Rotterdam de *6972*, telle qu'il l'avoit marquée dans le Problême précédent hors de sa place, & la distance entre Goude & Rotterdam de 4883, ce qui m'a fait voir qu'au lieu de Leiden il faut lire Goude, & que ce n'est ici qu'une erreur d impression. Mais je ne sçai comment accorder ces deux déterminations de la distance *EF* de Leiden à Rotterdam, qui résultent de deux triangles différens, l'une de *6386*, & l'autre de *6972*. La premiere détermination est plus immédiate, mais la seconde est celle sur laquelle il a établi sa mesure, & se trouve vérifiée par d'autres triangles; mais il n'y a aucun angle observé à Rotterdam. L'on peut donc conclure, ou que les observations des angles du premier triangle *A E F* sont fautives, ou qu'il s'est trompé en prenant un autre lieu pour Rotterdam; & alors il n'y auroit point d'erreur dans sa mesure.

Ce seroit au moins un fait qui mériteroit d'être vérifié, & cela se pourroit exécuter aisément par une personne qui seroit sur les lieux, en faisant une station sur le haut de la Tour de Rotterdam, & observant de-là les angles entre la Haye

Haye & Leiden, Goude, Dort & Willemſtadt.

Examinons à préſent ce qui réſulte de la diſtance de Leiden à Rotterdam déterminée par les premiers triangles. J'ai déja dit que la Tour de Rotterdam déclinoit de la Méridienne de Leiden de 1^d 13′ vers l'Orient, & ſuppoſant la diſtance *EF* de Leiden à Rotterdam de 6386 perches, comme on la vient de trouver par le triangle *AEF*, l'on aura l'arc du Méridien entre Leiden & Rotterdam de 6384, qui étant ajouté à l'arc du Méridien entre Leiden & Alcmaer de 14215, donne la diſtance entre le parallele d'Alcmaer & celui de Rotterdam de 20599 perches du Rhin ou 39767 toiſes de Paris; & retranchant 60 toiſes pour la différence entre les lieux où j'ai obſervé & ceux de Snellius, l'on aura 39707 toiſes pour 42′ 5″, & pour un degré 56612 toiſes.

Cette meſure eſt beaucoup différente de celle que nous avons trouvée d'abord, excéde celle de Snellius de 1600 toiſes, & eſt plus petite de plus de 400 toiſes que celle que M. Picard a déterminée entre les paralleles de Sourdon & de Malvoiſine.

Mais afin de ne rien laiſſer de ce qui peut ſervir d'éclairciſſement ſur ce ſujet, j'examinerai ici ce qui réſulte des obſervations faites à Alcmaer & à la Haye. Je n'ai pas obſervé dans la derniére Ville la hauteur de l'Etoile Polaire, mais j'y ai pris pluſieurs fois des hauteurs Méridiennes du Soleil, par leſquelles j'avois déterminé la hauteur du Pole de 52^d 4′ 13″. La hauteur du Pole d'Alcmaer tirée de l'obſervation de l'Etoile Polaire eſt de 52^d 38′ 34″, la différence entre les paralleles de cette Ville & de la Haye eſt donc de 34′ 21″. Snellius a obſervé de Leiden que la Tour de la Haye déclinoit de la Méridienne de 52^d 22′. La diſtance de Leiden à la Haye étant donc donnée de 4103 perches, l'on aura la différence entre les paralleles de ces deux Villes de 2505, qui étant ajoutée à 14215 diſtance de Leiden à Alcmaer ſur le Méridien, donne la différence entre Alcmaer & la Haye de 16720 perches, qui conviennent à 34′ 21″ de latitude. Négligeant la différence qui eſt entre les lieux des ſtations de Snellius, & ceux où j'ai ob-

ſervé, à cauſe qu'elle eſt peu ſenſible, l'on aura la grandeur du degré de 29205 perches du Rhin ou 56382 toiſes: ce qui donne une détermination encore plus petite que celle qui réſulte de la derniére comparaiſon, où l'on avoit ſuppoſé la diſtance de Leiden à Rotterdam de 6386 perches, telle qu'on l'avoit trouvée par le calcul fondé ſur les régles qu'il rapporte.

DE LA RESISTANCE DES SOLIDES en général, pour tout ce qu'on peut faire d'hypothéſes touchant la force ou la ténacité des Fibres des Corps à rompre; Et en particulier pour les hypothéſes de Galilée & de M. Mariotte.

PAR M. VARIGNON.

1702. 24. Mars.

GAlilée dans ce qu'il a fait de la Réſiſtance des Solides, ſuppoſe partout qu'à l'endroit où un corps ſe rompt, toutes les fibres qui en retenoient les parties qui ſe ſéparent, comme couſues ou liées enſemble, ſe caſſent à la fois: De ſorte que ſelon lui ce corps réſiſte toujours de toute ſa force abſolue, c'eſt-à-dire, de la force entiére de tout ce qu'il a de telles fibres à l'endroit où on le veut rompre, de quelque maniére qu'on s'y prenne. Mais M. Mariotte dans ſon *Traité du Mouvement des Eaux*, *Part.* 5. *Diſc.* 2. & quelques autres après lui, voyant au contraire que la plûpart des corps, même le verre, plient avant que de ſe rompre, ils en ont conſideré les fibres comme capables de prêter à peu près de même qu'autant de petits reſſorts ou de petits filets ridés, leſquels ne ſe caſſeroient qu'après s'être entiérement déployés. Et ſuivant cette idée, comme l'extenſion des fibres, par exemple Hh, de la baſe de fracture ABC du corps $ABCLMN$ ſcellé par un bout dans le mur XYZ, & rompu (ainſi qu'on le voit en $AbClmn$) par l'effort du poids R, doit être d'autant

PLANCHE II. FIGURE I.

plus grande qu'elles ſont plus éloignées de l'axe d'équilibre *AC*, ſur lequel ce corps ſe rompt; & qu'elles ne s'allongent également que lorſqu'on tire ce corps ſuivant une direction *SO* perpendiculaire à cette baſe de fracture *ABC*, ainſi que fait le poids *Q* par le moyen de la poulie *I*. Ces Auteurs ont conclu que ce dernier cas étoit le ſeul où ces fibres ſe rompiſſent toutes à la fois; & que dans l'autre les plus éloignées de *AC* doivent toujours ſe rompre les premieres, & ainſi ſucceſſivement juſqu'en *AC*, à meſure qu'elles arrivent à leur plus grande extenſion.

Suivant cette hypothéſe, ces mêmes Auteurs ont auſſi conclu que ces fibres *Hh* ne réſiſtent, ou n'emploient de leur force totale ou abſolue pour réſiſter au poids *P* en équilibre avec elles, qu'autant qu'elles ſont étendues ou déployées; c'eſt-à-dire, ſeulement en raiſon de leurs diſtances *HD* à l'axe d'équilibre *AC*: De ſorte que leurs *Momens* ſur cet axe contre ce poids *P*, ou ce qu'elles ont d'action contre lui doit ſuivre (ſelon eux) la raiſon des quarrés de ces diſtances *HD* perpendiculaires à *AC*. Mais parce que cette hypothéſe, quoique très-vrai-ſemblable, pourroit n'être pas encore au gré de tout le monde; voici pour tout ce qu'on en peut faire ſur ce ſujet.

§. I.

De la Réſiſtance des Corps à être rompus ſur un Appui.

I. Soit donc un corps quelconque *ABCLMN* conçû d'abord ſans peſanteur, fortement ſcellé par un bout dans le mur *XYZ*, & réſiſtant ſucceſſivement à l'action des poids *P* & *Q*, tels que le premier, le tirant perpendiculairement à ſa longueur, & l'autre ſuivant cette même longueur, comme pour l'arracher du mur *XYZ*, chacun d'eux ſoit ſeul le plus grand que ce corps puiſſe ainſi ſoutenir ſans ſe rompre en *ABC*, comme je ſuppoſe qu'il lui arrive par l'effort du ſeul poids *R* tant ſoit peu plus grand que *P*.

Soit auſſi cette baſe de fracture ABC telle figure plane qu'on voudra, compriſe entre les paralleles AC, $\mathfrak{C}\lambda$, dont DB ſoit une des perpendiculaires qui en marquent la diſtance ; ſur laquelle, comme axe, ſoit de plus une courbe quelconque GK, dont les ordonnées HK expriment ce que les fibres Hh, qui naiſſent de chaque point des ordonnées correſpondantes EF paralleles à AC dans la baſe de fracture ABC, emploient de leur force totale ou abſolue à l'inſtant d'équilibre contre le ſeul poids P qui tend à les rompre obliquement ſur AC, comme je ſuppoſe que fait le ſeul poids R tant ſoit peu plus grand que P : ne conſidérant, dis-je, encore aucune peſanteur dans le corps $ABCLMN$, pour mieux voir l'effet de ce qu'on lui en ſuppoſera dans la ſuite.

II. Cela poſé, il eſt viſible que ce que toutes les fibres Hh, qui naiſſent de l'ordonnée EF, emploient enſemble de leur force abſolue contre le poids P, que je ſuppoſe (*art.* 1.) en équilibre avec tout ce qu'il y en a dans la baſe de fracture ABC, ſera $= HK \times EF$; & qu'en imaginant encore une autre ordonnée EF indéfiniment proche de celle-là, l'on aura $HK \times EF \times HH$ pour tout ce que les fibres Hh du quadrilatére élémentaire $EFFE$ employeront de leur force abſolue contre ce poids P. Et par conſéquent auſſi $HD \times HK \times EF \times HH$ ſera la valeur de leur impreſſion perpendiculaire en H, (*Momentum*) ſur le bras de levier HD. Donc l'intégrale (la lettre $\int$ en eſt la marque pour tout le produit qui la ſuit) $\int HD \times HK \times EF \times HH$ ſera la valeur (*Momentum totale*) de tout ce que les fibres Hh de la baſe de fracture ABC en font de même contre le poids P lors de ſon équilibre avec elles ſur l'axe AC, en continuant DH juſqu'en B, c'eſt-à-dire, en prenant $DH = DB$ après l'intégration effective de cette intégrale ſuppoſée, & partout de même dans la ſuite.

III. Mais d'un autre côté, puiſque l'on vient de trouver (*art.* 2.) $HK \times EF \times HH$ pour tout ce que les fibres Hh, qui naiſſent du quadrilatére élémentaire $EFFE$, emploient de leur force abſolue contre ce poids, l'on au-

ra $\int HK \times EF \times HH$ pour ce que toutes celles de la base de fracture *A B C* en emploient de même à l'instant d'équilibre contre ce même poids *P*, en continuant encore *D H* jusqu'en *B*. Donc en prenant *V* pour leur centre d'action (à la maniére des centres de gravité ou de percussion), c'est-à-dire *VD* pour le bras de levier perpendiculaire à l'axe d'équilibre *AC*, sur lequel tout ce qu'elles emploient alors de forces, réuni & perpendiculairement appliqué en *V*, agiroit de même contre le poids *P* en équilibre (*hyp.*) avec elles; l'on aura aussi $VD \times \int HK \times EF \times HH$ pour la valeur (*Momentum totale*) de tout ce que les fibres *H h* de la base de fracture *A B C*, font ensemble d'impression perpendiculaire en *V* contre ce bras de levier *V D* autour de l'axe *A C*, en continuant de même *DH* jusqu'en *B*.

IV. Donc (*art.* 2. & 3.) $VD \times \int HK \times EF \times HH = \int HD \times HK \times EF \times HH$; & par conséquent $VD = \frac{\int HD \times HK \times EF \times HH}{\int HK \times EF \times HH}$ sera le bras de levier auquel tout ce que les fibres *H h* de la base de fracture *A B C* emploient ensemble de leur force absolue contre le poids *P*, étant réuni & perpendiculairement appliqué en *V*, elles lui résisteroient de même qu'elles font effectivement sans cela. Donc cette force ainsi reunie en *V*, étant (*art* 3.) $\int HK \times EF \times HH$, & *DT* la distance du poids *P*, avec lequel on la suppose en équilibre sur l'axe *AC*; l'on aura par la Méchanique ordinaire, $P. \int HK \times EF \times HH :: \frac{\int HD \times HK \times EF \times HH}{\int HK \times EF \times HH} (VD). DT$. Et par conséquent aussi $P = \frac{\int DH \times HK \times EF \times HH}{DT}$, en continuant toujours *D H* jusqu'en *B*.

Je suppose ici *D T* perpendiculaire tout à la fois à l'axe d'équilibre *A C* & à la direction $T\theta$ du poids *P* : sinon, il faudra imaginer par cette direction $T\theta$ un plan perpendiculaire à la base de fracture *A B C*, lequel rencontre l'axe d'équilibre *A C* en δ; de ce point δ, une perpendiculaire $\delta\theta$ sur $T\theta$; Et dire de $\delta\theta$ tout ce que l'on dit ici de *DT*.

V. Mais si l'on prend GB pour la force absolue de la fibre Bb, je veux dire pour la plus grande force dont cette fibre puisse résister avant que de se casser, lorsqu'on la tire suivant sa longueur; le poids Q, que je suppose aussi (*art.* 1.) en équilibre avec toutes celles de la base de fracture ABC, tendant à les bander également toutes d'une pareille force GB, suivant sa direction SI (*hyp.*) perpendiculaire à cette même base, leur force absolue sera $GB \times \int EF \times HH$, en continuant DH jusqu'en B; Et ce poids Q se trouvant ainsi directement opposé & en équilibre avec cette force, lui doit être égal. Donc on aura aussi $Q = GB \times \int EF \times HH$.

VI Donc enfin (*art.* 4. & 5.) l'on aura cette Analogie, $P . Q :: \frac{\int HD \times HK \times EF \times HH}{DT} . GB \times \int EF \times HH$, en continuant encore DH jusqu'en B, ou en prenant $DH = DB$ dans les intégrales qu'on ne voit ici qu'indiquées. Ce qui donne la Régle suivante pour celle de la Résistance des Solides à être rompus sur un appui AC, la résistance du mur XZ faisant fonction de charge ou de poids contraire.

REGLE FONDAMENTALE

De la Résistance des Solides à être rompus sur un Appui, quelque hypothése qu'on fasse touchant la force ou la ténacité de leurs Fibres.

$$P = \frac{Q \times \int HD \times HK \times EF \times HH}{DT \times GB \times \int EF \times HH}.$$

Pour achever de comprendre toute l'étendue de cette Régle, il est à remarquer que l'intégrale $\int EF \times HH$ peut exprimer quelquefois une surface pleine & entiére, telle que ABC; quelquefois aussi, une portion seulement de cette surface, telle que EBF, comme si depuis EF vers D toutes les ordonnées de cette courbe étoient imaginaires, ou interrompues, la grosseur du corps à rompre en demeurant à EBF; quelquefois au contraire, une surface plus grande que ABC, comme lorsque la grosseur de ce corps

s'étend au-delà de AC du côté oppofé à B; quelquefois enfin, un Anneau ou une portion d'Anneau pris fur la furface ABC, comme lorfque le corps eft creux en cet endroit.

Dans le premier cas l'axe d'équilibre AC fera à la furface du corps à rompre; dans le fecond, il en feroit éloigné de la diftance DH; dans le troifiéme, cet axe feroit dans l'épaiffeur même de ce corps; enfin dans le dernier, il feroit l'axe d'équilibre comme d'un tuyau ou d'un entonnoir à rompre, foit qu'on fupposât cet axe dedans, dehors, ou au bord extérieur de la bafe de fracture de ce tuyau ou de cet entonnoir. Ce qui outre toutes les hypothéfes poffibles touchant la force ou la ténacité des fibres du corps à rompre, comprend auffi toutes les variétés poffibles, tant de leurs bafes de fracture, que des pofitions différentes de leurs axes d'équilibre.

Il eft pourtant à remarquer que quoique le troifiéme cas, où l'axe d'équilibre fe trouveroit dans l'épaiffeur du corps à rompre, puiffe avoir lieu dans la fimple flexion de ce corps ployé fur lui-même, où l'on peut croire que fes fibres non-feulement s'allongent du côté de la convexité qu'il forme en fe ployant, mais auffi qu'elles fe contractent & fe rident du côté de fa concavité; il ne peut en avoir aucun dans l'entiére rupture de ce même corps, où toutes les fibres de fa bafe de fracture devant fe caffer, l'appui doit enfin s'y trouver pour le moins au bord, & non dans fon épaiffeur; puifque celles qui feroient au-deffous d'un tel appui, c'eft-à-dire du côté de la concavité de la flexion de ce corps, ne fouffriroient aucune extenfion.

Tout ce que l'on peut dire, c'eft que l'appui feroit alors ambulant depuis un certain point de l'épaiffeur du corps à rompre, jufqu'à fa furface. Mais l'appui d'équilibre où ce corps eft comme à la veille de fe rompre, pour peu qu'on en augmentât la charge (qui eft celui dont il s'agit ici) étant le dernier, il ne paroît pas qu'il puiffe être ailleurs qu'à la furface.

Il ne paroît pas non-plus qu'un corps puiffe fe rompre

ſur un Appui auquel il ne toucheroit point, tel que ſeroit celui du ſecond cas. Donc le premier cas où l'appui ſe trouve à la ſurface du corps à rompre, eſt le ſeul qui ſe puiſſe ſuppoſer, quoique la Régle précedente convienne auſſi aux autres. Il ne s'agira donc dans la ſuite que d'appuis à la ſurface des corps à rompre, creux ou non.

VII. Pour faire préſentement quelque uſage de cette Régle, ſuppoſons premiérement avec Galilée que lorſque le poids R rompt le corps en queſtion, les fibres Hh de ſa baſe de fracture ſe caſſent toutes à la fois, en ſorte que dans l'équilibre où l'on les ſuppoſe (*art.* 1.) avec le poids P, elles lui réſiſtent toutes de toute leur force abſolue. Alors la courbe GK ſe changeant en une ligne droite parallele à BD, l'on aura par tout $HK = BG$ conſtante; ce qui changera la Régle précedente en celle que voici, $P = \frac{Q \times \int HD \times EF \times HH}{DT \times \int EF \times HH}$, en prenant toujours $HD = BD$ dans les intégrales qu'on ne voit ici qu'indiquées. Or en ce cas il eſt viſible que $\frac{\int HD \times EF \times HH}{\int EF \times HH}$ eſt la diſtance du centre de gravité de la baſe de fracture ABC à l'axe d'équilibre AC: de ſorte qu'en prenant S pour ce centre de gravité, l'on aura $DS = \frac{\int HD \times EF \times HH}{\int EF \times HH}$. Donc

REGLE GE'NE'RALE

De la Réſiſtance des Solides à être rompus ſur un Appui dans l'hypothéſe de Galilée.

$$P = \frac{Q \times DS}{DT}.$$

D'où l'on voit en général dans cette hypothéſe, que le plus grand poids P perpendiculaire à DT, que le corps $ABCLMN$ (ſuppoſé ſans peſanteur) puiſſe ſoûtenir en T ſans ſe rompre, doit toujours être à la force abſolue de ce corps, c'eſt-à-dire, au plus grand poids Q que ce même corps puiſſe ſoûtenir ſuivant ſa longueur, comme la diſtance

distance DS du centre de gravité S de la base de fracture ABC à l'axe d'équilibre AC, est à la distance DT de ce premier poids P à ce même axe.

VIII. D'où l'on voit aussi que lorsque la base de fracture ABC sera un Cercle, une Ellipse, un Parallélogramme, ou un Polygone régulier quelconque, dont le diamétre vertical DB soit égal à la longueur horizontale DT du corps en question : alors le centre de gravité S de cette base se trouvant à la moitié de DB, & donnant par conséquent $DS = \frac{1}{2} DT$; l'on aura aussi pour lors $P = \frac{1}{2} Q$, ainsi que l'a trouvé Galilée.

IX. Supposons présentement avec M. Mariotte que les fibres Hh de la base de fracture ABC, prêtent avant que de se casser, & que ce qu'elles emploient de leur force absolue à l'instant d'équilibre contre le poids P, soit pour chacune comme son extension, ou comme sa distance DH à l'axe d'équilibre AC. En ce cas la courbe GK se changeant en une ligne droite qui passe par D, l'on aura $BG. BD :: HK. HD$. De sorte qu'en prenant $BG = BD$, l'on aura aussi $HK = HD$; ce qui changera de même ici la précédente Regle fondamentale (*art. 6.*) en celle-ci : $P = \frac{Q \times \int HD \times HD \times EF \times HH}{DT \times BD \times \int EF \times HH}$, dans laquelle on voit que $BD \times \int EF \times HH$ exprime un Cylindre droit dont ABC étant la base, & BD la hauteur, l'intégrale $\int HD \times HD \times EF \times HH$ seroit la somme des impressions ou des efforts sur l'axe d'équilibre AC (*Momenta*) des élémens de l'Onglet qui en seroit retranché par un plan passant par cet axe, & incliné de 45 deg. sur cette base : c'est-à-dire, que cette intégrale exprimeroit l'impression totale (*Momentum totale*) de cet onglet librement suspendu à la distance que son centre de gravité auroit de ce même axe AC. D'où il suit que l'impression (*Momentum*) de cet onglet ainsi suspendu, seroit à celle de son cylindre suspendu de même en $T :: P. Q.$ c'est-à-dire, comme le plus grand poids perpendiculaire à DT, que le corps $ABCLMN$ puisse soutenir en T sans se rompre en ABC, est à sa force absolue en cet endroit. Desorte que si ce cylindre suspendu en T, équiva-

loit à cette résistance absolue, l'onglet qu'on en vient de retrancher, & suspendu où l'on vient de dire, équivaudroit aussi au plus grand poids oblique que ce même corps puisse soutenir en T sans se rompre en ABC, ainsi que M. Leibnitz l'a remarqué dans les Actes de Leipsik de 1684. page 325.

X. Mais pour réduire cette Regle $P = \frac{Q \times \int HD \times HD \times EF \times HH}{DT \times BD \times \int EF \times HH}$ à une autre plus commode, il faut considérer qu'elle donne $P = \frac{Q \times \int HD \times EF \times HH}{DT \times BD \times \int EF \times HH} \times \frac{\int HD \times HD \times EF \times HH}{\int HD \times EF \times HH}$, dont la quantité $\frac{\int HD \times EF \times HH}{\int EF \times HH}$ exprime la distance du centre de gravité de la base de fracture ABC à l'axe d'équilibre AC, & $\frac{\int HD \times HD \times EF \times HH}{\int HD \times EF \times HH}$ celle de son centre de percussion à ce même axe : De sorte qu'en prenant S pour son centre de gravité, & V pour son centre de percussion par rapport à l'axe AC, l'on aura $DS = \frac{\int HD \times EF \times HH}{\int EF \times HH}$, & $DV = \frac{\int HD \times HD \times EF \times HH}{\int HD \times EF \times HH}$, en prenant toujours $HD = BD$ dans les intégrales qu'on ne voit ici qu'indiquées. Et alors on verra cette Regle se changer en celle-ci :

REGLE GE'NE'RALE

De la Résistance des Solides à être rompus sur un Appui, dans l'hypothése de M. Mariotte.

$$P = \frac{Q \times DS \times DV}{DT \times BD}.$$

D'où l'on voit en géneral dans cette hypothése, que le plus grand poids P perpendiculaire à DT, que le corps $ABCLMN$ (supposé sans pésanteur) puisse soûtenir en T sans se rompre en ABC, doit toujours être à la force absolue de ce corps en cet endroit, c'est-à-dire, au plus grand poids Q que ce même corps puisse soutenir suivant sa longueur, sans se rompre au même endroit, comme le produit des distances du centre de gravité S & du centre

de percussion V de la base de fracture ABC à l'axe d'équilibre, AC est au produit des distances du sommet de cette base & du poids P à ce même axe.

XI. Il suit aussi de cette Regle, que lorsque la base de fracture ABC sera un parallelogramme, dont l'axe d'équilibre AC soit la base, & DB la hauteur; cette figure ayant $DS = \frac{1}{2} DB$, & $DV = \frac{2}{3} DB$ par rapport à cet axe, l'on aura aussi pour lors dans cette hypothése de M. Mariotte, $P = \frac{Q \times \frac{1}{2} DB \times \frac{2}{3} DB}{DT \times DB}$, ou $P = \frac{\frac{1}{3} Q \times DB}{DT}$: de sorte que si DT se trouve de plus égale à BD, l'on aura enfin $P = \frac{1}{3} Q$, c'est-à-dire qu'alors dans cette hypothése le plus grand poids librement suspendu, que le corps $ABCLMN$ puisse soûtenir à l'extrémité T de sa longueur horizontale DT, sera le tiers de la force absolue de ce même corps; ainsi que M. Leibnitz l'a aussi démontré dans les Actes de Leipsik de 1684. page 323.

XII. En supposant de même que ce que les fibres Hh de la base de fracture ABC emploient de leur force absolue à l'instant d'équilibre contre le poids P, soit pour chacune d'elles comme telle puissance m qu'on voudra de son extension ou de sa distance DH à l'axe d'équilibre AC; l'on auroit aussi $HK = \overline{DH}^{m}$, en faisant $BG = \overline{DB}^{m}$; ce qui fait voir que la courbe GK seroit alors telle parabole ou telle hyperbole qu'on voudroit, selon que la valeur arbitraire de l'exposant m seroit positive ou négative, ce qui changeroit aussi la Regle fondamentale de l'article 6 en celle ci : $P = \frac{Q \times \int \overline{DH}^{m+1} \times EF \times HH}{DT \times \overline{BD}^{m} \times \int EF \times HH}$, laquelle donne encore celle de l'hypothése de M. Mariotte en faisant $m = 1$ conformément à $HK = DH$ comme ci-dessus art. 9. Et ainsi d'une infinité d'autres Regles qu'on pourroit encore déduire de même de la fondamentale de l'art. 6. selon les différentes natures dont on peut supposer la courbe GK. Mais celles des deux hypothéses précédentes (*art.* 7. *&* 10) suffisent pour exemples : En voici quelques usages après les définitions suivantes.

XIII. Pour faire donc quelque uſage des Regles des art. 7. & 10. voici la ſignification de quelques mots, de la plûpart deſquels nous nous ſommes déja ſervis, & dont nous nous ſervirons encore dans la ſuite.

1°. Nous appellerons (comme nous avons fait juſqu'ici) *Baſe de fraction*, ou plûtôt *Baſe de fracture*, celle où l'on conçoit qu'un corps ſe rompt ou ſe doit rompre, telle qu'eſt *A B C* dans la Figure 1.

2°. De deux poids tels que ſont ici *Q* & *P*, nous appellerons *Poids direct* celui qui tendra à rompre ou à diviſer le corps en queſtion, en le tirant perpendiculairement à ſa baſe de fracture, comme fait le poids *Q* par rapport à la baſe *ABC*; & nous appellerons *Poids oblique* celui qui tend à rompre ce corps en le tirant parallelement à cette baſe, comme fait le poids *P* par rapport à la même baſe *A B C.* On appellera de même les forces ſubſtituées à la place de ces poids.

3°. Nous appellerons *Réſiſtance abſolue* d'un corps à chaque baſe de fracture, tout ce qu'il eſt capable d'en faire à tout ce qui tendroit à le diviſer en cet endroit, en le tirant perpendiculairement à cette baſe, comme fait le poids *Q* par rapport à la baſe *ABC* dans la Fig. 1. c'eſt-à-dire (*art.* 5.) le plus grand poids direct que ce corps puiſſe ainſi ſoutenir ſans ſe détacher en cet endroit *A B C*, du mur *X Z* dans lequel on le ſuppoſe ſcélé par le bout oppoſé à celui auquel ce poids eſt attaché.

On voit delà que les Réſiſtances abſolues d'un corps peuvent varier comme les baſes de fracture; mais qu'elles ſont conſtantes & toujours les mêmes à chaque baſe.

4°. Le plus grand poids oblique tel que *P*, qu'un corps puiſſe auſſi ſoutenir ſans ſe rompre en quelqu'une des baſes de fracture *A B C* qu'on lui peut ſuppoſer parallele à la direction de ce poids, s'appellera ſa *Réſiſtance reſpective* ou ſimplement ſa *Réſiſtance* en cette baſe.

On voit auſſi delà que les Réſiſtances reſpectives peuvent non-ſeulement varier comme les baſes de fracture, mais encore à chaque baſe, ſelon ſa diſtance au poids obli-

que ſuppoſé; & même à diſtances égales de ce poids, ſelon les différens côtés de cette baſe, ſur leſquels la peuvent mettre les différentes poſitions du corps à rompre.

5°. Enfin la diſtance des horizontales entre leſquelles une baſe de fracture quelconque ſe trouve compriſe, s'appellera ſon *plus grand diamétre vertical*, tel qu'eſt *DB* entre les horizontales *AC* & *βλ* de la Fig. 1. Et celle de ces horizontales, autour de laquelle ſe doit faire le mouvement de fracture, s'appellera l'*axe d'équilibre*: ce ſera l'inférieure, telle qu'eſt ici *AC*, dans les ruptures faites ou à faire ſur un apui; & la ſupérieure, dans les ruptures faites ou à faire entre deux apuis, comme ci-après, §. 2.

XIV. Ces noms ſuppoſés, la comparaiſon des deux Regles des art. 7. & 10. fait déja voir en général que les réſiſtances reſpectives d'une même baſe de fracture quelconque *ABC* de quelque corps que ce ſoit, à être rompu ſur un apui dans les hypothéſes de Galilée & de M. Mariotte, par des poids obliques ſucceſſivement appliqués à même diſtance quelconque de cet apui, ſont toujours entr'elles :: *BD*. *DV*. c'eſt-à-dire, comme le plus grand diamétre vertical de cette baſe, eſt à la diſtance du centre de percuſſion *V* de cette même baſe à l'axe d'équilibre *AC*: lequel rapport doit varier ſelon la nature de ces ſortes de baſes. Mais quelque variété qui lui arrive, on voit que pour rompre en quelque endroit que ce ſoit, un même corps ſcélé par un bout dans un mur, par le moyen d'un poids oblique, ce poids (à diſtances égales de l'axe d'équilibre) doit être bien plus grand dans l'hypothéſe de Galilée que dans celle de M. Mariotte; & ce d'autant plus grand que le plus grand diamétre vertical de quelque baſe de fracture que ce ſoit, l'eſt toujours beaucoup plus que la diſtance du centre de percuſſion de cette baſe à ſon axe d'équilibre. Ce qui devient une Regle auſſi ſimple que générale pour juger de la préférence entre ces deux hypothéſes.

Voilà en quoi elles different: Voici préſentement en quoi elles conviennent.

XV. Je commence par l'hypothéſe de Galilée. Soient

Fig. 2. 3. dans les Fig. 2. 3. deux corps quelconques *AM*, *am*, horizontalement ſcélés dans les murs *XZ*, *xz*; Et tout le reſte comme dans la Fig. 1. Les grandes & les petites Lettres de même nom, ſignifiant la même choſe ici, que là.

Cela poſé, la Regle de l'art. 7. donnera $P = \frac{Q \times SD}{TD}$ & $p = \frac{q \times sd}{td}$ en cas d'équilibre de part & d'autre dans les corps *AM*, *am*, ſuppoſés ſans peſanteur. D'ailleurs en ſuppoſant ces corps de même matiére, l'art. 5. donnera auſſi $Q.q :: ABC.abc$. Donc en cas d'équilibre de part & d'autre, l'on aura $P.p :: \frac{Q \times SD}{TD} . \frac{q \times sd}{td} :: \frac{ABC \times SD}{TD} . \frac{abc \times sd}{td}$. D'où il ſuit qu'il ne ſçauroit y avoir ici d'équilibre qu'il ne ſoit de part & d'autre entre les réſiſtances des baſes *ABC*, *abc*, de ces corps, & les poids *P*, *p*, tant que l'on aura $P.p :: \frac{ABC \times SD}{TD} . \frac{abc \times sd}{td}$. De maniére que ſi l'un de ces poids, par exemple *P*, rompt en *ABC* le corps *AM* auquel il eſt appliqué, il faut néceſſairement que le poids *p* rompe de même le corps *am* en *abc*: les *momens* de ces baſes *ABC*, *abc*, ſe trouvant ainſi proportionels aux *momens* de ces poids *P*, *p*. Ce qui doit encore arriver lorſque ces poids étant égaux, l'on aura $TD.td :: ABC \times SD . abc \times sd$.

XVI. Cela étant, au lieu d'un corps que Galilée a trouvé être par-tout d'égale réſiſtance à être rompu par le ſeul effort d'un poids oblique ſuſpendu à une de ſes extrémités, l'autre étant horizontalement ſcélée dans un mur; en voici trois qui conſiderés de même ſans peſanteur, ont la

Fig. 4. 5. 6. même propriété: Les voici en *ABMN* (*Fig.* 4. 5. 6.) ſcélés de même dans les murs *XZ*. Le premier de ces corps eſt le Coin parabolique de Galilée; le ſecond eſt un Sphéroïde décrit par la révolution d'une premiére parabole cubique autour de ſon axe; & le troiſiéme eſt un Coin purement rectiligne.

Fig. 4. 1° Soit donc (*Fig.* 4.) le Coin curviligne *ABMN* de Galilée, d'égale épaiſſeur *AC* par-tout, dont la courbure *BbN* eſt une Parabole ordinaire, qui a ſon ſommet *N*

& son axe sur le côté *AN* du parallélogramme horizontal *AM*, & ses ordonnées verticales *AB*, *ab*. Soit *P* le plus grand poids oblique que ce corps conçû sans pesanteur, puisse ainsi soutenir sans se rompre dans quelqu'une des bases *ABC*, *abc*, paralleles à la direction de ce poids. Soient enfin *S* & *s* les centres de gravité de ces bases.

Ces Parallélogrammes *ABC*, *abc*, de même base (*hyp.*) entr'eux, & la nature de la Parabole *BbN*, donneront ensemble $ABC \times SD . abc \times sd :: \overline{AB}^2 . \overline{ab}^2 :: AN . aN :: TD . Td$. Donc (*art.* 15.) ce Solide *ABMN* ainsi chargé, sera par-tout d'égale résistance à se rompre par le seul effort du poids *P*.

2°. Soit présentement (*Figur.* 5.) le corps *ABMN* un Sphéroïde décrit par la révolution d'une premiere Parabole cubique *DdN* ou *DdT* autour de son axe horizontal *SN* ou *ST* : c'est-à-dire, d'une Parabole telle que son sommet étant *N* ou *T*, & ses ordonnées *SD* & *sd*, l'on ait par-tout $\overline{SD}^3 . \overline{sd}^3 :: ST . sT$. Ce corps étant aussi conçû sans pesanteur, chargé & scélé comme le précédent; on le trouvera encore d'une égale résistance par-tout, à être rompu par le seul effort du poids *P*. Fig. 5.

Car les centres de gravité *S* & *s* des bases de fracture circulaires *ABC*, *abc*, étant aussi leurs centres de grandeur, l'on aura $ABC \times SD . abc \times sd :: \overline{SD}^3 . \overline{sd}^3$ (*hyp.*) :: $ST . sT$. Donc (*art.* 15.) ce Sphéroïde *ABMN* sera encore d'égale résistance par-tout, à être rompu par le seul effort du poids *P*. On le démontrera de même de chacun des ségmens de ce Sphéroïde coupé par des plans qui passent par son axe.

3°. Enfin soit (*Fig.* 6.) le Prisme ou le Coin rectiligne *ABCNM*, de faces triangulaires *ACN* ou *ACT* & *BBM* horizontales, conçû sans pesanteur, chargé & scélé comme les Solides précédens : ce coin sera encore partout d'une égale résistance à être rompu par le seul effort du poids *P*. Fig. 6.

Car en prenant encore *S* & *s* pour les centres de gravi-

té des Parallélogrammes *ABC*, *abc*, de même hauteur, & paralleles entr'eux & à la direction du poids *P*; l'on aura auſſi $ABC \times SD. abc \times sd :: TD. Td.$ Donc (*art.* 15.) ce coin rectiligne *ABCNM* ſera encore par-tout d'une égale réſiſtance à être rompu par le ſeul effort du poids *P*.

Fig. 7. XVII. Concevons préſentement ce même coin rectiligne *ABCNM* comme ayant fait un quart de tour ſur ſa baſe de fracture *ABC*, enſorte que ſa face horizontale ſupérieure ſoit préſentement le Parallélogramme *ABMN*; & qu'au lieu du poids *P* ce corps ſoit chargé d'une pouſſiere homogéne, également répandue & à même hauteur ſur cette baſe ſupérieure *ABMN*, dont le poids ſoit auſſi le plus grand que ce corps horizontalement ſcélé dans le mur *XZ*, & conçû ſans peſanteur, puiſſe ſoutenir ſans ſe rompre.

En ce cas les charges de ce coin *ABCNM*, & de ſa portion ſemblable *abcNM*, étant $:: AM. aM :: AN. aN.$ Et leurs diſtances, ou celles de leurs centres de gravité, aux axes d'équilibre *CB*, *cb*, étant auſſi $:: AN. aN.$ leurs *momens* ſeront $:: \overline{AN}^2. \overline{aN}^2.$ leſquels ſubſtitués à la place de $P \times TD, p \times td$, (dont ils tiennent ici lieu) dans l'analogie $P \times TD. p \times td :: ABC \times SD. abc \times sd.$ de l'article 15. doivent auſſi donner $\overline{AN}^2. \overline{aN}^2 :: ABC \times SD. abc \times sd.$ en cas d'équilibre ou d'égales réſiſtances dans les baſes de fracture *ABC*, *abc*, contre la charge ſuppoſée; Et réciproquement ces réſiſtances ſeront égales dans tout corps (ſans peſanteur) de face parallélogrammique horizontale, ainſi chargé, tant qu'il donnera cette même analogie. Or c'eſt effectivement ce que donne celui dont il s'agit ici; puiſqu'il donne $ABC \times SD. abc \times sd :: AC \times SD. ac \times sd :: \overline{AC}^2. \overline{ac}^2 :: \overline{AN}^2. \overline{aN}^2.$ Donc ce Coin *ABCNM*, horizontalement ſcélé dans le mur *XZ* quant à ſa face parallélogrammique ſupérieure *AM*, & conçû ſans peſanteur, ſera par-tout d'une égale réſiſtance à être rompu par la charge qu'on lui vient de ſuppoſer.

XVIII. En général pour les corps de même matiere, de

de baſes de fracture ſemblables & ſemblablement poſées, quels qu'ils ſoient d'ailleurs : par exemple, deux cylindres, un cylindre & un cône ſcélé par ſa baſe, &c. Tels qu'on peut ſuppoſer les corps *AM*, *am*, des Fig. 2. & 3. conçûs ſans peſanteur, & en équilibre chacun avec un poids *P* ou *p* ſuſpendu à celle de ſes extrémités qui ſe trouve hors du mur ; cette reſſemblance ſuppoſée des baſes *ABC*, *abc*, les rendant dans la raiſon des quarrés de leurs diamétres, ou de leurs côtés homologues *AC*, *ac*, ou bien des diſtances *SD*, *sd*, de leurs centres de gravité à ces mêmes côtés : L'art. 15. donnera ici $P \times TD . p \times td :: ABC \times SD . abc \times sd :: \overline{SD}^3 . \overline{sd}^3 :: \overline{BD}^3 . \overline{bd}^3 :: \overline{AC}^3 . \overline{ac}^3$. C'eſt-à-dire, en général que les impreſſions (*Momenta*) des réſiſtances reſpectives, ou (*art.* 13.) des plus grands poids obliques que ces corps (conçûs ſans peſanteur) puiſſent ſoutenir ſans ſe rompre en *ABC*, *abc*, ſont entr'elles comme les cubes des diamétres, des rayons, ou des côtés homologues de ces baſes (*hyp.*) ſemblables. De ſorte que ſi les longueurs *TD*, *td*, de ces corps, c'eſt-à-dire, les diſtances des poids *P*, *p*, aux axes d'équilibre *AC*, *ac*, ſont égales entr'elles ; ces mêmes poids, ou (*art.* 13.) les réſiſtances reſpectives de ces corps, ſeront entr'elles comme les cubes des diamétres, des rayons, ou des côtés homologues de leurs baſes de fracture *ABC*, *abc*. Fig. 2. & 3.

En voilà (ce me ſemble) aſſez pour les corps conſidérés comme ſans peſanteur, & qu'on voudroit rompre par le ſeul effort de poids ſuſpendus à celles de leurs extrémités qui ſont hors le mur dans lequel on les ſuppoſe ſcélés.

XIX. Soient donc préſentement les corps *ABM*, *abm*, des Fig. 2. & 3. de longueur à ſe rompre en *ABC*, *abc*, par leur propre poids, pour peu qu'on y en ajoutât d'autre, ou qu'ils peſaſſent davantage. Il eſt viſible que leurs peſanteurs ſuppléant ainſi les poids *P*, *p*, qu'on avoit ſuppoſés juſqu'ici être les plus grands que ces corps puſſent ſoutenir en *T*, *t*, ſans ſe rompre ; les produits de leurs peſanteurs par les diſtances de leurs centres de gravité aux axes d'équilibre *AC*, *ac*, doivent être égaux aux produits $P \times TD$, $p \times td$, chacun à ſon correſpondant. Ainſi les peſanteurs des corps Fig. 2. & 3.

étant comme leurs masses, si l'on prend G, g, pour leurs centres de gravité, ou plûtôt pour les points où TD, td, rencontrent les directions de ces centres: c'est-à-dire, Gd, gd, pour les distances de ces mêmes centres de gravité aux axes d'équilibre AC, ac, sur lesquels ces corps tendent à se rompre; l'on aura $ABM \times GD = P \times TD$, & $abm \times gd = p \times td$. Donc (en supposant ces corps de même matiere) $ABM \times GD . abm \times gd :: P \times TD . p \times td$. (*art.* 15.) :: $ABC \times SD . abc \times sd$. en cas d'équilibre de part & d'autre, c'est-à-dire, en cas de résistances égales aux efforts des pesanteurs de ces corps pour les rompre. D'où il suit qu'aucun d'eux ne sçauroit se rompre ainsi sans l'autre (ce qui les fera dire aussi de *résistances égales*) tant que l'on aura $ABM \times GD . abm \times gd :: ABC \times SD . abc \times sd$. Ce qui se réduit à $ABM \times GD . abm \times gd :: \overline{SD}^3 . \overline{sd}^3 :: \overline{BD}^3 . \overline{bd}^3 :: \overline{AC}^3 . \overline{ac}^3$. lorsque les bases de fracture ABC, abc, sont semblables & semblablement posées par rapport aux axes d'équilibre AC, ac.

XX. Cela étant, voici présentement deux Solides d'une égale résistance à être rompus par leur propre poids, étant perpendiculairement scélés par leur plus gros bout, comme ci-dessus.

PLANCHE III. FIG. 8. 1°. Le premier est un Coin parabolique ABM par-tout d'égale épaisseur AC, de base horizontale AM, & complement de celui du nomb. 1. de l'art. 16. c'est-à-dire, dont la courbure BbN est une parabole ordinaire touchée par AN en son sommet N. Ce coin, dis-je, scélé (comme l'on voit) dans le mur XZ, sera par-tout d'une égale résistance à être rompu par son propre poids: c'est-à-dire, que si la résistance absolue de la base ABC, fait équilibre avec le poids de ce coin ABM, la résistance absolue de toute autre base abc parallele à celle-là, fera aussi équilibre avec le poids du coin abM.

Car suivant les noms du précédent article 19. l'on aura $ABM \times GD . abM \times gd :: AB \times AN \times GD . ab \times aN \times gd :: AB \times \overline{AN}^2 . ab \times \overline{aN}^2$ (par la nature de la parabole) :: $\overline{AB}^2 . \overline{ab}^2 :: ABC \times SD . abc \times sd$. Donc (*art.* 19.) le

Coin parabolique ABM, duquel il s'agit ici, sera partout d'une égale résistance à être rompu par son propre poids.

2°. Le second des corps que je viens de dire être aussi d'une égale résistance à être rompu par son propre poids, est encore un Solide parabolique ABN, mais en forme de Trompette, décrit par la révolution de la même Parabole ordinaire AaN, autour de la Touchante SN en son sommet N. Je dis donc que ce Solide rond horizontalement scélé par son plus gros bout dans le mur XZ, sera aussi par tout d'une égale résistance à être rompu par son propre poids. FIG. 9.

En effet, en prenant encore G, g, pour les centres de gravité du Solide ANB & de sa portion quelconque aNb, dont la base abc soit parallele à ABC, c'est-à-dire, au mur; & le reste étant tel qu'on le voit ici: l'on aura $ANB \times SG . aNb \times sg :: ABC \times SN \times SG . abc \times sN \times sg :: ABC \times \overline{SN}^2 . abc \times \overline{sN}^2$ (par la nature de la parabole AaN.) :: $ABC \times SD . abc \times sd :: \overline{SD}^3 . \overline{sd}^3$. Donc (*art.* 19.) ce second Solide parabolique ANB, ainsi scélé dans le mur XZ, sera encore par-tout d'une égale résistance à être rompu par son propre poids.

Avertissement.

XXI. Telles sont les premieres suites de la Regle de l'art. 7. touchant les corps à rompre sur un appui dans l'hypothése de Galilée. Quant à l'hypothése de M. Mariotte, M. Leibnitz au mois de Juillet 1684. des Actes de Leipsik, a démontré que les deux Solides paraboliques précédens (*art.* 20. *n.* 1. & 2.) horizontalement scélés dans le mur XZ, sont aussi chacun d'égale résistance par-tout à être rompus par leur propre poids dans cette hypothése de M. Mariotte; de même que le Coin rectiligne de l'art. 17. par la seule charge qu'on lui a supposée dans cet article. On le trouvera aussi pour cette hypothése à notre maniere, en se servant de la Regle de l'art. 10. comme l'on vient de faire de celle de l'art. 7. C'est pour ceux qui en voudront faire l'essay, qu'outre les centres de gravité S des bases de frac-

tures *A B C*, l'on a auſſi marqué par-tout ici leurs centres de percuſſion *V* par rapport aux axes d'équilibre *AC*. On trouvera plus: Les trois Solides qu'on vient de voir (*art.* 16.) être par-tout d'égale réſiſtance chacun, à être rompus par les ſeuls efforts de poids ſuſpendus à leurs extrémités dans l'hypothéſe de Galilée, ſe trouveront l'être auſſi dans celle de M. Mariotte. Ces deux hypothéſes s'accordent encore en ce qu'en général pour les corps de même matiére, de baſes de fracture ſemblables & ſemblablement poſées, quels qu'ils ſoient d'ailleurs; les impreſſions (*Momenta*) des réſiſtances reſpectives ou (*art.* 13.) des plus grands poids obliques (ſoit qu'ils ſoient ſubſtitués aux leurs, ſoit des leurs propres) que ces corps puiſſent ſoutenir ſans ſe rompre, ſont entr'elles comme les cubes des rayons ou des côtés homologues de ces baſes, ainſi qu'on l'a vû dans les art. 18. & 19. pour l'hypothéſe de Galilée, & qu'on le trouvera pour celle de M. Mariotte en ſe ſervant de la Regle de l'art. 10. comme l'on a fait de celle de l'article 7. Tout cela vient de ce que l'on a par-tout ici $\frac{VD}{BD} = \frac{ud}{bd}$, d'où un plus grand détail pourroit faire voir encore d'autres convenances entre ces deux Regles. Mais en voilà, ce me ſemble, aſſez par rapport à la réſiſtance d'un corps à rompre ſur un appui par le moyen d'un poids ſuſpendu à une de ſes extrémités, l'autre étant retenue par un mur dans lequel il ſoit ſcélé. Voyons donc préſentement ce qui doit arriver lorſque cette autre extrémité eſt retenue par un poids contraire à celui-là : c'eſt-à-dire, lorſqu'il s'agit de rompre ce corps ſur un appui par le moyen de deux poids ſuſpendus de part & d'autre de cet appui.

Fig. 10. XXII. Pour cela, imaginons encore le corps *LMNYZO* ſans peſanteur, & à la veille de ſe rompre ſur l'axe ferme & ſolide *AC*, par le ſeul effort des poids *I* & *R* ſuſpendus à ſes extrémités, enſorte que ces deux poids ſoient les plus grands que ce corps puiſſe ainſi ſoutenir ſans ſe rompre en *ABC* ſur l'appui *AC*. Tout le reſte étant ici comme on le voit dans la Fig. 10. Il eſt manifeſte que les *momens* des poids *I* & *R* ſe trouvant ainſi égaux chacun au *moment* de la baſe

ABC, ils feront auſſi égaux entr'eux, & feront équilibre ſur l'axe *AC*, en donnant *I. R* : : *DT. DX.* Et par conſéquent auſſi *I* + *R. R* : : *TX. DX.* Mais ſi l'on conſidére que le poids *I* en retenant ainſi le corps *LMNYZO* en équilibre ſur l'axe *AC* contre le poids *R*, en retient auſſi la partie *CBAYZO* contre ce poids *R*, de même que feroit un mur dans lequel elle ſeroit ſcélée; on verra qu'en prenant *Q* pour la réſiſtance abſolue de la baſe *ABC*, c'eſt-à-dire (*art.* 13) pour le plus grand des poids directs que le corps en queſtion puiſſe ſoutenir ſans ſe diviſer ou ſe détacher en cet endroit, la Regle de l'art. 6. donnera $R. Q :: \frac{\int HD \times HK \times EF \times HH}{\int EF \times HH} . DT \times GB.$ en prenant toujours $HD = BD$ dans les intégrales qu'on ne voit ici qu'indiquées. Donc auſſi en général l'on aura $I + R. Q ::$ $TX \times \frac{\int HD \times HK \times EF \times HH}{\int EF \times HH} . DX \times DT \times GB.$ ou $I + R =$ $= \frac{Q \times TX \times \int HD \times HK \times EF \times HH}{DX \times DT \times GB \times \int EF \times HH}$. D'où réſulte $I + R =$ $= \frac{ABC \times TX \times \int HD \times HK \times EF \times HH}{DX \times DT \times GB \times \int EF \times HH}$ pour les corps de même matiére, ou pour le même dont on voudroit ſçavoir, par exemple, de pluſieurs baſes de fracture *ABC* qu'on lui peut imaginer, laquelle doit faire équilibre avec *I* + *R*, c'eſt-à-dire, en laquelle ce corps ſe devroit rompre en cas de poids tant ſoit peu plus grands que ceux-là : Ces baſes *ABC* ſe trouvant alors (*art.* 5.) comme leurs réſiſtances abſolues *Q*.

XXIII. De-là, en procédant comme l'on a fait pour tirer les Regles des art. 7. & 10 de la fondamentale de l'art. 6. on trouvera,

1°. Pour l'hypothéſe de Galilée (qui donne $HK = GB$) $I + R = \frac{Q \times TX}{DX \times DT} \times \frac{\int HD \times EF \times HH}{\int EF \times HH} = \frac{Q \times TX \times SD}{XD \times TD}$, ou $I + R = \frac{ABC \times TX \times SD}{XD \times DT}$ en cas de corps à rompre leſquels ſoient de même matiére.

2°. On trouvera de même pour l'hypothéſe de M. Mariotte (laquelle donne *GB. BD* : : *HK. HD.* Et par conſé-

quent $HK = HD$, en prenant $GB = BD$) $I + R =$
$$= \frac{Q \times TX}{DX \times DT \times DB} \times \frac{\int HD \times HD \times EF \times HH}{\int EF \times HH} = \frac{Q \times TX}{DX \times DT \times DB} \times \frac{\int HD \times EF \times HH}{\int EF \times HH} \times \frac{\int HD \times HD \times EF \times HH}{\int HD \times EF \times HH} = \frac{Q \times TX \times SD \times VD}{XD \times TD \times BD},$$
ou $I + R = \frac{ABC \times TX \times SD \times VD}{XD \times TD \times BD}$ en cas de corps à rompre leſquels ſoient de même matiére.

Le tout en prenant toujours S & V pour les centres de gravité & de percuſſion de la baſe de fracture ABC par rapport à l'axe AC.

Avertiſſement.

XXIV. Ce ſeroit ici le lieu de réſoudre quelques Problêmes touchant la moindre ſomme $I + R$ de poids obliques, requiſe pour rompre un corps ſur un Appui placé entre ces poids, & touchant la place de cet Appui, c'eſt-à-dire, touchant l'endroit où ce corps ſe devroit rompre par la moindre ſomme de poids ainſi ſuſpendus de part & d'autre de cet appui. Mais outre que ce ſeroit trop allonger ce Mémoire, il ne faut pour cela que faire un *Minimum* de la valeur de $I + R$ trouvée ci-deſſus art. 22 ou 23 ſelon l'hypothéſe qu'on voudra ſuivre touchant la ténacité des fibres du corps à rompre; ce qui ſe trouvera par la Section 3. de l'*Anal. des Inf. petits.* Paſſons donc aux Corps à rompre entre deux Appuis, & voyons de même quelle en doit être la réſiſtance.

§ II.

De la Réſiſtance des Corps à être rompus entre deux Appuis.

FIG. 10. XXV. Imaginons pour un moment toutes choſes les mêmes que dans l'art. 22, c'eſt-à-dire, le corps $LMNYZO$ ſans peſanteur, & à la veille de ſe rompre en ABC ſur l'appui AC, par le ſeul effort des poids I & R. Il eſt manifeſte que cet appui AC faiſant le même effet contre les

poids I & R, qu'une puiſſance π égale à la ſomme de ces poids, & appliquée en B ſuivant $B\pi$ parallele à leurs directions ; & ces poids faiſant auſſi le même effet que deux appuis placés en M & en Z dans leurs directions : il eſt, dis-je, manifeſte qu'en renverſant ce corps de la Fig. 10 comme dans la Fig. 11 ſans rien changer à toutes ces directions, cette puiſſance π tirera encore de même contre ces deux appuis M & Z, n'y ayant de différence qu'en ce qu'elle tire préſentement contre eux de haut en bas, au lieu qu'elle tiroit de bas en haut, l'axe d'équilibre AC ayant auſſi paſſé de deſſous en deſſus. Donc en prenant le poids $P = I + R$ pour cette puiſſance π, l'on aura ſuivant l'article 22. $P(I+R) = \frac{Q \times TX \times \int HD \times HK \times EF \times HH}{DX \times DT \times GB \times \int EF \times HH} = \frac{Q \times MZ \times \int HD \times HK \times EF \times HH}{MB \times BZ \times GB \times \int EF \times HH}$ pour la Regle fondamentale de la Réſiſtance des corps à être rompus entre deux appuis, quelque hypothéſe qu'on faſſe touchant la force ou la ténacité de leurs fibres, en prenant toujours $HD = BD$ dans les intégrales qu'on ne voit ici qu'indiquées, & P pour un pareil poids ſoutenu ſur AC. Fig. 11.

REGLE FONDAMENTALE

De la Réſiſtance des Solides à être rompus entre deux Appuis, quelque hypothéſe qu'on faſſe touchant la force ou la ténacité de leurs Fibres.

$$P = \frac{Q \times MZ \times \int HD \times HK \times EF \times HH}{MB \times BZ \times GB \times \int EF \times HH}.$$

XXVI. On voit de-là que l'hypothéſe de Galilée donnant (*art.* 7.) $HK = BG$ conſtant, & rendant par-là $\frac{\int HD \times HK \times EF \times HH}{GB \times \int EF \times HH} = \frac{\int HD \times EF \times HH}{\int EF \times HH} = SD$ en prenant S pour le centre de gravité de la baſe ABC ; l'on aura auſſi en général $P = \frac{Q \times MZ \times SD}{MB \times BZ}$ pour une pareille Regle de la Réſiſtance des corps conçus ſans peſanteur, à être rompus entre deux appuis dans cette hypothéſe de Galilée, par le ſeul effort d'un poids P.

REGLE GE'NE'RALE

De la Résistance des Solides à être rompus entre deux Appuis dans l'hypothése de Galilée.

$$P = \frac{Q \times MZ \times SD}{MB \times BZ}.$$

XXVII. Quant à l'hypothése de M. Mariotte, on a vû (*art. 9.*) qu'elle donne $GB . BD :: HK . HD$. De sorte qu'en prenant $GB = BD$, l'on aura aussi $HK = HD$. Ce qui rend $\frac{\int HD \times HK \times EF \times HH}{\int EF \times HH} = \frac{\int HD \times HD \times EF \times HH}{\int EF \times HH} = \frac{\int HD \times EF \times HH}{\int EF \times HH} \times \frac{\int HD \times HD \times EF \times HH}{\int HD \times EF \times HH} = SD \times VD$ en prenant encore S pour le centre de gravité de la base de fracture ABC, & V pour son centre de percussion par rapport à l'axe AC. Donc (*art. 25.*) $P = \frac{Q \times MZ \times SD \times VD}{MB \times BZ \times BD}$ sera aussi la Regle générale de la résistance des corps conçus sans pesanteur, à être rompus entre deux appuis dans l'hypothése de M. Mariotte, par le seul effort d'un poids P.

REGLE GE'NE'RALE

De la Résistance des Solides à être rompus entre deux Appuis, dans l'hypothése de M. Mariotte.

$$P = \frac{Q \times MZ \times SD \times VD}{MB \times BZ \times BD}.$$

XXVIII. La comparaison de cette Regle avec celle du précedent art. 26 fait déja voir en général que les résistances d'une même base de fracture quelconque de quelque corps que ce soit, conçu sans pésanteur, à être rompu entre deux appuis par des poids qu'il soutienne successivement en cet endroit, dans les hypothéses de Galilée & de M. Mariotte, sont toujours entr'elles :: $BD . DV$. en prenant toujours V pour le centre de percussion de cet-

te

te base ABC par rapport à l'axe d'équilibre AC: c'est-à-dire, comme le plus grand diamétre vertical de cette base, est à la distance du centre de percussion V de cette même base à son axe d'équilibre AC, ainsi qu'on l'a aussi trouvé dans l'art. 14. pour les résistances de ce corps à être rompu sur un seul appui dans les mêmes hypothéses de Galilée & de M. Mariotte. D'où l'on voit qu'ici comme là, celle de Galilée exige un bien plus grand poids que celle de M. Mariotte, pour rompre un même corps dans le même endroit entre deux appuis, & ce d'autant plus grand que le plus grand diamétre vertical de quelque base de fracture que ce soit, l'est toujours beaucoup plus que la distance du centre de percussion de cette base à son axe d'équilibre.

Voilà encore en quoi les hypothéses de Galilée & de M. Mariotte différent : Voici présentement aussi en quoi elles conviennent encore.

XXIX. Je commence par l'hypothése de Galilée. Soient deux corps quelconques $MNOZ$, $mnoz$, conçus encore sans pesanteur, & que les poids P, p, tendent à rompre entre les appuis M, Z, & m, z, sur lesquels ces corps sont soûtenus; soient, dis-je, ces poids P & p, les plus grands que ces corps puissent ainsi soûtenir sans se rompre en ABC, abc; desquelles bases de fracture les droites BD, bd, sont les plus grands diamétres verticaux, & S, s, leurs centres de gravité. Soient aussi Q, q, les résistances absolues de ces corps en ces mêmes bases, & le reste comme on le voit ici. Fig. 12. 13.

Cela posé, la Regle de l'art. 26 donnera $P = \frac{Q \times MZ \times SD}{MB \times BZ}$ & $p = \frac{q \times mz \times sd}{mb \times bz}$, en cas d'équilibre de part & d'autre. D'ailleurs en supposant ces corps de même matiére, l'art. 5. donnera $Q. q :: ABC. abc$. Donc en cas d'équilibre de part & d'autre entre les corps supposés ici sans pesanteur, & les poids P & p dont on les suppose chargés, l'on aura $P. p :: \frac{Q \times MZ \times SD}{MB \times BZ}. \frac{q \times mz \times sd}{mb \times bz} :: \frac{ABC \times MZ \times SD}{MB \times BZ}. \frac{abc \times mz \times sd}{mb \times bz}$. D'où il suit qu'il ne sçauroit y avoir ici d'équilibre qu'il ne soit de part & d'autre entre les résistances des bases ABC,

abc, de ces corps, & les poids *P*, *p*, tant que l'on aura $P. p :: \frac{ABC \times MZ \times SD}{MB \times BZ} . \frac{abc \times mz \times sd}{mb \times bz}$. De maniére que si l'un des poids, par exemple *P*, rompt en *ABC* le corps *MNOZ* auquel il est appliqué, le poids *p* rompra de même le corps *mnoz* en *abc*. Ce qui doit encore arriver tant que les poids *P* & *p* étant égaux, l'on aura $\frac{ABC \times MZ \times SD}{MB \times BZ} = \frac{abc \times mz \times sd}{mb \times bz}$. Et même aussi tant qu'un même corps chargé successivement de poids différens en différens endroits, chacun à la veille de le rompre entre les deux mêmes appuis, tel qu'est ici (*Fig.* 14.) le corps *MNOZ*, donnera $P. p :: \frac{ABC \times SD}{MB \times BZ} . \frac{abc \times sd}{Mb \times bZ}$. D'où l'on voit aussi que ce solide conçu sans pesanteur, & ainsi chargé en différens endroits entre ses deux appuis, sera d'égale résistance à être rompu par-tout où il donnera $\frac{ABC \times SD}{MB \times BZ} = \frac{abc \times sd}{Mb \times bZ}$, parce qu'en ce cas l'on aura $P = p$.

Fig. 14.

XXX. Cela étant, nous aurons encore ici trois sortes de Solides, lesquels conçus sans pesanteur, seront d'égale résistance par tout à être rompus entre deux appuis, chacun par un même poids dont on le suppose successivement chargé en différens endroits.

Fig. 15. 1°. Le premier est un Solide demi-circulaire ou demi-elliptique plat *MNOZ*, par tout d'égale épaisseur *AC*, comme une *Dame à jouer*, verticalement soutenu sur deux appuis *M* & *Z* (placés aux extrémités de celui de ses axes *MZ* suivant lequel ce solide entier a été divisé par le plan horizontal *MZZM*) contre le plus grand poids oblique successivement placé en *B*, *b*, que ce corps conçu sans pesanteur, puisse ainsi soûtenir sans se rompre dans les bases *ABC*, *abc*, perpendiculaires à cet axe horizontal *MZ*. Tout le reste étant comme ci-dessus, la nature du Cercle ou de l'Ellipse, & l'égale épaisseur du corps en question, donneront ensemble $ABC \times SD . abc \times sd :: \overline{AB}^2 . \overline{ab}^2 :: MB \times BZ . Mb \times bZ$. D'où résultera $\frac{ABC \times SD}{MB \times BZ} = \frac{abc \times sd}{Mb \times bZ}$, & par-tout de même. Donc (*art.* 29.) ce corps conçu sans pesanteur, sera

par-tout d'une égale résistance à être rompu par ce plus grand poids oblique successivement placé en *B*, *b*.

On démontrera de même, que ce Solide Circulaire ou Elliptique entier, conçu sans pesanteur, verticalement soûtenu sur deux appuis horizontalement placés aux extrémités d'un de ses axes, sera aussi par-tout d'une égale résistance à être ainsi rompu entre ces deux appuis par le seul effort d'un même poids successivement appliqué à différentes distances de ces mêmes appuis.

2°. Soit aussi une autre espéce d'Ellipse *MDZ*, dont les ordonnées étant *SD*, *sd*, perpendiculaires à l'axe *MZ*, la nature soit d'avoir par-tout $\overline{SD}^3 . \overline{sd}^3 :: MS \times SZ . Ms \times sZ$. Je dis que le solide rond *MDZBM* décrit par la révolution de cette courbe autour de son axe *MZ* horizontalement soûtenu par les deux bouts en *M* & en *Z*, sera encore par-tout d'une égale résistance à être rompu par un même poids dans les bases de fracture quelconques *ABC*, *abc*, perpendiculaires à cet axe, en concevant encore ce solide sans pesanteur. Fig. 16.

Car puisque (*hyp.*) la nature de la courbe *MDZ* donne $ABC \times SD . abc \times sd :: \overline{SD}^3 . \overline{sd}^3 :: MS \times SZ . Ms \times sZ$. l'on aura $\frac{ABC \times SD}{MS \times SZ} = \frac{abc \times sd}{Ms \times sZ}$; & par-tout de même. Donc (*art.* 29.) ce solide rond, conçu sans pesanteur, sera encore partout d'une égale résistance à être ainsi rompu par l'effort d'un même poids sucessivement placé en *B*, *b*.

On démontrera de même que les segmens *MAZCM* de ce fuseau, compris entre des plans qui passent par l'axe horizontal *MZ*, & faits en côtes de Melon, de quelque maniére qu'ils se tournent sur leurs pivots *M* & *Z*, seront de même par-tout d'une égale résistance à être rompus chacun par un même poids, en les concevant aussi sans pesanteur. Fig. 17.

3°. Soit enfin *MBZ* une Parabole ordinaire dont le sommet soit *B*, l'axe *BB*, & *MZ* une ordonnée quelconque à cet axe. Sur le plan horizontal *MBZ* de cette parabole, concevons-en encore une autre *MBZ* parfaitement semblable à celle-là, ayant aussi le sommet en *B*, le même axe Fig. 18.

BB, & la même ordonnée *MZ* à cet axe : c'eſt-à-dire, *MBZ* placé encore en *MBZ* de l'autre côté de *MZ* ſur le même plan. Soit de plus le Cylindre droit *MO* ſur cette baſe horizontale, ſoutenu ſur deux appuis *M* & *Z* placés aux extrémités de l'ordonnée *MZ*. Tout le reſte étant tel qu'on le voit ici, je dis que ce Cylindre conçu ſans peſanteur, ſera par-tout d'une égale réſiſtance à être rompu dans les baſes de fracture verticales & paralleles *ABC*, *abc*, entre les appuis *M* & *Z*, par un même poids ſucceſſivement placé en *B*, *b*.

Car les hauteurs des parallélogrammes *ABC*, *abc*, étant (*hyp.*) égales, la Parabole *MBZ* ſuppoſée donnera $ABC \times SD. abc \times sd :: BB. bb :: MB \times BZ. Mb \times bZ$. Et par conſéquent $\frac{ABC \times SD}{MB \times BZ} = \frac{abc \times sd}{Mb \times bZ}$, & par-tout de même. Donc (*art.* 29.) ce Cylindre conçu ſans peſanteur, ſera encore par-tout d'une égale réſiſtance à être ainſi rompu en *ABC*, *abc*, par un même poids ſucceſſivement placé en *B*,*b*.

On voit aſſez que ce même raiſonnement prouve auſſi que chaque moitié de ce Cylindre diviſé par le parallélogramme *MNOZ*, ſera pareillement d'une égale réſiſtance à être rompue entre les mêmes appuis placés aux extrémités *M* & *Z* de ſa baſe horizontale *MBZ*.

Avertiſſement.

XXXI. Il eſt à remarquer que ſi l'on ſe ſert de la Regle de l'art. 27. comme l'on vient de faire de celle de l'art. 26. on trouvera de même que les trois Solides, qu'on vient de démontrer (*art.* 30.) être chacun d'égale réſiſtance par-tout à être rompus entre deux appuis par le ſeul effort de quelque poids appliqué où l'on voudra, dans l'hypothéſe de Galilée, le ſont également dans celle de M. Mariotte. Ce qui eſt encore une convenance entre ces deux hypothéſes, ſemblable à celle que nous y avons déja remarquée dans l'art. 21. & qui vient auſſi de ce que l'on a par-tout ici comme là $\frac{VD}{BD} = \frac{ud}{bd}$. En voici encore une autre qui vient de la même ſource, & qui a auſſi quelque rapport à celle de l'art. 18.

XXXII. En général pour les corps de même matiére, de bases de fracture semblables & semblablement posées, tels qu'on peut imaginer ceux des Fig. 12. & 13. conçus sans pesanteur, & en équilibre chacun avec un poids P ou p. La ressemblance supposée de leurs bases ABC, abc, rendant ces bases comme les quarrés de leurs côtés homologues, ou de leurs plus grands diamétres verticaux BD, bd; l'art. 29. donnera encore ici $P.p \left(:: \frac{ABC \times SD \times MZ}{MB \times BZ} . \frac{abc \times sd \times mz}{mb \times bz} \right) :: \frac{\overline{BD}^2 \times SD \times MZ}{MB \times BZ} . \frac{\overline{bd}^2 \times sd \times mz}{mb \times bz} :: \frac{\overline{BD}^3 \times MZ}{MB \times BZ} . \frac{\overline{bd}^3 \times mz}{mb \times bz}$. C'est-à-dire en général que dans l'hypothése de Galilée, les résistances des corps de même matiére, à être rompus entre deux appuis en de semblables bases & semblablement posées, seront toujours comme les quotiens qui résultent des cubes des côtés homologues de ces bases de fracture, multipliés par les distances des deux appuis chacun entr'eux, & divisés par les produits des parties dans lesquelles chaque base ou chaque poids divise ces distances. Ce qui se trouvera aussi de même dans l'hypothése de M. Mariotte en se servant de la Regle de l'art. 27. comme on a fait de celle de l'art. 26. pour arriver ici. Fig. 12. 13.

XXXIII. Il suit aussi de-là pour l'une & pour l'autre de ces hypothéses que les résistances d'un même corps de bases de fracture semblables & semblablement posées, à être rompu entre deux appuis par le seul effort d'autant de poids successivement placés en ces endroits, tel qu'on peut supposer celui de la Fig. 14. sont toujours entr'elles comme les quotiens qui résultent des cubes des côtés homologues de ces bases de fracture, divisés par les produits correspondans des distances de chacune d'elles aux deux appuis entre lesquels elle se trouve : la distance de ces deux appuis entr'eux, étant la même de part & d'autre.

De sorte que lorsque ces bases de fracture semblables & semblablement posées, se trouvent aussi égales entr'elles, comme dans tous les Prismes & les Cylindres de bases quelconques paralleles à celles-là ; les différentes résistances de chacun de ces prismes ou cylindres dans toute sa lon-

gueur d'un appui à l'autre font toujours entr'elles en raison réciproque de ces produits des distances de chaque base de fracture à ces deux appuis : Par exemple, en prenant le Solide de la Fig. 11. pour un tel prisme ou cylindre, sa résistance à être rompu en *B* par le poids *P*, sera à sa résistance à être rompu de même en $G :: MG \times GZ . MB \times BZ$.

Avertissement.

XXXIV. Il y auroit encore bien des choses à remarquer sur les convenances & disconvenances, & sur plusieurs autres usages de ces deux hypothéses de Galilée & de M. Mariotte ; mais ce détail ne nous a déja mené que trop loin pour un simple Mémoire. D'ailleurs il est présentement facile de le continuer si loin qu'on voudra, par le moyen des Regles des art. 7. 10. 26. & 27. aussi-bien que de substituer au lieu du poids *P*, d'autres poids ou puissances de directions obliques, toutes différentes de la sienne, & cependant de même effet (*momentum*) que lui sur l'axe *AC* de la Fig. 1.

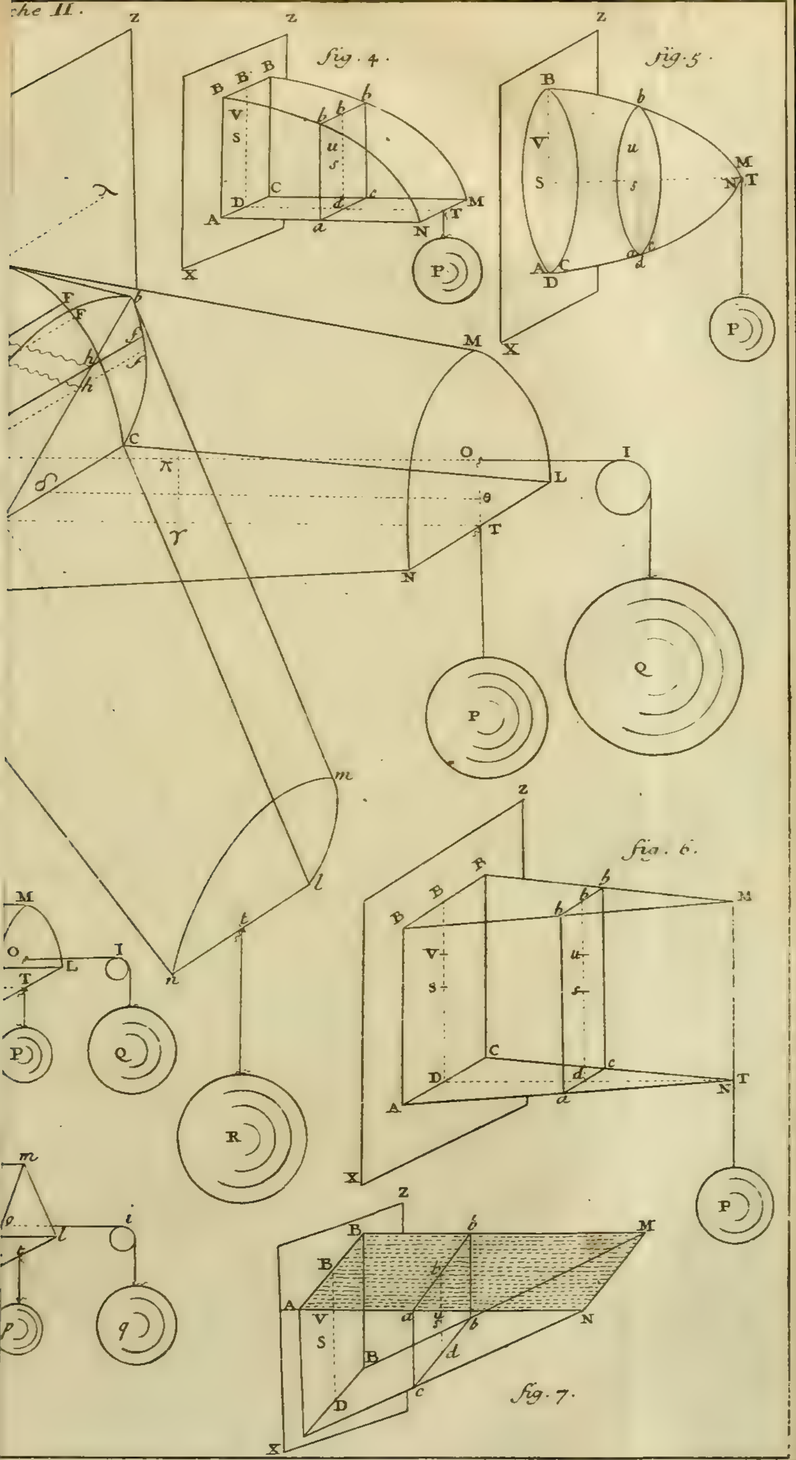
Il est aussi à remarquer que les Regles Fondamentales des art. 6. & 25 en fourniront encore de pareilles à l'infini, dont on pourra se servir de même pour telle autre hypothése qu'on voudra faire ou suivre touchant la force ou la ténacité des fibres des corps à rompre. Ce qu'il nous suffit d'avoir démontré.

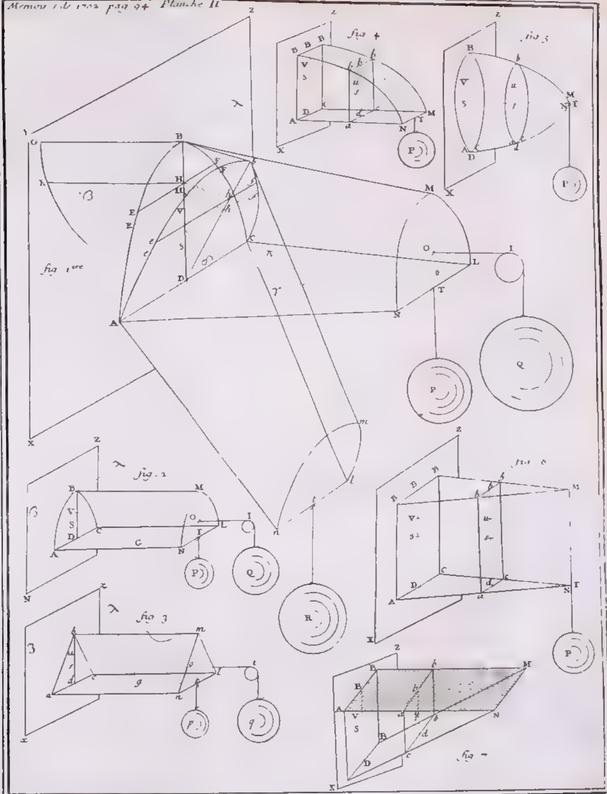
REMARQUES SUR LA FORME de quelques Arcs dont on se sert dans l'Architecture.

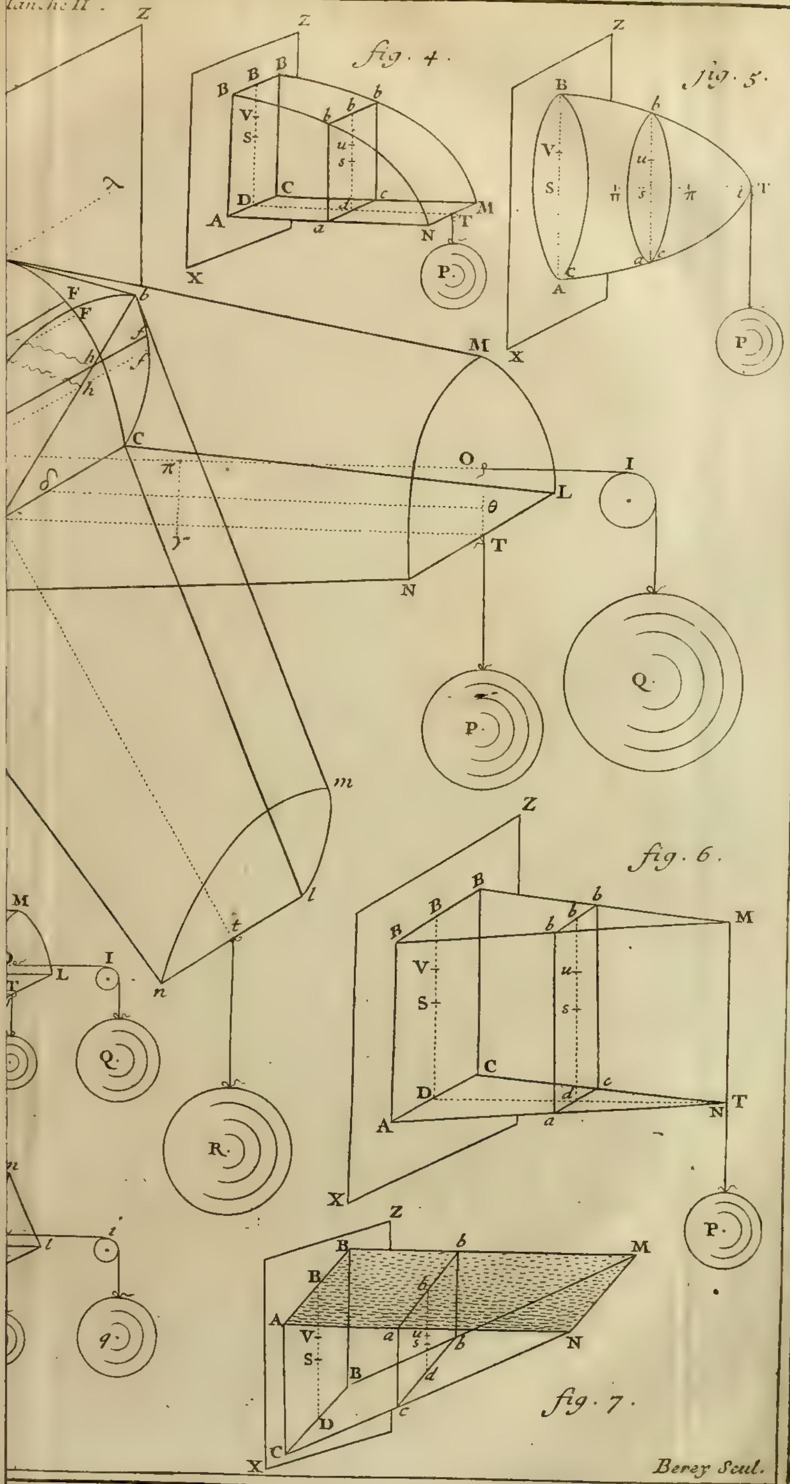
PAR M. DE LA HIRE.

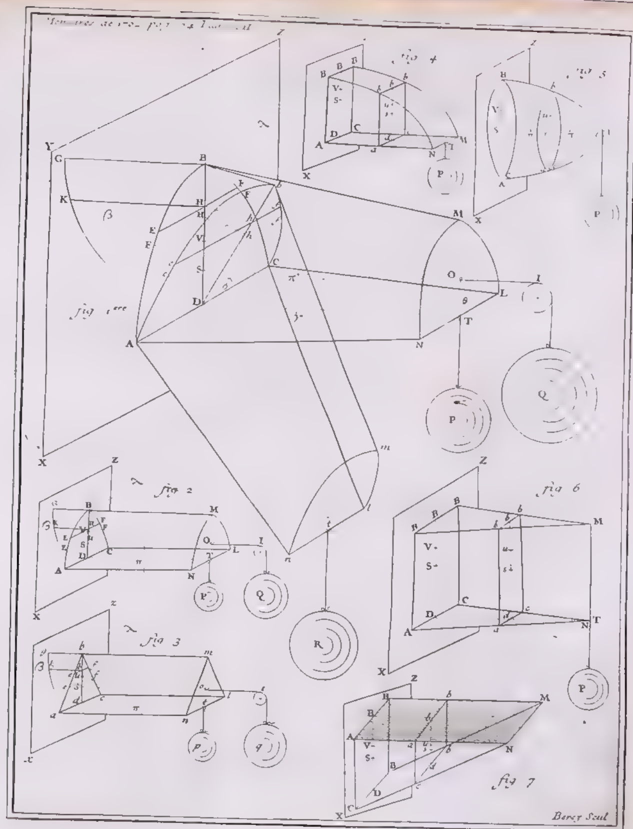
1702. 24. Mars.

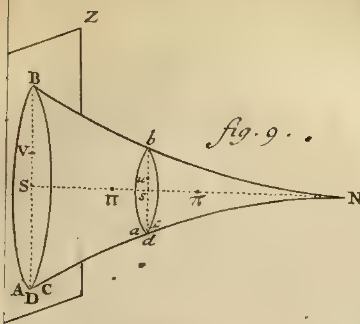
QUelques Architectes des plus célébres proposent de faire la courbure de quelques Cintres d'une maniere fort différente de celles qui sont en usage, & ils disent que cette Courbe dans les rencontres où ils s'en servent fait un effet bien plus agréable que les portions de cercle ou d'Ellipse qu'on y emploie ordinairement. Voici de quelle maniére ils décrivent cette Courbe.

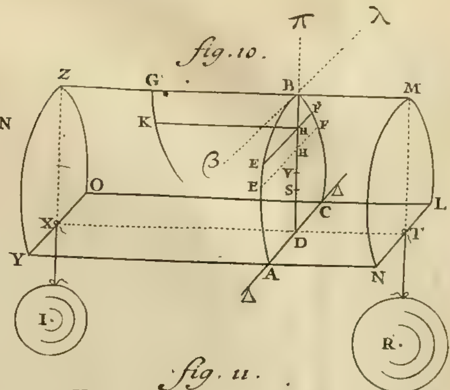

fig. 4.
fig. 5.
fig. 6.
fig. 7.

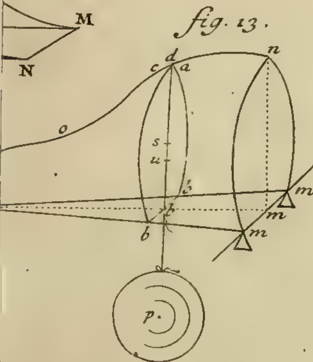

Memoires de 1702 pag 94 Planche II
fig 1ere
fig. 2
fig 3
fig 4
fig 5
fig 6
fig 7

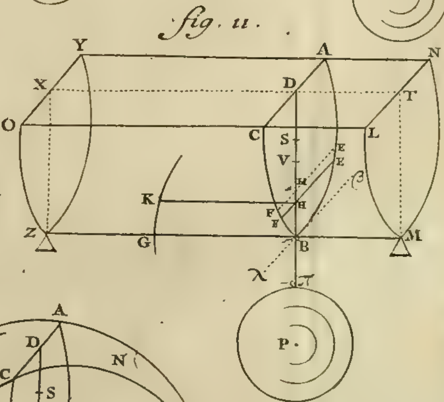

fig. 4.
fig. 5.
fig. 6.
fig. 7.
Berey Scul.

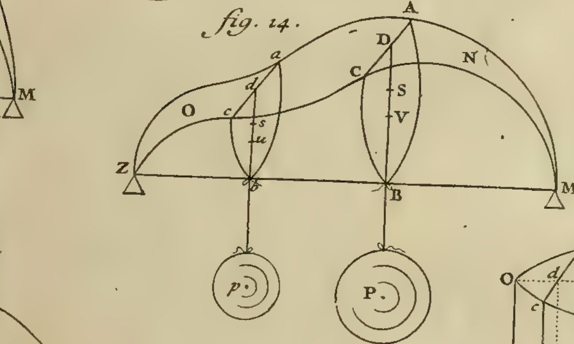

fig 1ere
fig 2
fig 3
fig 4
fig 5
fig 6
fig 7

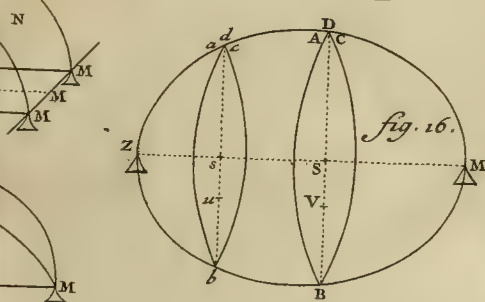


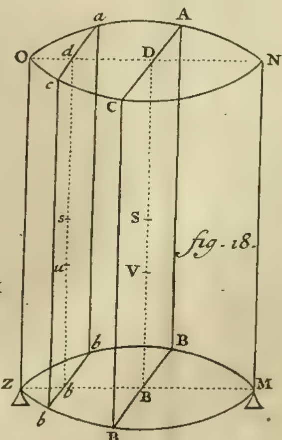




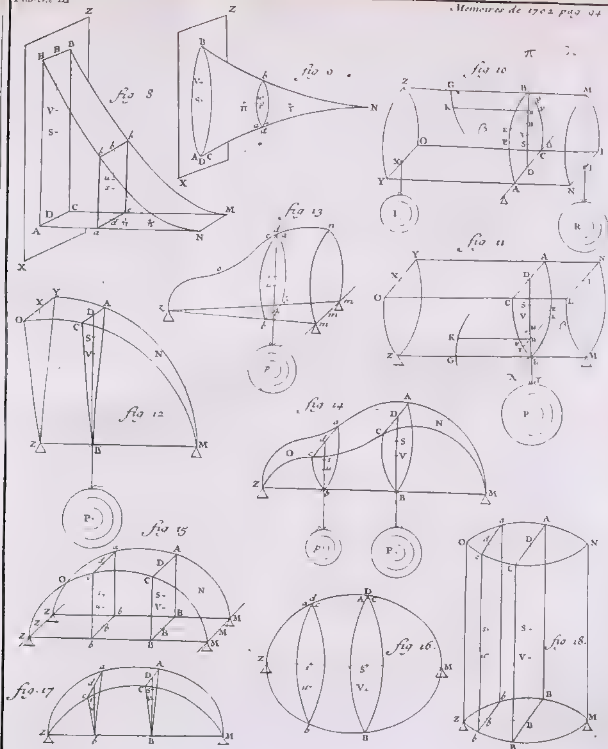


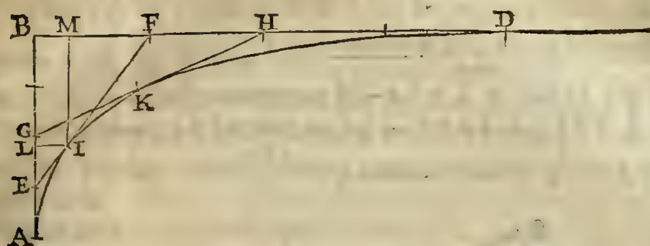






Berey Sculp.


Planche III
Memoires de 1702 pag 94
fig 8
fig 9
fig 10
fig 11
fig 12
fig 13
fig 14
fig 15
fig 16
fig 17
fig 18
Berey Sculp



Soit les deux lignes droites AB, DB qui font un angle droit en B. On donne pour sujétion que la Courbe qu'on cherche touche la ligne BA en A, & BD en D.

Ils divisent les lignes BD & BA chacune en tel nombre égal qu'ils veulent des parties égales entr'elles. Ensuite ils tirent des lignes droites de chaque point de division de la ligne AB comme E, G, en allant de A vers B, à chaque point de division de la ligne BD comme F, H, dans le même ordre en allant de B vers D, comme sont ici les lignes EF, GH, &c. Et enfin ils décrivent la ligne courbe $AIKD$ qui touche toutes les lignes comme EF en I, GH en K, &c. & les deux données en B & en D.

Pour découvrir la nature de cette Courbe que je croyois d'abord quelque Ellipse, j'ai cherché la position du point touchant, comme I dans les touchantes, comme EF, & j'ai trouvé que si l'on mene IL & IM perpendiculaires à BA & BD, les lignes BD, BF, BM sont en proportion continue; & semblablement les lignes BA, BE, BL, ce qui est facile à connoître par la régle *de maximis & minimis*.

Ceci étant posé, je viens à la détermination du lieu, & je fais $BD = a$. $BA = b$. $DM = y$. & MI ou $BL = x$. Si je prens donc la moyenne proportionnelle entre BD & BM, j'aurai $\sqrt{aa - ay} = BF$.

On aura donc aussi $DF = a - \sqrt{aa - ay}$.

Mais par la génération de la Courbe $DB \mid DF \parallel BA \mid BE$, ce qui est $a \mid a - \sqrt{aa - ay} \parallel b \mid \frac{ba - b\sqrt{aa - ay}}{a} = BE$.

Et enfin puisque $BA \mid BE \parallel BE \mid BL$, on aura $\frac{bbaa - 2bba\sqrt{aa-ay} + bbaa - bbay}{aab} = BL$ ou MI ou x. Ce qui se réduit à $2ba - by - ax = 2b\sqrt{aa-ay}$, & enfin à $bbyy + aaxx - 4baax + 2baxy = 0$. & posant $y + \frac{ax}{b} = z$, on aura $zz - \frac{4aax}{a} = 0$ qui est un lieu à la Parabole qui a quelque peu de difficulté dans sa construction par rapport aux données. Mais si l'on mene AD & qu'on la coupe en deux également en O, la ligne BO sera un des diamétres de cette Parabole, en sorte que si par le point B on tire QBP perpendiculaire à BO, cette ligne QP est le lieu de tous les angles droits faits par des touchantes à la Parabole, comme je l'ai démontré dans mon Traité des Sections Coniques. On trouvera aussi que si l'on mene AP & DQ perpendiculaires à QP, ces deux lignes ensemble seront égales à AD; & si l'on prend AN égale à AP, ou DN égale à DQ, on aura toujours le point N qui sera le foyer de cette Parabole : C'est pourquoi NR perpendiculaire à QP sera l'axe, & enfin le point S qui divise en deux également NR en sera le sommet.

Pour ce qui est de l'usage qu'on veut faire de cette ligne, je dis qu'elle ne convient pas à ces sortes d'arcs : car le sommet de cette Parabole en S fera une espéce de coude en ce point, ce que les Ouvriers appellent *jaret*, & qui est généralement blâmé dans l'Architecture, outre qu'il s'en formeroit

meroit encore un autre en *D* par la rencontre des deux parties de Paraboles des deux côtés de *D* ſur la ligne *BD* prolongée : car quoique deux lignes courbes ſe touchent en un point, elles ne laiſſent pas de faire une eſpéce d'angle ou jaret qui eſt déſagréable à la vûe ; ce qu'on remarque facilement en regardant l'arc fort obliquement. On peut donc conclure qu'une demi-Ellipſe convient bien mieux à cette courbure que la Parabole, quoiqu'elle ſoit fort facile à décrire par la méthode qu'on propoſe.

Ce n'eſt pas qu'on pourroit dire que ſi la hauteur de l'arc qui eſt *B A* eſt petite par rapport à ſa largeur qui doit être double de *B D*, le ſommet *S* de la Parabole ne ſera que fort peu éloigné du point *A* qui eſt le commencement de l'arc, ou, comme on parle, de *la retombée du cintre ;* & à cauſe qu'il y a toujours à l'endroit *A* un couſſinet ou impoſte qui étant ſaillant, cache un peu du commencement de l'arc, on ne pourroit commencer à voir l'arc que vers le point *S*, ce qui ſauveroit le défaut du jaret dans ce point; mais on ne remédieroit pas à celui qui ſeroit en *D*, lequel à la vérité ne ſeroit pas ſenſible, l'arc étant fort ſurbaiſſé. On pourroit encore tirer un avantage de cette courbe pour la partie qui eſt en *A* ; car ſa partie *S A* qui eſt comme droite, ſerviroit à la place de la ligne droite qu'on y éleve ordinairement, afin de commencer l'arc un peu au-deſſus du point *A*, qui paroîtroit ſans cela comme coupé ou écraſé à cauſe de la ſaillie de l'Impoſte.



REMARQUES

Sur la différente maniere de voguer des Rames ordinaires & des Rames tournantes, nouvellement proposées par le sieur du Guet.

PAR M. CHAZELLES.

1702. 1. Mars. POur bien juger de la force des Rames ordinaires, & de la vîtesse qu'elles peuvent procurer, on les doit considérer sur la Galere qui est le bâtiment auquel on a tâché depuis un tems immémorable, de donner toute la force & la vîtesse dont elles sont capables.

Une Galere ordinaire a 26 Rames de chaque côté, & chaque Rame a 36 pieds de longueur, dont 24 pieds sont hors de la Galere, & 12 en dedans; mais la partie qui est dans la Galere est aussi plus grosse & renforcée de bois à proportion, pour faire équilibre avec celle de dehors, le point d'appui étant sur le bord de la Galere.

Le bout de la Rame qui entre dans l'eau, qu'on appelle la Pale, a demi-pied de largeur, environ 5 pieds de longueur; ainsi chaque Rame pousse une surface d'eau de deux pieds & demi, & les 26, 65 pieds.

Il y a 5 hommes par Rame, ainsi on peut considérer les 26 Rames comme toutes liées ensemble, agissant en même-tems, poussant 65 pieds quarrés d'eau, avec la force de 130 hommes.

Les Vogueurs font force inégalement: celui qui est au bout de la Rame qu'on appelle le Vogu'avant, fait une grande fatigue, parcourant à chaque coup de Rame ou Palade l'espace de six pieds, les autres moins à proportion, & celui qui est le plus près du point d'appui ne fait presque point de force ni de mouvement; ainsi lorsqu'il s'agit de voguer long-tems, il faut qu'ils se relevent & succédent les uns aux autres, & cela cause un peu de retardement.

La Palade se donne en trois tems : Le premier est pour se lever ; le second, pour porter la Pale en avant, le Vogu'avant faisant un pas & allongeant son corps devers la poupe ; le troisiéme pour tomber en se renversant les bras en haut pour plonger la Pale dans l'eau, & il n'y a que ce troisiéme tems qui sert pour faire courre la Galére de l'avant. Il faut remarquer qu'en même-tems la chute de toute la Chiourme, qui est de deux cens soixante hommes, fait une autre impression à la Galére, la faisant enfoncer, ce qui doit retarder sa vîtesse, & le mouvement se fait ainsi par secousses ou saccades.

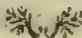
J'ai remarqué qu'une Galere voguant de la plus grande force à pouvoir durer long-tems en calme, ne donne pas plus de 24 Palades par minute, & que la premiére Rame donne dans les eaux de la septiéme ; ce qui donne par Palade un intervalle de six bancs, qui font trois toises, & par conséquent 72 toises par minute, & 4320 toises par heure, qui font cinq bons milles, ou une lieue & deux tiers par heure. J'ai vérifié cette estime par d'autres observations faites par le Loc, comme aussi en parcourant des distances connues d'un cap à l'autre, & je suis assuré qu'une Galére voguant tout en plein calme, pendant un tems considérable, ne sçauroit faire deux lieues par heure. Voilà pour ce qui regarde la vîtesse que peuvent donner les Rames ordinaires.

Donnant aux Rames tournantes 12 pieds de longueur depuis le centre de leur mouvement jusqu'au bout de la Pale, en les faisant entrer de six bons pieds dans l'eau, mettant le point d'appui à 5 ou 6 pieds au-dessus de la ligne de flotaison, on peut donner à la Pale jusqu'à trois pieds de largeur, & même plus, s'il est nécessaire ; ainsi l'on poussera continuellement & sans interruption 18 pieds quarrés d'eau, avec plus ou moins de force, suivant le nombre d'hommes qu'on appliquera sur les manivelles, lesquels font force tous également avec un mouvement de trois pieds seulement, dans lequel ils peuvent durer beaucoup plus longtems que le Vogu'avant de la Galére ordinaire, qui fait un

mouvement une fois plus grand, comme nous avons dit, qui le met d'abord tout en ſueur, & l'oblige à ſe mettre nud ſans chemiſe pour continuer.

On jugera de la vîteſſe du chemin que l'on fera par la vîteſſe avec laquelle les Rames tourneront, & ſi elles font ſeulement un tour en dix ſecondes, on égalera la vîteſſe de la Galére, puiſque le tour eſt de douze toiſes, ſuppoſant, comme on a fait pour la Rame ordinaire, que l'eau ne cede point; mais pour une plus grande juſteſſe dans l'eſtime, il faudra ſçavoir par pluſieurs expériences ſur des diſtances connues, de combien l'eau cede à proportion de la vîteſſe des tours, & l'on aura d'autant plus de précision, que le tour des Rames tournantes eſt plus grand, que l'eſpace parcouru en une Palade des Rames ordinaires.

On ne doit pas douter que la force de cent hommes, par exemple, pouſſant continuellement un volume d'eau de 18 pieds quarrés de chaque côté, ne mette bientôt en mouvement le plus gros Vaiſſeau, puiſqu'une ſimple Chaloupe ſe fait ſentir nonobſtant les inconveniens qui ſe trouvent à la remorque, comme nous les avons remarqué dans un Mémoire particulier. Ainſi je ſuis fortement perſuadé que ces Rames ſerviront aux plus gros Vaiſſeaux très-utilement, & même plus avantageuſement qu'aux petits; puiſqu'outre la force de l'équipage qui peut leur fournir de quoi mettre un grand nombre d'hommes ſur les manivelles, & les relever par d'autres tous frais, pour continuer ce ſervice, ils ont encore un eſpace bien plus grand pour placer commodément les aîles des manivelles, & les faire mouvoir ſans embarras; ce que l'on feroit plus difficilement dans un petit Vaiſſeau dont l'entre-deux des ponts eſt très-bas, & ordinairement fort embarraſſé.



OBSERVATION

D'un nouveau Phénomene, faite le 2 de Mars 1702 par Monsieur Maraldi à Rome.

LE deux de Mars de cette année 1702 j'appris dans Rome, que le soir précédent on avoit vû une Cométe. Y ayant fait attention, je vis le même jour 2 de Mars sur les 6 heures du soir une longue trace de lumiére semblable à la queue d'une Cométe, qui sortoit du Crepuscule. Elle laissoit un peu vers le Septentrion l'Etoile marquée σ par Bayer dans la Baleine, & passoit entre l'Etoile τ de l'Eridan, & π de la Baleine, s'étendant le long du même fleuve. Au travers de cette lumiére on voyoit une petite Etoile qui n'est point marquée dans les Cartes du Ciel. Son extrémité Orientale étoit entre l'Etoile γ de l'Eridan, & la plus Orientale de la même Constellation, qui sont sur le tropique du Capricorne, à peu près également distante de ces deux étoiles. Sa longueur qui étoit environ de 30 degrés d'un grand cercle, étoit dirigée au Soleil. Elle étoit large d'un degré, un peu plus à son origine, & alloit un peu en diminuant vers son extrémité. Sa couleur étoit blanchâtre comme celle d'un nuage éclairé du Soleil. Elle suivoit le mouvement des Etoiles fixes à l'Occident, à l'égard desquelles elle ne changeoit point de situation dans le peu de tems que je la pus observer.

1702. 26. Avril.

En voyant cette lumiére, je m'apperçus qu'elle avoit beaucoup de ressemblance à celle que M. Cassini observa au commencement de Mars de l'an 1668. Elle se voyoit au même endroit du Ciel, sur les mêmes Constellations, & avec les mêmes Etoiles fixes. Elle avoit à peu près la même figure & la même longueur. J'aurois souhaité pouvoir continuer les observations les jours suivans, pour voir si elle avoit le même mouvement propre que celle de 1668.

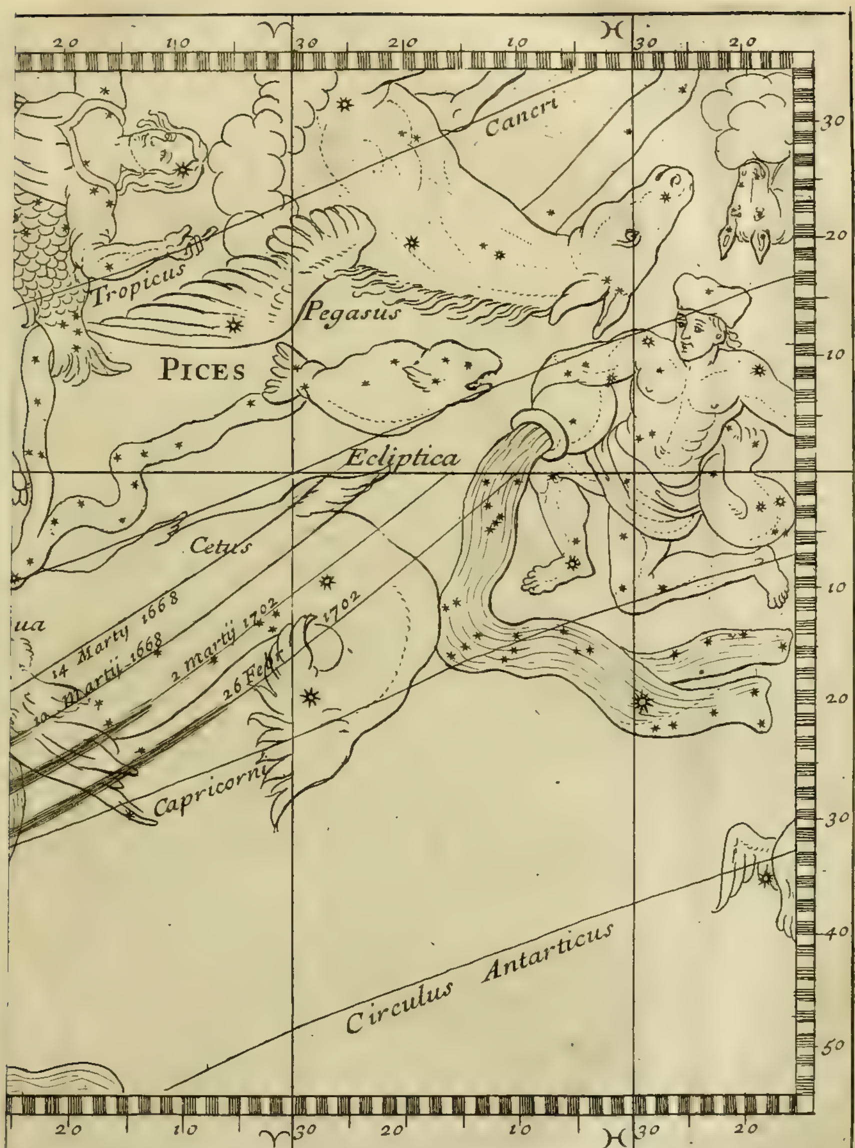
mais le Ciel a été toujours couvert depuis, & il sera difficile de la pouvoir voir dans la suite à cause du clair de la Lune.

La lumiére que M. Cassini observa en 1668 fut aussi observée à Hispahan au rapport de Chardin, à Goa par le P. Landen Jesuite, qui la vit depuis le 5 jusqu'au 21 Mars, & par d'autres à S. Salvador dans l'Amerique Méridionale, & le long des côtes du Cap de Bonne-Espérance. Les observations qui sont insérées dans les Journaux de Rome des années 1668, 1670, 1673, comparées à celles qui furent faites en Europe, firent connoître que cette lumiére n'avoit point de parallaxe sensible, & qu'elle étoit un objet céleste. A l'occasion de ce Phénomene M. Cassini remarqua que plusieurs siécles avant la naissance de J. C. on en avoit vû un de la même grandeur, de la même figure, qui avoit le même mouvement, & qui se trouvoit au même endroit du Ciel.

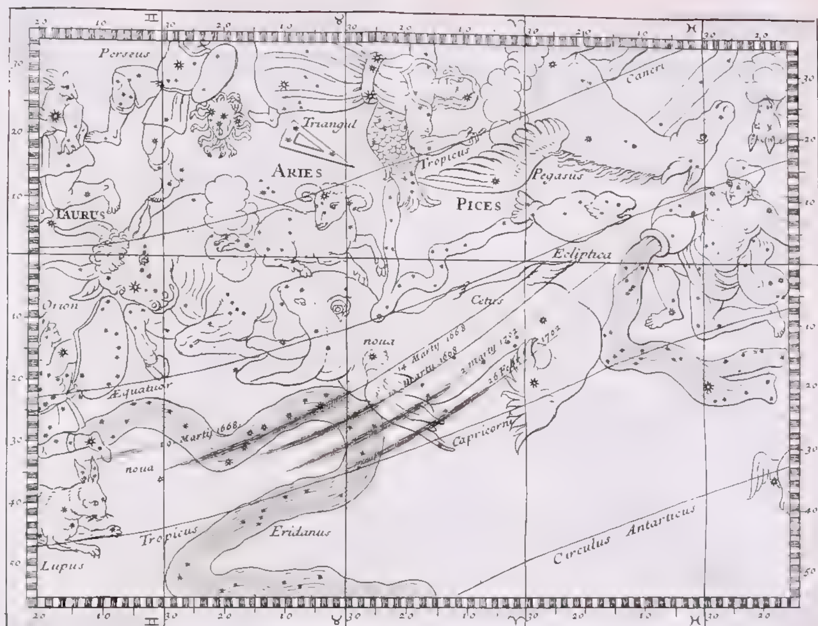
Réflexions sur les Observations précédentes par Monsieur Cassini.

On n'a point vû depuis long-tems paroître de nouveau dans le Ciel d'objet plus considérable, que celui qui a été observé en plusieurs Villes d'Italie & d'Espagne, en forme de queue de Cométe, vers la fin de l'hyver dernier de cette année 1702. Nous en avions vû un semblable sur la fin de l'hyver de l'an 1668, étant encore à Bologne, où nous l'observâmes avec une attention particuliére. Il étoit de la même figure, de la même grandeur, sur les mêmes Constellations du Ciel, à peu près aux mêmes distances du Soleil & de l'horizon aux jours correspondans, & aux mêmes heures. Il avoit la même direction au Soleil qui parcouroit le même Signe du Zodiaque. Il avoit le même mouvement parmi les Etoiles fixes, qu'il suivoit dans le mouvement universel de 24 heures, comme font les Planetes & les Cométes.

Nous avions fait la description de celui de l'an 1668, &



Mem. de l'Acad. 1702 page 101. Planche IV.



Mem. de l'Acad. 1702 page 101. Planche IV.

fait graver sa situation différente en divers jours parmi les Etoiles fixes dans une planche, que nous donnâmes aussi-tôt au public, & l'envoyâmes à l'Académie Royale des Sciences. M. l'Abbé Galois en fit le rapport dans le Journal des Sçavans du mois de Juillet de la même année, y ajoutant quelques observations qui en avoient été faites à Naples.

Il consistoit dans une trace de lumiere longue de 30 à 33 degrés, & large d'un degré & demi, que l'on voyoit à l'Occident immédiatement après le Crepuscule du soir, quand les Etoiles de la troisiéme & de la quatriéme grandeur commencent à paroître. On le voyoit sortir de la Constellation de la Baleine, qui étoit en partie plongée dans les vapeurs de l'horizon, & il s'étendoit le long de la Constellation de l'Eridan, suivant une longue traînée d'Etoiles de la troisiéme & de la quatriéme grandeur, ausquelles il étoit aisé de le comparer.

On remarquoit les Etoiles qui étoient à côté, à son extrémité & dans son axe; & comparant les observations d'un jour à celles d'un autre, on voyoit que d'un jour à l'autre cette lumiere s'avançoit à leur égard vers l'Orient & vers le Septentrion. Par ce mouvement journalier parmi les Etoiles fixes, on voyoit où elle devoit avoir été les jours précédens, à son apparition, & où elle se devoit trouver les jours après: & cette année 1702 elle s'est trouvée avec les mêmes Etoiles fixes avec lesquelles elle se trouva aux mêmes jours de l'an 1668, suivant les observations faites alors.

Diverses autres Observations de ce Phénomene.

Le premier avis que nous eûmes cette année de ce Phénomene, nous fut donné par M. Maraldi, frere de M. Maraldi de l'Académie Royale, par ses Lettres du 4 de Mars. Il avoit commencé de le voir le 26 Fevrier à une heure de nuit étant à Perinaldo. Il le vit à l'Occident en forme d'un rayon fort long étendu d'Occident en Orient, & déclinant un peu du côté d'Orient vers le Septentrion. C'étoit le jour de la nouvelle Lune, qui après 5 jours eut assez de lumiere pour affoiblir ce rayon.

Le même jour 26 Fevrier ce Phénomene fut obſervé par M Manfredi à Bologne, comme nous l'apprîmes par ſes Lettres du 15 Mars. Il le vit en forme d'une poultre ou queue de Comete, étendue ſur la Conſtellation de la Baleine, ſe terminant à des petites Etoiles de l'Eridan qui ſont ſur le Tropique du Capricorne. Son terme Occidental étoit caché par les montagnes qui étoient à l'horizon.

Le 27 cette lumiere lui parut plus claire, & ſon extrémité avancée entre le Septentrion & l'Orient. Elle paſſoit un peu au-deſſous de l'Etoile marquée τ par Bayer dans la Conſtellation de la Baleine, & elle étoit compriſe entre les deux Etoiles de l'Eridan marquées auſſi par la lettre τ qui ſont un peu au-deſſous du Tropique. Il continua de la voir les jours ſuivans, mais plus foible à cauſe du clair de la Lune & des nuages. Il vit pourtant qu'elle ſe terminoit ſucceſſivement à d'autres Etoiles plus Orientales & plus élevées, de ſorte que ſon extrémité approchoit de la Conſtellation d'Orion. Sa longueur lui parut de 30 degrés ou un peu plus, & ſa largeur environ de deux degrés, & à ſon extrémité Occidentale elle étoit plus large. Il jugea que ſa longueur étoit dirigée au Soleil, & particulierement par l'obſervation du 26. Fevrier.

Le Pere Caſſani de la Compagnie de Jeſus, Profeſſeur de Mathématiques à Madrid, par ſa Lettre du 6 Avril m'écrit qu'il parut au mois précédent une Cométe aſſez foible dans ſa couleur, & aſſez courte dans ſa durée, n'ayant été viſible que pendant ſix jours, pendant leſquels on n'en découvrit point la tête.

En comparant les obſervations de M. Manfredi du 26 Fevrier avec celle de M Maraldi du 2 Mars, on y voit le mouvement particulier de ce Phénomene par les Etoiles fixes, qui étant continué à la même proportion juſqu'au 10 de Mars porte ce Phénomene aux mêmes Etoiles, avec leſquelles nous l'obſervâmes pour la premiere fois le 10 Mars de l'an 1668.

Analogie

Analogie des apparitions de ce Phénomene avec celle de Mercure.

Il y a donc apparence que le Phénomene qui a paru cette année, eſt le même que nous avions obſervé l'an 1668. Quoiqu'il n'ait paru que 34 ans après la premiére obſervation que nous en fîmes, il ne s'enſuit pas que ſa révolution ne s'accompliſſe qu'en 34 ans. Il y a des cauſes qui pourroient avoir empêché de le voir à ſon retour, comme ſeroit la Lune, qui ſe trouvant alors ſur l'horizon à une aſſez grande diſtance du Soleil, pouvoit, à ſon ordinaire, l'effacer par ſa lumiére, comme elle efface celle de la plûpart des Etoiles; & ſuppoſant que ce ſoit une Cométe dont la tête ſoit cachée dans les rayons du Soleil, il lui pourroit arriver ce qui arrive ordinairement à Mercure dans nos climats.

On ſçait que cette Planete qui eſt la plus proche du Soleil de toutes celles qui nous ſont connues juſqu'à préſent, eſt le plus ſouvent cachée dans ſes rayons: qu'elle décrit par ſon mouvement particulier autour du Soleil un cercle ou une Ellipſe fort excentrique, qui l'éloigne diverſement du Soleil en diverſes parties de ſa révolution: qu'elle retourne à ſa plus grande diſtance ou aphelie en 88 jours, & que lorſque ſa diſtance fait à la Terre & à notre œil le plus grand angle, c'eſt la digreſſion apparente du Soleil la plus favorable pour être obſervée. Le mêlange du mouvement annuel du Soleil avec le mouvement propre de Mercure, eſt cauſe d'une différence conſidérable entre les retours de Mercure à ſon aphélie, & à ſes plus grandes digreſſions apparentes du même côté du Soleil, qui ne ſe fait qu'en 116 jours, & par conſéquent à diverſes diſtances du Soleil, qui ne ſont pas toutes ſuffiſantes pour le tirer de ſes rayons & le rendre viſible, comme s'il étoit en même-tems dans ſon aphelie. Or Mercure ne retourne à ſon aphelie & tout enſemble à ſa plus grande digreſſion ou à peu près, qu'en 33 ans, après 109 digreſſions du même côté du Soleil. Il

eſt vrai qu'il peut être vû ſouvent dans les autres digreſſions éloignées de ſon aphelie. Mais quand le Signe du Zodiaque où il ſe trouve eſt fort oblique à l'horizon, il eſt ſi difficile de le voir, qu'il y a eu des célebres Aſtronomes qui l'ayant cherché dans les grandes digreſſions à l'endroit où ils ſçavoient par les Tables des Anciens qu'il devoit être, ne l'ont jamais pû trouver de leur vie. Il ſe pourroit bien faire que notre Phénoméne étant une Cométe, elle fût cachée ordinairement dans les rayons du Soleil, d'où l'on vît quelquefois ſortir la queue; que ce fût du genre de ces Cométes, qui étant retournées après un grand nombre d'années à paſſer par les mêmes Conſtellations du Ciel avec les mêmes degrés de vîteſſe, nous ont donné ſujet de ſuppoſer que ce ſont des Planetes d'une eſpéce particuliére, qui ont leurs révolutions réglées comme les autres. Elle ſeroit plus proche du Soleil que Mercure, & pourroit décrire par ſon mouvement propre un cercle plus excentrique, où elle ne ſeroit en état d'être vûe même par ſa queue, que quand elle eſt tout enſemble dans ſon aphelie & dans ſa plus grande digreſſion, & quand ſa queue eſt détachée de cette autre lumiére que nous avons découverte dans le Zodiaque, ce qui pourroit arriver quelquefois en 34 ans.

Ariſtote au Chap. 6 du 1 Livre des Météores témoigne que les Pithagoriciens d'Italie comparoient les apparitions des Cométes à celles de l'Etoile de Mercure, qui demeure ordinairement caché dans les rayons du Soleil, & ne ſe voit que rarement. Ils devoient avoir vû des Phénomenes ſemblables au nôtre.

Comparaiſon de ces Obſervations à d'autres ſemblables faites du tems d'Ariſtote.

Dans le Traité que nous en publiâmes l'an 1668, nous comparâmes ce Phénomene à un ſemblable, qui, au rapport d'Ariſtote, parut l'année qu'Ariſtée, appellé par d'autres Aſtée, étoit Archonte d'Athène. On le prit pour une

Cométe dont la tête étoit cachée ſous l'horizon. Ariſtote dit néanmoins, qu'on la vit à la fin paroître à l'Occident équinoxial, & en un tems de gelée; que ce Phénomene ſe retiroit vers l'Orient d'un jour à l'autre, & montoit vers la ceinture d'Orion, où il ceſſa de paroître.

Diodore de Sicile dit que ce Phénomene, qui parut du tems d'Aſtée, conſiſtoit dans une grande lumiere longue comme une poutre. Ariſtote & Seneque diſent, qu'à cauſe de ſa longueur on lui donna le nom de Sentier.

Notre Phénomene avoit la même figure, il paroiſſoit dans la même partie Occidentale du Ciel, dans la même ſaiſon, proche de la même Conſtellation d'Orion, vers laquelle il alloit de même par un mouvement ſemblable qui nous l'auroit pû faire voir en peu de jours à la ceinture d'Orion, ſi la conſtitution de l'air, ou la clarté de la Lune, ou quelque changement qui lui peut.être arrivé, ne nous en avoit dérobé la vûe.

Rapport des intervalles entre les Obſervations de ce Phénomene.

Il nous reſte à conſidérer le rapport de l'intervalle entre l'obſervation d'Ariſtote & la nôtre de 1668, avec l'intervalle de 34 ans qui a été entre les obſervations de 1668, & celle de cette année 1702.

Le tems de l'obſervation d'Ariſtote eſt mémorable par pluſieurs circonſtances. Premierement, par la Magiſtrature d'Ariſtée ou Aſtée, que Diodore rapporte à la quatriéme année de la centiéme Olimpiade, dont nous ſçavons le rapport avec l'époque de J. C.

Secondement, par les grands tremblemens de terre, & les inondations qui, ſuivant Ariſtote, arriverent auſſi-tôt & abîmerent les deux belles villes de la Morée, Helice & Bure.

Les Chronologiſtes rapportent auſſi cet événement ſi mémorable à la quatriéme année de la même Olympiade.

Troiſiémement, par la célébre bataille de Leuctres, qui

ruïna la République des Lacédémoniens, & arriva deux ans après l'apparition de ce Phénomene.

Tous ces événemens concourent à marquer le tems de cette apparition à l'année 373, qui fut la 28e du quatriéme ſiécle avant l'époque de J. C. & qui dans la forme Julienne auſſi-bien que dans la Grégorienne prolongées en arriere auroit été biſſextile.

Donc entre l'obſervation d'Ariſtote & la nôtre de 1668, il y a 2040 années, qui ſont préciſément 60 périodes de 34 années, égales à celle qui eſt entre les obſervations de 1668 & celles de cette année 1702. Ainſi ſi ce Phénomene peut retourner en 34 années, ou dans une période plus grande compoſée des périodes de 34 années, il peut avoir été le même qui ait paru ces trois fois, & retourné avec une grande régularité.

Hypothéſe du mouvement réglé de ces ſortes de Phénomenes.

Ce qu'il y a de mémorable ici, eſt que du tems d'Ariſtote qui ſuppoſoit ces apparences paſſageres, il y avoit des Aſtronomes qui leur attribuerent des retours réglés. Voici comme Diodore en parle au Liv. 15, lorſqu'après avoir rapporté ce qui arriva aux villes d'Helice & de Bure, il paſſe à la relation des autres malheurs qui arriverent aux Lacédémoniens. En ce tems-là, dit-il, les Lacédémoniens ayant tenu l'Empire de la Grece pendant 500 ans, Dieu leur donna un ſigne auparavant, qu'ils devoient le perdre. On vit dans le Ciel une grande lumiere allumée pendant pluſieurs nuits. A cauſe de ſa figure on l'appella Poutre ardente. Un peu après ceux de Sparte perdirent l'Empire. Il y eut, dit-il, des Phyſiciens qui attribuerent l'apparition de cette lumiere à des cauſes naturelles. Ils diſoient que ces apparences reviennent néceſſairement en certains tems; que les Chaldéens de Babylone & d'autres Aſtrologues en formoient divers pronoſtiques; qu'ils ne s'étonnoient pas de ce que ces apparences arrivent, mais qu'ils s'étonne-

roient si elles n'arrivoient pas par certaines révolutions particulieres, d'un mouvement perpétuel & réglé Il y a donc apparence que les Chaldéens avoient observé des retours reglés de ces sortes de Phénomenes, qui suivant Diodore étoient appellés Poutres.

Pline donne aussi le nom de Poutre à ce Phénomene, qui arriva avant la bataille qui ôta l'Empire aux Lacédémoniens.

Comparaison de ce Phénomene à la lumiere répandue sur le Zodiaque.

L'autorité d'Aristote qui appella Cométe le Phénomene de son tems semblable au nôtre, quoique les autres ne l'ayent appellé que Sentier ou Poutre; & le témoignage qu'il rend qu'il parut à la fin en forme de Cométe, nous le fait considérer comme une Cométe dont on ne vit que la queue.

Comme elle étoit dirigée au Soleil, aussi-bien que le font ordinairement les queues des autres Cométes, on peut juger que c'est une lumiere qui vient du Soleil, ou immédiatement, ou par l'entremise d'une Cométe propre à unir les rayons du Soleil, & à les porter sur une matiere qui les refléchit à notre oeil.

Nous avons attribué à un écoulement immédiat du Soleil la lumiere répandue dans le Zodiaque, que nous découvrîmes à l'Observatoire Royal l'an 1683, où elle s'est toujours vûe depuis, tantôt plus, tantôt moins éclatante en absence de la Lune, & lorsque le signe du Zodiaque, où est le Soleil, se leve ou se couche assez directement pour être entiérement dégagé des crepuscules qui l'efface.

Il n'est pas si difficile d'assigner la cause & d'expliquer la maniere d'un écoulement presque perpendiculaire à l'axe de la révolution propre du globe du Soleil, qui nous est connu par la révolution de ses taches, comme est celui de la lumiere répandue sur le Zodiaque, que d'un écoulement qui lui seroit oblique plus de 30 degrés, comme a paru

notre Phénomene. Il n'eſt pas non-plus ſi admirable qu'un objet vû une fois avec attention dans le Ciel, ſe continue de voir long-tems quand on y prête la même attention, que d'y voir pendant peu de jours un objet, & ne le voir plus qu'après 34 ans, ou par une plus grande révolution composée des périodes de 34 ans. Néanmoins quand une apparence ſe peut expliquer en deux manieres différentes, il ne faut pas d'abord rejetter entiérement celle qui nous paroît la plus difficile à comprendre. On pourroit chercher ſi quelque cauſe ne pourroit point déterminer l'écoulement du Soleil à prendre un cours beaucoup plus oblique à l'axe de ſa révolution, que la matiere répandue ſur le Zodiaque. Mais comme dans l'hypothéſe de la dépendance du mouvement particulier des Planetes principales de celui du Soleil autour de ſon axe, on n'a point encore trouvé la cauſe du peu d'inclinaiſon de leurs révolutions à l'axe du Soleil diverſe en diverſes Planetes qui s'obſervent ſi fréquemment depuis tant de ſiécles; il ne ſeroit pas étrange que la cauſe d'une inclinaiſon beaucoup plus grande d'un objet qui paroît ſi rarement, fût encore long-tems inconnue.

On peut cependant remarquer, 1°. Que ce Phénomene a paru juſqu'à préſent en un tems de l'année que le Pole auſtral de la révolution du Soleil qui paroît décrire un cercle autour de ſon Pole de l'Ecliptique par le mouvement annuel, étoit dans ſa plus grande expoſition à la terre. 2°. Que le mouvement propre de ce Phénomene a été ſuivant la ſuite des ſignes conforme au mouvement apparent du Soleil. 3°. Que ſa vîteſſe, autant qu'on a pû la déterminer par l'ambiguité des termes, a auſſi été à peu-près égale à celle du mouvement annuel.

Ces trois circonſtances pourroient donner lieu de ſuppoſer que ce Phénomene vient d'un écoulement du Pole auſtral du Soleil analogue à l'écoulement qu'on attribue aux Poles de la terre, & aux Poles des pierres d'aimant d'où il ſort avec une grande obliquité à ſon axe.

Ces deux dernieres circonſtances conviennent auſſi à

une Planete qui fait sa révolution autour du Soleil, lorsqu'elle est dans sa plus grande digression, où elle est plus visible qu'en tout autre tems.

Dans l'une & dans l'autre maniére, on peut supposer qu'il y a des causes Physiques qui font paroître ces objets en certains tems à leur retour, & empêchent de les voir à certains autres, comme nous l'avons déja indiqué à l'occasion du retour des Cométes par le même chemin & avec la même vîtesse. Nous l'avons aussi expliqué à l'occasion du retour des taches du Soleil au même endroit de son globe, après un grand nombre des révolutions entiéres, sans qu'elles aient paru aux autres révolutions entre les deux, & des apparitions réiterées de certaines étoiles fixes qui reviennent avec divers degrés de clarté, & enfin par les varietés qui arrivent en diverses années à la lumiére répandue dans le Zodiaque.

Analogie des événemens qui ont accompagné ces apparitions.

Nous ne nous arrêtons pas ici à comparer les tremblemens de terre & les inondations si mémorables qui arrivérent alors, avec ceux que l'on apprend de divers endroits être arrivés derniérement après la derniére apparition de ce Phénomene. L'observation de ce qui est arrivé deux fois en certaines circonstances, ne suffit pas pour fonder une induction que les mêmes choses doivent arriver ordinairement en pareilles circonstances. En effet nous ne voyons pas que l'an 1668, quand nous observâmes ce Phénomene, il soit arrivé rien de mémorable dans le même genre.

Ainsi quand il en arrive au tems de ces Phénomenes, on les peut prendre plûtôt pour des caracteres chronologiques de ces événemens qui les rendent plus mémorables, que pour des causes ou des signes qui s'y rapportent naturellement.

OBSERVATIONS

D'une nouvelle Cométe qui a paru au mois d'Avril & au mois de Mai de cette année 1702, à l'Observatoire.

Avec quelques Remarques sur les Cométes.

PAR M. DE LA HIRE.

1702. 10. Mai. SI les Cométes étoient des Planetes qui se fissent voir seulement de la terre lorsqu'elles en sont fort proche, il n'y a pas de doute qu'elles devroient paroître s'augmenter peu à peu de la même maniére qu'on les voit ordinairement s'évanouir & disparoître, tant par rapport à leur mouvement, lequel devient plus lent sur la fin de leur apparition, que par la diminution de leur lumiére qui s'éteint aussi à peu près dans la même proportion. Mais nous commençons presque toujours à voir les Cométes quand elles sont dans leur plus grande clarté, & quand elles parcourent un plus grand chemin apparent; & c'est ce qui pourroit faire croire que ce ne sont que des feux, qui s'allumant subitement, se dissipent peu à peu en diminuant de vîtesse. Car il n'y a guère d'apparence que de très-grandes Cométes n'aient été apperçûes, que quand elles ont été dans l'état le plus lumineux, sur-tout dans ce tems-ci où il y a un très-grand nombre d'Astronomes qui s'appliquent à la contemplation des Astres. Et si l'on vouloit dire qu'on n'y a pas fait attention quand elles commençoient à paroître & qu'elles étoient fort petites, au moins on les auroit vûes long-tems avant qu'elles fussent dans leur plus grande force: mais il est certain qu'on ne les voit s'augmenter que de très-peu, ce qu'on peut attribuer au chemin qu'elles décrivent, qui n'est pas, suivant toutes les apparences, un grand cercle à peu près concentrique à la terre; ce qu'on ne peut

peut pourtant pas démontrer, puiſque la diminution de leur mouvement & de leur lumiére pourroit être Phyſique & non pas Optique.

Cependant les Cométes qu'on obſerve quelquefois qui tiennent la même route que d'autres qui les ont précedées, ont pû donner lieu au ſentiment de quelques Aſtronomes qui les conſidérent comme des Planetes: mais comme cette hypothéſe n'eſt fondée que ſur l'obſervation d'une Cométe qui paroît dans le même chemin, & qui aura la même vîteſſe qu'une autre qu'on aura obſervée un grand nombre d'années auparavant, je n'ai pû encore me réſoudre à embraſſer ce ſentiment.

Celle que je découvris à l'Obſervatoire en 1698, & que je ſuivis dans tout le tems qu'elle fut viſible, après l'avoir indiquée à tous nos Aſtronomes, ſembloit être la même que celle que M. Caſſini avoit obſervée en Italie en 1652; car elle tenoit la même route, & alloit de même vîteſſe dans l'eſpace du tems qu'il l'obſerva, comme on le pourra voir par la figure que j'en donne ici, laquelle on peut comparer à celle que M. Caſſini en fit imprimer dans ce tems-là. Mais entre le grand nombre des Cométes qu'on a vûes, il peut bien arriver qu'il s'en rencontre quelqu'une qui ſuive le même chemin que quelqu'autre qui aura paru long-tems auparavant. Mais ſi de ſemblables Cométes paroiſſoient pluſieurs fois, & que leurs périodes puſſent avoir quelque rapport; il n'y a pas de doute que ce ſeroit un argument très-fort pour prouver que les Cométes ſeroient des Planetes.

Voici encore les obſervations d'une autre Cométe que j'ai découverte à l'Obſervatoire, & que j'ai ſuivie tant qu'elle a paru.

Le 24 du mois d'Avril de cette année 1702 ſur les 10 heures $\frac{1}{2}$ du ſoir, après pluſieurs jours de tems fort couvert, comme je conſiderois le Ciel vers l'Orient, lequel s'étoit éclairci dans un eſpace aſſez grand entre des nuages, à l'occaſion des planiſphéres céleſtes que j'ai faits depuis peu; j'apperçus vers les deux étoiles de l'épaule

droite du Serpentaire au-dessus de la tête d'Hercule, une grande lumiére qui enveloppoit ces deux étoiles; je pris aussitôt une petite lunette de 4 pouces, laquelle se trouva sous ma main, pour reconnoître plus distinctement ce que c'étoit que cette lumiére, & il me sembla appercevoir comme la tête d'une Cométe vers son centre proche de ces deux étoiles: mais comme je fus surpris, tout ce que je pus faire alors, ce fut de prendre bien garde si ces deux étoiles étoient véritablement les deux étoiles de cette épaule, à cause que les deux épaules & les deux mains du Serpentaire en ont deux chacune, qui sont à peu près dans le même éloignement entr'elles, & que les nuages qui étoient aux environs & qui s'avançoient vers cet endroit, m'empêchoient de les bien reconnoître. Le Ciel se couvrit entiérement presqu'aussi-tôt, & je ne pus rien voir davantage. J'attendois avec impatience le soir suivant, pour voir si ce que j'avois apperçu le jour précédent paroîtroit encore au même endroit, ou si je n'avois pas pris quelque petit nuage clair pour une Cométe; mais il étoit trop tard pour pouvoir être quelque chose de semblable, & dans un tems où il n'y avoit point de Lune; & enfin cet objet lumineux m'avoit paru immobile, quoique les nuées allassent assez vîte: mais le Ciel fut entiérement couvert, & les jours suivans.

Le Ciel ne se découvrit que le 27 au soir; il étoit fort serein, mais je ne vis plus rien vers les étoiles de l'épaule du Serpentaire; je suivis aussi-tôt la route qu'elle devoit avoir tenue comme la précédente de 1698; car il m'étoit venu en pensée que ce pourroit être la même, & je la découvris très-proche de la petite étoile du Serpent marquée σ dans Bayer.

Le 28 je l'observai entre cette étoile σ & l'étoile δ de la main du Serpentaire un peu au-dessus de la ligne droite qui joint ces deux étoiles.

Le 29 elle parut à peu près en ligne droite avec les deux étoiles de la main, mais un peu plus éloignée de l'étoile δ de la main, que la distance entre ces deux étoiles de la main.

Le 30 elle s'étoit approchée en ligne droite vers l'étoile du Serpent marquée μ dans Bayer, un peu moins que la moitié de la distance qu'il y avoit entre sa position du jour précedent & cette étoile μ. Toutes ces observations ont été faites à peu près vers 10 $\frac{1}{2}$ heures du soir.

La Cométe avoit une grande chevelure la premiére fois que je la vis; mais dans les jours suivans elle diminuoit beaucoup de grandeur, & on y remarquoit une petite queue à peu près opposée au Soleil comme elle est ordinairement.

Je l'ai encore vûe le 3 Mai à un dégré de distance de l'étoile du Serpent marquée μ en s'avançant toujours, quoique le clair de Lune fût alors fort grand, & elle paroissoit fort diminuée de lumiére, tant par elle-même, que par la clarté de la Lune. Je l'observai encore le 4; mais la Lune qui s'approchoit toujours, m'empêchoit d'en mesurer exactement la distance avec les étoiles voisines: c'est pourquoi je n'ai pû la suivre plus long-tems.

Depuis le 24 Avril jusqu'au 27 elle avoit parcouru 13 degrés, & du 27 au 30 elle n'en avoit fait que 6, ensorte que son mouvement diminuoit fort sensiblement. Du 30 Avril jusqu'au 4 de Mai elle n'avoit avancé que de 4 degrés 10 minutes, & ces derniers jours elle ne faisoit pas un degré.

Ce qu'il y a de plus considérable dans la comparaison qu'on peut faire du mouvement & du chemin de cette Cométe avec celle de 1698, c'est que dans tous les endroits où j'ai observé celle-ci, on peut dire que son mouvement a été égal à celui de la précedente, & il diminuoit de la même quantité dans les mêmes endroits; & en général pendant 11 jours que je l'ai observée elle a parcouru en diminuant toujours, 23 degrés 10′ ce qui est à très-peu près le même nombre de degrés que celle de 1698 parcourut aussi vers le même endroit en diminuant aussi de même. Enfin on a aussi cessé de la voir vers le même lieu que la précedente, dont elle ne différoit pas sensiblement en grandeur ni en lumiére.

Cependant il faut remarquer que le chemin de cette

Cométe n'a pas été tout-à-fait le même que celle de 1698; car ils se sont coupés dans un angle assez grand entre les étoiles de l'épaule du Serpentaire où je l'observai d'abord, & celle du coude marquée λ. J'ajouterai encore que par les derniéres observations de cette Cométe, son chemin paroissoit un peu recourbé vers le même côté où se courboit celui de la Cométe de 1698.

Je ne m'étendrai point sur tout ce qu'on peut conclure de ces observations dans la comparaison qu'on peut faire de ces Cométes aux Planetes, tant pour les apparences de leur mouvement, que pour la position de leur orbite, puisqu'il est facile à chacun de s'imaginer là-dessus tout ce qu'il voudra, & de satisfaire aux apparences par des suppositions qui seront assez conformes à celles des Planetes.

Mon fils a été fort assidu à observer cette Cométe avec moi, & à en déterminer le mouvement. On peut voir dans la Figure que je mets ici, le mouvement & la position de cette Cométe par rapport aux étoiles fixes, par où elle a passé, avec celle de l'année 1698.

Explication de la Figure.

La ligne qui est au milieu & sur laquelle sont marqués les degrés de 5 en 5, fait voir le chemin de la Cométe du mois de Septembre 1698, depuis la premiére fois que je la découvris. Ce chemin a été en ligne droite dans tout le tems que je l'ai vûe, hormis vers les derniers jours où elle s'en écartoit assez considerablement. Les Figures sont marquées suivant les Tables de Bayer. Les lettres capitales qui sont sur la Figure proche des lieux de la Cométe, montrent dans la Table suivante, le jour & l'heure de chaque observation.

Pour l'autre Cométe du 24 Avril 1702, son chemin est marqué par une ligne ponctuée, & les lettres qui ont rapport à la Table, sont Italiques.

Cométe du mois de Septembre 1698.

A.	le	2	à	10	heures		du soir.
B.	le	4	à	10	h.		soir.
C.	le	6	à	4	h.		matin.
D.	le	6	à	8	h.	45 m.	soir.
E.	le	7	à	7	h.	50 m.	soir.
F.	le	9	à	0	h.		matin.
G.	le	9	à	7	h.	55 m.	soir.
H.	le	10	à	8	h.	5 m.	soir.
I.	le	11	à	7	h.	35 m.	soir.
K.	le	13	à	0	h.		matin.
L.	le	13	à	8	h.	10 m.	soir.
M.	le	15	à	8	h.	10 m.	soir.
N.	le	16	à	8	h.	45 m.	soir.
O.	le	24	à	8	h.		soir.
P.	le	28	à	7	h.	30 m.	soir.

Cométe du mois d'Avril 1702.

a. le 24
b. le 27   Toutes ces observations ont été faites à 10 h. $\frac{1}{2}$ du soir.
c. le 28
d. le 29
e. le 30
f. le 3 Mai.
g. le 4

On a fait quelques observations de cette Cométe en Allemagne & en Italie; mais personne que moi ne l'a observée en France & ne l'a suivie jusqu'à la fin de son apparition.



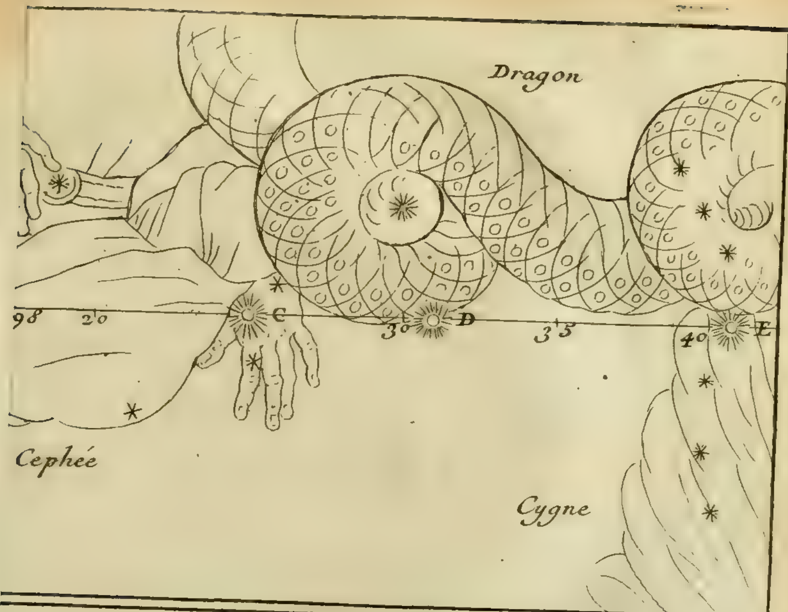
OBSERVATIONS

D'une Cométe du mois d'Avril de cette année 1702. faites à Rome par Monsignor Bianchini Camerier d'honneur du Pape.

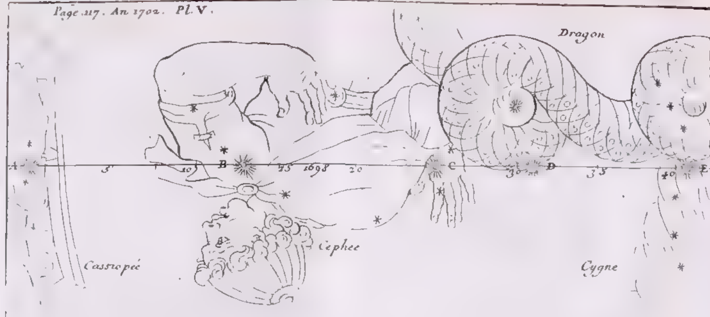
Extrait d'une Lettre à M. Cassini du 25 Avril.

1702. 10. Mai. J'Ai vû ces jours-ci une Cométe qui pourroit être la même que celle des mois derniers de Février & de Mars dont l'on voit à présent la tête sans la queue, au lieu qu'on voyoit auparavant la queue sans la tête.

Le soir du Jeudi 20 Avril à onze heures & demi, ayant regardé le Ciel du côté du Levant pour faire quelque observation ; je vis entre les Constellations de l'Aigle & de la Fleche une Cométe élevée de peu de degrés sur l'horizon, qui étoit semblable à une étoile nébuleuse. Comme elle étoit dans la voie de lait, je fus en doute si c'étoit un amas de petites étoiles qui fît cette apparence ; car elle paroissoit un peu plus claire que la nébuleuse de l'Ecrevisse, ou bien si c'étoit une Cométe sans queue. C'est pourquoi ayant attendu qu'elle fût un peu plus élevée sur l'horizon, je la regardai avec une lunette, & je reconnus que c'étoit une Cométe qui paroissoit située entre plusieurs petites étoiles. L'on voyoit dans la même ouverture de la lunette une nébulosité dont elle étoit environnée, telle que j'ai vû autrefois ici à Rome les Cométes quand elles ont commencé à paroître, & entr'autres celle de l'an 1684 & les précedentes. Quelques minutes après l'ayant regardée de nouveau, je vis qu'elle avoit changé sensiblement de situation ; ce qui m'ayant fait connoître qu'elle avoit un mouvement assez vîte, je la suivis pendant 3 heures & demi, en marquant sa situation à l'égard des petites étoiles vis-à-vis desquelles elle passoit successivement. Je fis l'observa-


Dragon
98
20
C
30
D
35
40
E
Cephée
Cygne


Hercule
H
I
K







Fait par Simon au le Fils

tion avec une lunette de M. Campani de 15 palmes, ou 10 pieds, dont l'ouverture est d'environ un demi-degré; car le diamétre de la Lune que j'observai le soir en remplissoit toute l'ouverture.

Je n'ai pas le tems ce soir de copier toute la suite des Etoiles proche desquelles elle passa. Je me contenterai de vous marquer sa situation à peu-près par le moyen des lignes visuelles que j'ai tirées à la vûe simple par les Etoiles voisines. Elle étoit à minuit & demi dans le concours de deux lignes tirées l'une de la luisante de l'Aigle par le milieu des 4 de la Fleche α, β, δ, ξ, qui sont marquées dans Bayer, & l'autre de l'Etoile de la queue de l'Aigle marquée ζ, à l'Etoile λ qui est dans l'aîle gauche du Cigne. La même nuit à 3 heures & demi du matin, elle étoit dans une ligne droite tirée de la luisante de l'Aigle par les deux Etoiles de la Fleche marquées α, β, éloignée de l'étoile α, autant que l'étoile γ de l'Aigle est éloignée de β de la Fleche. Ayant rapporté cette situation sur le globe de Blaeu, je vois que la Cométe avoit une ascension droite d'environ $290\frac{2}{3}$, & une déclinaison Boreale de $21^d\ 10'$, n'y comprenant point le mouvement des étoiles fixes depuis le tems de Blaeu jusqu'à présent.

Dans ce globe sa longitude auroit été en 25^d du Capricorne, avec une latitude Boreale de 43^d à 13^h après midi.

La nuit suivante du 21 Avril à $11^h\frac{1}{2}$ du soir, elle étoit sur le globe de Blaeu située au 9^d du ♑, avec une latitude de 40 degrés ou environ. Elle déclinoit d'environ un demi-degré vers le Serpentaire d'une ligne droite tirée de la main d'Antinous par les deux étoiles de la queue de l'Aigle, l'une desquelles dans le globe est éloignée de la main d'Antinous de $21^d\frac{2}{3}$, & l'autre d'environ $23^d\frac{1}{2}$, & elle étoit dans cette ligne éloignée d'environ 27 degrés de la main d'Antinous. De sorte qu'en un jour le mouvement particulier de la Cométe auroit été d'environ 13 degrés d'un grand cercle contre la suite des Signes.

Je fis la même nuit une observation plus exacte pour déterminer sa situation avec une lunette de 8 palmes, où j'ai

mis des reticules par le moyen desquels mesurant à $10^h 56'$ la différence d'ascension droite entre la Comète & une étoile *A* que l'on voyoit dans la lunette avec une autre plus petite *B*, j'ai trouvé la différence d'ascension droite entre la Comète & l'étoile *A* de 60 secondes d'heure, dont la Comète précédoit l'étoile, & la différence de déclinaison de 22 fils ou espaces, desquels le diamètre du Soleil dans la même lunette occupe 21 $\frac{1}{2}$, ce qui fait 33 minutes, dont la Comete étoit alors plus australe, que l'étoile *A*. Cette étoile est décrite par Bayer dans la figure d'Hercule, & est une de celles du rameau d'or qu'il porte en sa main, qui est la plus proche des deux étoiles de la queue de l'Aigle. Bayer la marque, mais il ne la distingue pas par aucune lettre. Je ne fis pas d'autres observations cette nuit.

La nuit suivante du 22 le Ciel fut couvert de nuages.

La nuit du 23 j'observai la Comète pendant 3 heures & demi, après lesquelles elle arriva au Méridien. Ce qui me donna occasion d'observer la parallaxe de l'ascension droite par votre méthode en la comparant à des petites étoiles qui paroissoient avec elle. Je n'ai pas encore pû bien achever le calcul. La nuit suivante qui fut hier, le Ciel ne fut pas assez serein pour la voir ; c'est pourquoi je n'ai pas exactement tout le mouvement journalier de la Comète. Si je peux l'observer cette nuit au Méridien, je ferai le calcul exact de la parallaxe, qui me paroît être de quelques minutes, & par conséquent assez sensible. Je n'en suis pourtant pas encore bien assuré, à cause des raisons que je vous ai dites. Voici l'observation principale que j'en ai faite.

A $11^h 37'$ la Comète comparée avec les étoiles *D*, *A*, *B* passoit par le cercle horaire $1' 45''$ après l'étoile *A*. A $15^h 3'$ elle arriva au Méridien avec une différence d'ascension droite de 2 minutes 45 dont la Comète précédoit la même étoile *A*. La différence de déclinaison étoit de 18 minutes, au lieu que dans la premiere observation elle étoit de 6 minutes d'une dénomination contraire. Il y a donc eu en 3 heures & demi un mouvement de $4' 30''$ en ascension droite. On la devoit voir entre les étoiles λ & δ du Serpentaire.

taire. Le Ciel n'eſt pas ſerein à préſent, ce qui m'empêche de voir la Cométe, quoiqu'il ſoit 3 heures de nuit.

COMPARAISON DES PREMIERES Obſervations de la Cométe du mois d'Avril de cette année 1702, faites à Rome & à Berlin.

PAR M. CASSINI.

MOnſieur Bianchini commença d'obſerver cette Cométe à Rome le 20 Avril à 11 heures du ſoir proche des étoiles de la Fleche qui étoient à l'Orient près de l'horizon. Après qu'elle fut plus élevée, il la vit par une lunette, qui découvroit un degré du Ciel, avec des petites étoiles, à l'égard deſquelles il s'apperçut qu'elle changeoit ſenſiblement de ſituation en peu de minutes d'heure. Et dans un plus grand eſpace de tems, il apperçut encore à la vûe ſimple cette variation, en comparant la Cométe aux plus grandes étoiles des Conſtellations prochaines. Par des allignemens qu'il fit à minuit & demi, & à 3 heures & demie après minuit, il détermina les lieux de la Cométe, qui dans l'eſpace de deux heures ſe trouva plus occidentale de plus d'un degré. Son mouvement propre étoit donc contre la ſuite des Signes. 1702. 31. Mai.

A Berlin, ſuivant les obſervations envoyées par Monſieur Leibnitz, on commença de voir la Cométe le matin du 21 Avril à 1 heure & demie; & l'on continua de l'obſerver juſqu'à 3 heures & demie. On la vit en ligne droite avec pluſieurs étoiles, qui déterminent ſa ſituation, que l'on donne pour les 3 heures & demie du matin, c'eſt-à-dire, à la même heure des derniéres obſervations de Rome, à la différence des méridiens près, qui n'eſt que de peu de minutes, dont Rome eſt plus occidentale que Berlin. Mais pour lors on n'apperçut pas encore ſon mouvement parmi les étoiles fixes. Les allignemens faits à Rome & à Berlin

à la même heure par des étoiles différentes, portés sur le globe de Blaeu, s'accordent à placer la Cométe dans l'espace qui est entre les étoiles de la Fleche, & la tête du Cygne, sans autre différence d'un lieu à l'autre, que celle qui peut être attribuée à quelque différence dans la situation des étoiles différentes, qu'on a employées en ces différens lieux, ou à quelque peu de parallaxe qui ne seroit pas assez évidente, nonobstant la différence des hauteurs entre Berlin & Rome, qui est plus de 12 degrés, dont Berlin est plus septentrional; ce qui devroit baisser la Cométe plus à Berlin qu'à Rome, & ne paroît pas être arrivé sensiblement. Il est vrai que dans le rapport qu'on a fait de la Cométe à l'Ecliptique, qui pour lors en étoit éloignée de 43 degrés, il paroît une différence plus considérable, l'ayant trouvée à Rome dans le globe environ à 25 degrés du Capricorne, sans compter le mouvement des étoiles fixes, qu'elles ont fait depuis sa construction, qui la porteroit à 26 degrés de ce Signe, au lieu qu'à Berlin on l'a marquée à 27 degrés. Mais ce sont des déterminations qu'on ne donne qu'à peu-près, sauf une détermination plus précise par le calcul tiré des observations immédiates, qui demande plus de tems.

Le 21 Avril à Rome à 11 heures du soir par d'autres allignemens on trouva la Cométe à 9 degrés du Capricorne avec 40 degrés de latitude à peu-près; de sorte qu'elle auroit fait en longitude contre la suite des Signes environ 16 degrés, & 3 degrés en latitude, d'où l'on conclud que sur sa route elle avoit fait en un jour environ 13 d'un grand cercle.

Le Ciel étoit alors couvert à Berlin, où le jour suivant 22 Avril à 11 heures du soir on fit divers allignemens, qui firent connoître qu'à 3 heures du matin suivant, la Cométe devoit être au 23 degré du Sagittaire, & par conséquent qu'en deux jours elle avoit retrogradé de 35 degrés. Le soir du 23 à 9 heures, on remarqua à Berlin que la Cométe faisoit un triangle presque équilatéral avec la tête d'Hercule & la tête du Serpentaire. A Rome on la com-

para le même soir du 23 par la lunette avec trois étoiles fixes comprises dans l'ouverture de la lunette, dont une plus claire que les deux autres, pouvoit être celle qui est dans la barbe ou dans le col du Serpentaire, qui font un triangle presque équilatéral avec sa tête & celle d'Hercules, & tombe à peu-près dans la ligne tirée par les deux observations précédentes à la distance de plus de 4 degrés des deux de l'épaule précédente : mais la situation de ces trois étoiles vûes avec la Cométe à Rome, n'étoit pas encore déterminée par le calcul, ces étoiles n'étant pas apparemment toutes visibles à la vûe simple. On les vouloit employer à chercher la parallaxe de la Cométe, par la méthode dont je m'étois servi à trouver la parallaxe de Mars l'an 1672, & celle de la Cométe de 1680, & que le même M. Bianchini avoit depuis pratiquée en d'autres occasions rapportées dans les Journaux de Leipsick.

Comme elle demande les observations de plusieurs jours pour s'assurer du mouvement journalier de la Cométe & de ses inégalités indépendantes de la parallaxe, M. Bianchini ne put achever toutes celles qui étoient nécessaires à cette recherche que le 26 d'Avril. Il m'en promet le détail, qu'il n'avoit pas le loisir d'envoyer dans le même ordinaire, à cause des occupations que lui donnoit alors le Pape, en l'envoyant à Naples avec le Cardinal Barberini Legat *à Latere* au Roi d'Espagne. Mais M. Maraldi m'écrit que ces observations donnent la parallaxe horizontale de la Cométe le 26 d'Avril environ de 13 minutes. Il ajoute que depuis les observations du 20 d'Avril jusqu'au 1 de Mai, la Cométe avoit fait sur sa route environ 72 degrés, où il a calculé qu'elle avoit été à son Perigée le 19 Avril, avec un mouvement journalier apparent de 13 degrés environ.

Comparaison de cette Cométe à diverses autres.

M. Maraldi compare cette Cométe avec celle de 1664, dont la trace coupa l'Ecliptique fort près des mêmes lieux

que cette derniere, avec une inclinaiſon peu différente, & eut à ſon Perigée une vîteſſe approchante de celle de cette année. En effet, un grand cercle tiré par les obſervations que nous avons de M. Bianchini, paſſe par les mêmes 5 parties des mêmes Conſtellations par leſquelles paſſe le grand cercle tiré par la plûpart des obſervations de la Cométe de 1664, dont celle-ci ſemble ſuivre la route, la reprenant de la tête de la Baleine allant vers la Fleche, vers le Serpentaire & vers le Corbeau, où avoit commencé de paroître celle du 64, comme celle de 1698 continua la route de celle de 1652. Les premieres obſervations de cette Cométe avoient donné occaſion à M. Bianchini d'examiner ſi elle ne ſeroit pas la même qui avoit paru ſans tête au mois de Mars précédent, qui eût changé de direction, rétrogradant comme font les Planetes ſupérieures quand elles ſont proches de l'oppoſition avec le Soleil. La direction de ſon cours vers la Conſtellation de la Baleine, dans laquelle devoit être cachée la tête de la Cométe du mois de Mars, eſt un ſuffrage qui manquoit à l'hypothéſe de ces illuſtres Aſtronomes d'Angleterre, qui ſuppoſerent que la Cométe de Decembre de 1680 fût la même que celle du mois d'Août précédent. Nous expliquâmes dans la Lettre au Roi ſur ce ſujet, les raiſons que nous avions de les reconnoître pour différentes.

Regle obſervée dans la diſtinction des Cométes.

La principale condition que nous exigions pour reconnoître les Cométes qui ont paru en différens tems, pour les mêmes, eſt que leur retour ſe puiſſe repréſenter clairement par une hypothéſe ſemblable à celle qui ſert à repréſenter le retour de la même Planete, quand elle a été cachée long-tems : ce qui a ſervi aux Anciens, qui commencerent à diſtinguer les Planetes, & à les reconnoître pour les mêmes. On peut accorder aux mêmes Cométes une variation de leur trace parmi les étoiles fixes, ſemblable à celle que l'on reconnoît dans la Lune, qui en 9 ans

peut monter jusqu'à dix degrés ; un mouvement des nœuds, une variation de la plus grande latitude, une variation d'excentricité, un mouvement de l'Apogée correspondent à celui de la Lune. Plus il y aura de conformité de la théorie que l'on inventera pour expliquer le retour d'une Cométe aux théories des Planetes, qui servent à représenter leur retour, plus il y aura de vrai-semblance qu'elles pussent être les mêmes. Cette recherche à la vérité est pénible ; mais nous avons déja le plaisir d'avoir représenté le retour de quelques Cometes par des théories qui ne supposent point des variations si grandes que celles de la Lune.

Diverses Cométes qui ont suivi à peu-près la même trace dans le Ciel.

La Comete de 1664 à laquelle M. Maraldi compare celle d'Avril de cette année, & M. Bianchini celle du mois de Mars qui parut sans tête, fut dans sa premiere apparition dans la Constellation du Corbeau, d'une grandeur & vîtesse apparente qui augmenta pendant 11 jours, & diminua ensuite tant en grandeur qu'en vîtesse. Dans cette même Constellation on observa en Amérique & en Asie une Cométe sans tête l'an 1695. Elle fut observée à la Baye de tous les Saints au Bresil par le P. Jacob Jesuite François le 28 Octobre à l'Orient une heure avant le lever du Soleil. Il marqua la situation de sa pointe d'où ses rayons se répandoient vers l'Occident. Le matin du 29 Octobre il trouva cette pointe à la latitude australe de 17 degrés, le Soleil étant en 6 degrés du Scorpion. Cet Observateur ne voyant point de tête à la Cométe, la comparoît toujours au Soleil, d'où il dit, qu'au commencement elle étoit éloignée de 12 degrés. Le 30 la Cométe se voyoit à une plus grande distance du Soleil, d'où elle s'éloigna toujours par un mouvement rétrograde. Elle en étoit alors éloignée de 15 degrés : sa pointe se voyoit entre l'épi de la Vierge & l'extrémité de la queue du Corbeau en 16 degrés de Li-

bra, & ses rayons arrivoient au Signe de la Vierge avec une latitude australe de 18 degrés.

Le même jour 30 Octobre à Surate le P. Bouvet qui y étoit venu de la Mer-rouge, apperçut cette Cométe sans tête une demie heure avant le commencement du Crepuscule. Sa longueur étoit environ de 18 degrés d'un grand cercle : l'extrémité où devoit être la tête, aboutissoit à la cuisse du Corbeau. Le 31 à Surate elle parut un peu plus courte, d'une lumiere plus foible, ce qui fut attribué à l'approximation de la Lune : l'extrémité capitale occupoit le haut de la jambe droite du Corbeau. Le premier Novembre à Surate on la vit de meilleure heure que les jours précédens : elle étoit plus longue, occupant l'espace de 22 degrés, d'où l'on jugea qu'une partie avoit été auparavant cachée dans les rayons du Soleil. Cependant la Lune s'en étoit encore approchée ; mais comme elle étoit dans son 25 jour, sa lumiere avoit moins de force : son extrémité du côté de la tête déclinoit vers la région australe du côté de la jambe du Corbeau.

Le 2 Novembre en Amérique où le Ciel avoit été couvert les 2 jours précédens sur les Isles de sainte Anne, la Cométe par sa pointe touchoit l'étoile qui est à la poitrine du Corbeau, ses rayons passant entre les étoiles du bec du Corbeau, & celles de la Coupe, s'approchant du Tropique du Capricorne. Le 5 Novembre la pointe de la Cométe touchoit le bec du Corbeau sur le Tropique du Capricorne, étant observée proche de l'Isle-grande avec 23 degrés 30 minutes de latitude australe. Le 6 Novembre dixiéme de son apparition à 4 heures du matin, on la vit passer à l'étoile qui est dans le bec du Corbeau, traversant par ses rayons l'Hidre presque à 25 degrés de latitude australe. Après quelques jours nebuleux on la vit en Amérique continuer son cours rétrograde le 8 & le 11 Novembre, & le 16 on la vit sur le triangle de l'Hidre. On continua de la voir presque tous les jours à Surate, où le 16 elle parut entre les deux étoiles plus orientales du triangle de l'Hidre, qu'elle laissa à l'Occident le 18 & le 19 d'Avril, après quoi il ne resta qu'un foible reste de ses rayons.

Comparaiſon de ces Cométes entr'elles, & avec d'autres.

Nonobſtant la rencontre de ces Phénomenes dans la même Conſtellation du Corbeau, où la Cométe de l'an 1664 commença de paroître, & vers laquelle s'adreſſoit la Cométe de cette année, je ne les reconnois pas encore tous pour le même. Premiérement, parce que les traces décrites dans cette même Conſtellation me paroiſſent décliner l'une de l'autre plus que ne déclinent les traces de la Lune décrites par la même Conſtellation aux années éloignées les unes des autres de 8 ou 9 années, quoiqu'il ſe puiſſe faire que les traces d'un même Aſtre par la même Conſtellation en des années différentes déclinent l'une de l'autre plus que celles de la Lune, comme celles de la Lune déclinent plus entr'elles que celles de la plûpart des autres Planetes. Secondement, parce que je n'ai pas encore trouvé une hypothéſe commune qui repréſente le retour de toutes ces Cométes de la maniére que l'hypothéſe du mouvement d'une Planete ordinaire repréſente ſes retours, & comme fait la théorie de la Cométe de 1577 & de 1680, expoſées dans le Traité de cette derniére, & comme fait aſſez bien la théorie de celle de l'année 1652 & de l'année 1698. Il eſt vrai que je n'ai pas encore tant travaillé ſur ces derniéres que ſur les precédentes, & qu'il ſe peut faire que le mouvement de la même Cométe ſoit plus compoſé & plus difficile à déterminer que le mouvement des Planetes ordinaires.

Combien de ſiécles n'a-t-il pas fallu travailler pour trouver les mouvemens retrogrades des nœuds de la Lune, & le mouvement direct de ſon Apogée ſi divers en vîteſſe de celui des autres Planetes, la variation de ſa plus grande inclinaiſon à l'Ecliptique, celle de ſon excentricité des conjonctions aux quadratures, des quadratures aux octans, & d'autres inégalités qui ſont encore aujourd'hui en controverſe?

Utilité des comparaiſons des Cométes.

Ces Philoſophes qui ſoûtenoient anciennement que les Aſtres ſont des feux qui s'allument le ſoir & s'éteignent le matin, n'avoient pas la peine de les comparer. Si on les avoit cru, on n'auroit jamais entrepris de chercher les régles de leurs mouvemens, ni même de les diſtinguer les uns des autres. On a mieux fait de les ſuppoſer perpétuels, ſans ſe rebuter du travail immenſe dans une infinité de comparaiſons qu'il a fallu faire pour parvenir aux connoiſſances que nous en avons préſentement.

Le travail que l'on a commencé à faire en ce ſiécle dans la comparaiſon des Cométes, a déja eu le fruit de prévoir de bien près le cours que doit faire une Cométe, après l'avoir obſervée deux ou trois fois; ce que nous fîmes particuliérement l'an 1664, & enſuite l'an 1680. Si l'on n'oſe pas encore prédire leurs retours, après qu'elles ont ceſſé de paroître, c'eſt que l'on reconnoît, comme les Pitagoriciens cités par Ariſtote, que leur queue ou chevelure, qui les rend viſibles, leur eſt accidentelle, qu'elles la prennent, & la quittent par des cauſes & par des maniéres qui nous ſont encore inconnues. Ariſtote a remarqué qu'il y a même des étoiles fixes qui prennent quelquefois la queue comme les Cométes. Lui-même obſerva cette chevelure à l'étoile qui eſt dans la cuiſſe du grand Chien. L'on voit parmi les étoiles fixes de celles qui en apparence augmentent & diminuent de grandeur & de lumiére, juſqu'à ce qu'elles ſe perdent entiérement de vûe, & après quelque tems paroiſſent de nouveau aux mêmes lieux préciſément, les unes par des intervalles à peu près réglés, les autres par des intervalles inégaux & irréguliers. Il ſe peut bien faire qu'il y ait des Planetes de la même nature, qui méritent d'être comparées enſemble, pour pouvoir diſtinguer les unes des autres, ou juger ſi elles ne ſeroient pas les mêmes.

Continuation

Continuation des obſervations de cette Cométe.

Meſſieurs Bianchini & Maraldi m'ont depuis communiqué les obſervations ſuivantes de la même Cométe.

Le 21 Avril à 11^h 23′ l'aſcenſion droite de la Cométe fut moindre que celle de l'étoile du rameau d'Hercules de 15′, ſa déclinaiſon plus méridionale que la même étoile de 33 minutes. L'aſcenſion droite de l'étoile eſt de 278° 24′, ce qui donne l'aſcenſion droite de la Cométe de 278° 14′, la déclinaiſon Septentrionale de l'étoile eſt de 17, 53, celle de la Cométe de 17° 20′, d'où l'on calcule la longitude de la Cométe en ♑ 10° 21′, & ſa latitude Septentrionale de 40° 31′.

Le 23 à 11^h 7′ la Cométe étoit proche de l'étoile *f* dans la tête du Serpentaire un peu plus Septentrionale ; & par la comparaiſon qu'on en fit aux étoiles voiſines, on la trouva en 47° 16′ de ♐ avec une latitude Septentrionale de 32° 30′. On continua les obſervations juſqu'à 3^h 44 après minuit pour chercher ſa parallaxe qui ne fut pas beaucoup ſenſible.

Le 24 à 11^h ayant comparé la ſituation de la Cométe aux étoiles de l'épaule occidentale d'Ophiuchus & à celles de la maſſue d'Hercules, dont la ſituation eſt corrigée par les nouvelles obſervations, on trouve l'aſcenſion droite de la Cométe de 252, 50′, & ſa déclinaiſon de 6° 40′.

Le 26 à 11^h 35′ l'aſcenſion droite de la Cométe étoit de 244° 8′, plus grande que celle de l'étoile λ du Serpentaire de 8′ $\frac{1}{2}$, & ſa déclinaiſon méridionale de 2^d 12′, moindre de 31′ que celle de l'étoile.

Le 27 à 10^h 40′ l'aſcenſion droite de la Cométe excedoit de 8 minutes celle de l'étoile σ du Serpentaire, & étoit de 242^d 11′, ſa déclinaiſon de 2 degrés 14, moindre de 17′ que celle de l'étoile.

Les jours ſuivans par le moyen des fils qui ſe croiſent au foyer de la lunette, ſuivant la méthode de M. Caſſini, on trouva la différence d'aſcenſion droite & de déclinaiſon

entre la Cométe & l'étoile μ du Serpentaire dont l'aſcenſion droite eſt de 233^d 22', la déclinaiſon méridionale de 2° 29'.

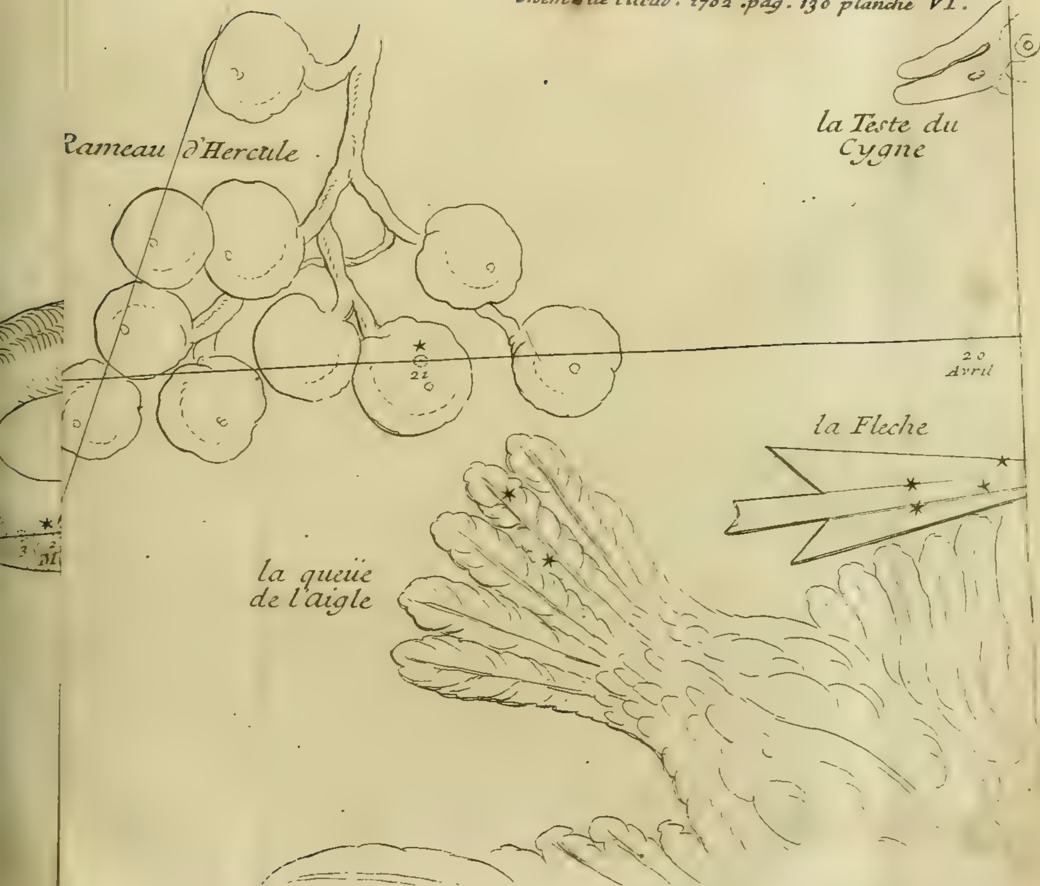
				Aſc. droite de la Cométe.		*Déclinaiſ. mérid.*	
				deg.	min.	deg.	min.
Le 1 Mai	à	15^h	45'	234	37	2	12
Le 2	à	10	10	233	45	2	32
Le 3	à	13	0	233	37	2	59
Le 4 Mai	à	10	15	231	52	3	14

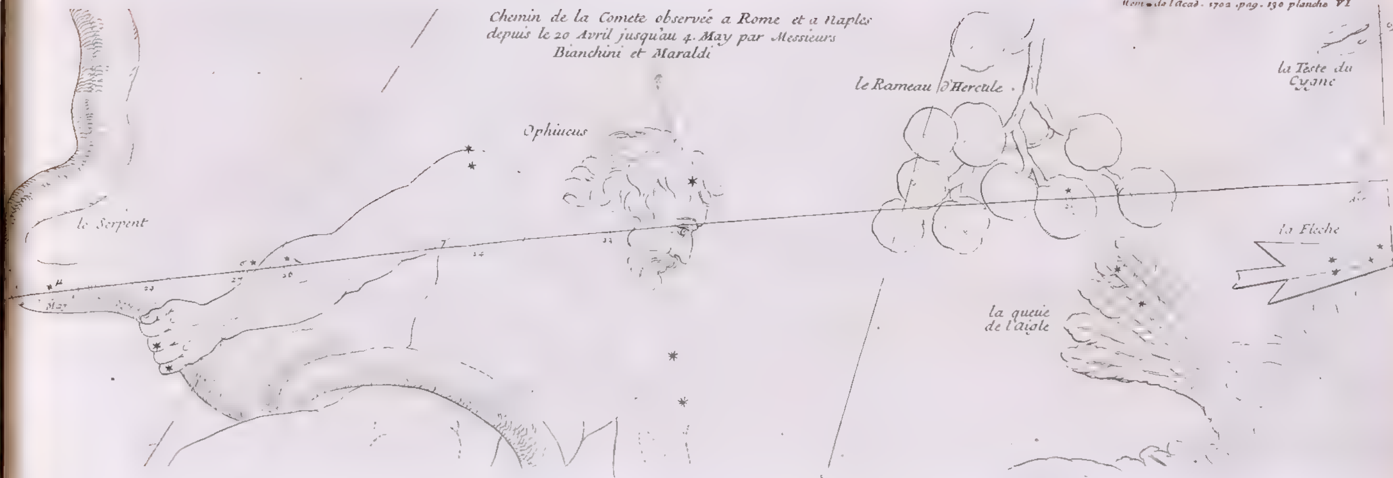
Meſſieurs Bianchini & Maraldi virent encore la Cométe le 5 Mai avec la lunette, mais ils n'en purent déterminer la ſituation, à cauſe du clair de la Lune.

L'aſcenſion droite & la déclinaiſon de ces étoiles eſt priſe des Tables de M. Maraldi.

Tous ces lieux de la Cométe ſont encore diſpoſés près du grand cercle, qui paſſe par les Conſtellations par où paſſa la Cométe de 1664. J'en dreſſai la théorie à l'imitation de celles des Planetes, que je préſentai à la Reine Chriſtine de Suede, après quelques obſervations que j'en fis à Rome en préſence de Sa Majeſté. Elle ſervit à montrer le chemin qui lui reſtoit à faire pendant les mois de Janvier & de Février de l'an 1665. Ce qu'elle fit avec autant de juſteſſe, que les théories anciennes repréſentoient au commencement les mouvemens des Planetes. Elle ſert auſſi à montrer le mouvement apparent de cette derniére Cométe avec ſes inégalités. La Cométe de 1577 me ſervit à marquer le chemin que devoit faire celle de l'an 1680 dans la deſcription que j'en préſentai au Roi; ce qu'elle fit auſſi pendant les deux mois ſuivans, comme il eſt montré dans le Livre que j'en dédiai à Sa Majeſté.

De même la théorie de la Cométe de l'an 1652, dont je préſentai les premiéres obſervations au Duc François I. de Modene, avec la deſcription de la route qu'elle devoit ſuivre, ſi elle avoit aſſez de durée, depuis la Conſtellation de Céphée juſqu'à celle du Scorpion, ſervit à la Cométe de l'année 1698, qui ſuivit cette même route.


Mem. de l'Acad. 1702. pag. 130 planche VI.
Rameau d'Hercule.
la Teste du Cygne
21
20 Avril
la Fleche
la queüe de l'aigle


Mem. de l'Acad. 1702. pag. 130 planche VI
Chemin de la Comete observée a Rome et a Naples
depuis le 20 Avril jusqu'au 4. May par Messieurs
Bianchini et Maraldi
le Rameau d'Hercule
la Teste du Cygne
Ophiucus
le Serpent
la Fleche
la queue
de l'aigle

Enfin la comparaison du Phénomene extraordinaire que j'observai l'an *1668*, avec celui qui avoit paru du tems d'Aristote dans la même forme, & au même endroit du Ciel, servit à M. Maraldi pour le reconnoître à son retour. Il a paru trois frois au même endroit, avec le même mouvement, après des périodes aussi commensurables entre-elles, que celles des retours de Mercure au même endroit du Ciel, quand il y est visible; ce qui n'arrive que rarement après plusieurs révolutions autour du Soleil.

Ainsi, quoique les Cométes soient des objets si rares, il y en a eu de notre tems quatre, dont les théories différentes peuvent servir à quatre autres.

L'usage que nous en avons fait aux occasions qui se sont présentées, a toujours eu un succès qui a fait de l'honneur à l'Astronomie, qui a pû réduire à l'égalité, des mouvemens apparens beaucoup plus inégaux que ceux des Planetes ordinaires.

OBSERVATIONS

De la Tache du Soleil, qui a paru le 6 Mai 1702.

PAR M. CASSINI le fils.

NOus avons continué d'observer jusqu'au 11 de ce mois la Tache que nous découvrîmes dans le Soleil le *6* Mai de cette année 1702, & dont nous donnâmes part le même jour à l'Académie. 1702. 13. Mai.

Cette Tache parut le *6* près du bord Oriental du Soleil, assez petite & étroite, comme on les voit ordinairement dans cette situation.

L'ayant observée le 7 avec une lunette de 45 pieds, on la voyoit composée de deux Taches jointes ensemble, dont la plus petite étoit vers le bord Oriental. Elle étoit environnée d'un atmosphére & de plusieurs facules ou parties du Soleil plus luisantes que le reste,

Le 8 elle parut composée de 3 Taches détachées les unes des autres, dont les plus petites étoient entre la principale tache & le bord Oriental du Soleil.

Le 9 & le 10 il n'y eut point d'autre changement sensible dans leurs configurations, que celui qui résulte de leur différente situation dans le disque du Soleil.

Le 11 je l'observai dès le matin avec une lunette de 17 pieds : elle paroissoit à peu-près de la même grandeur que le 10, mais beaucoup moins obscure ; de sorte qu'on avoit de la peine à la distinguer dans le disque du Soleil. Sur les 10 heures ayant voulu déterminer sa situation, il me fut impossible de l'appercevoir par une lunette de 6 pieds qui est à la Machine parallactique, & le soir on ne put pas la distinguer par une lunette de 45 pieds. Ce qu'il y a de singulier dans cette observation, est que c'est la diminution de son obscurité, & non pas celle de sa grandeur qui l'a fait disparoître.

J'ai décrit dans une figure qui représente le disque du Soleil, la situation de cette tache, tous les jours à midi, depuis le 6 jusqu'au 10 par son passage, & celui des bords du Soleil par le vertical, & par la hauteur méridienne du Soleil & de la tache, & j'ai trouvé qu'elle décrit par son mouvement une Ellipse parallele à l'Equinoxial des taches dont la concavité regarde la partie australe du Soleil, à cause que le Pole austral est élevé sur le disque apparent du Soleil. Elle avoit une latitude australe de $10^d \frac{1}{2}$. Sa longitude du bord Oriental du Soleil le 9 à midi étoit de $57^d \frac{1}{2}$. Le 10 à midi elle étoit de $70^d \frac{1}{2}$, ce qui s'accorde au mouvement journalier des taches, qui est d'un peu plus de 13 degrés. Suivant ces observations la tache a dû entrer dans le disque apparent du Soleil le 5 sur les 3 heures du matin. Elle seroit arrivée au milieu de son parallele le 11 un peu avant minuit, & en seroit sortie le 18 à 9 heures du matin.

Dans un écrit que j'eus l'honneur de lire à l'Académie le 7 Decembre 1701, j'avois remarqué que les taches que nous avions observées à Montpellier au mois de Mars & à Paris au mois de Novembre de l'année 1701 pouvoient

être les mêmes, ayant une même latitude auſtrale de 12 degrés, & y ayant entre l'intervalle des deux obſervations 8 révolutions, chacune de 27 jours 14^h & demie.

Il me ſemble que je peux comparer celle-ci à celle que nous obſervâmes à Rodés au mois de Novembre 1700. Cette tache avoit une latitude auſtrale de $9^d \frac{1}{2}$, & a dû paſſer par le centre du Soleil le 7 Novembre vers le midi. Celle-ci a une latitude auſtrale de $10^d \frac{1}{2}$, & auroit paſſé par le centre du Soleil le 11 Mai 1702 ſur le minuit. Il y a dans cet intervalle 550 jours & 12 heures, qui étant partagés par 20 révolutions, donnent à chacune 27 jours 12^h $35'$. Cette révolution eſt conforme à celle que l'on a déterminée par les obſervations les plus exactes.

A l'occaſion d'une tache qui parut à la fin de Mai en 1695, M. Maraldi remarqua qu'on en avoit obſervé pluſieurs fois dans le mois de Mai, & principalement dans les années 1684, 1686 & 1688. C'eſt ce qui m'a donné lieu d'examiner ſi la tache que nous venons d'obſerver pouvoit être la même que quelques-unes de ces taches qui parurent alors, & j'ai trouvé que la tache de 1688 avoit paſſé par le milieu de ſon parallele dans le diſque du Soleil le 6 Mai 1688 à 6^h du matin; celle-ci a dû paſſer le 11 Mai 1702 vers le minuit. Il y a dans cet intervalle 14 années, dont deux ſont biſſextiles & 18 heures, qui étant partagées par 186 révolutions, donnent à chacune 27 jours 12 heures 21 minutes.

Mais ce qu'il y a de plus remarquable, eſt que cet intervalle eſt le même que celui que mon Pere avoit déterminé dans les Mémoires de 1688, non-ſeulement par les obſervations précédentes des mois de Mai 1684 & 1686, mais même par diverſes autres faites au mois de Mai par Scheiner & par Hevelius. Voici ce qui y eſt rapporté.

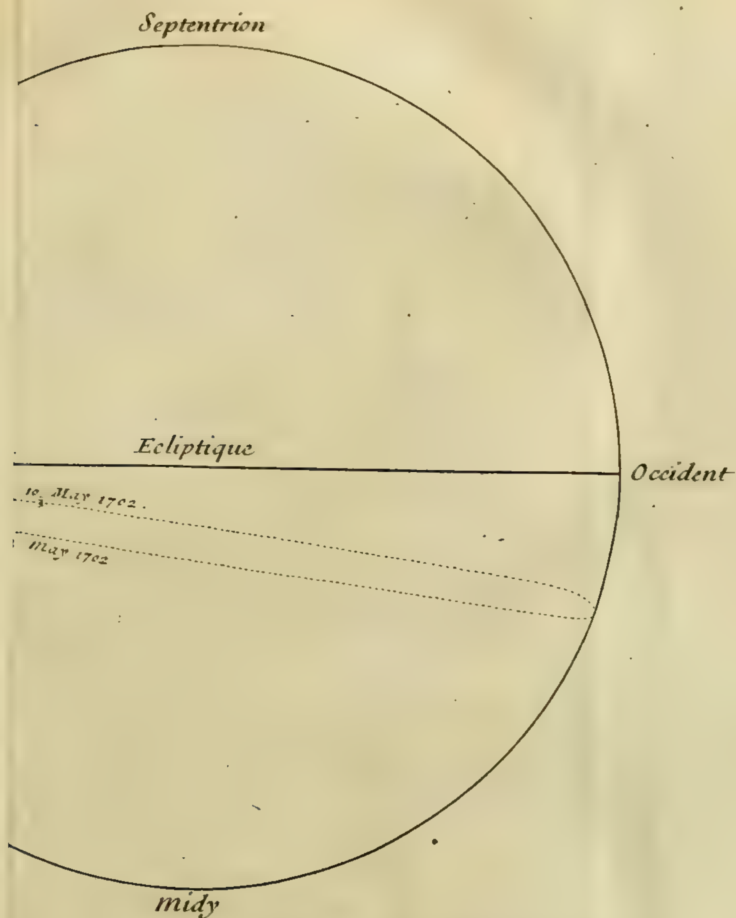
« Parmi les obſervations du P. Scheiner, nous en trouvons une du 19 Mai 1625, d'une tache qui parut le ſoir au même endroit que les nôtres parurent le matin aux jours marqués. Dans l'intervalle entre cette obſervation & la premiere des nôtres du mois de Mai 1684, il y a 783 révolu-

» tions de 27 jours 12 heures 20 minutes. Dans l'intervalle en-
» tre cette observation & celle de 1686, il y a 809 révolutions
» de 27 jours 12 heures 19 minutes & 20 secondes ; & entre
» la même observation & celle de 1688, il y a 836 révolu-
» tions de 27 jours 12 heures 21 minutes & demi. Parmi les
» observations de M. Hevelius, il y en a une du mois de Mai
» 1644 d'une tache qui fut au même endroit du Soleil, où
» nous avons observé les nôtres le 13 Mai 1688 au matin.
» Entre cette observation & celle de 1684, il y a 531 révo-
» lutions de 27 jours 12 heures & 23 minutes. Entre cette
» même observation & celle de 1686, il y a 557 révolutions
» de 27 jours 12 heures & 22 minutes ; & enfin entre la même
» observation & celle de 1688, il y a 584 révolutions de 27
» jours 12 heures 24 minutes. Nous avons donc déja (ajoute-
» t-il) six grands intervalles d'observations qui donnent la
» même période à 4 ou 5 minutes près ; & si on choisit la
» moyenne, qui est de 27 jours 12 heures & 21 minutes, tou-
» tes les autres s'y accordent à deux ou trois minutes près.

Cette révolution moyenne que mon Pere détermina alors, est précisément la même que celle que nous venons de trouver par les observations des taches qui parurent au mois de Mai 1688, & par celles que nous avons découvertes le 6 Mai de cette année 1702.

L'on aura donc à présent un plus grand nombre d'intervalles d'observations, dont 6 ont été faites au mois de Mai, & qui s'accordent à donner la même révolution à peu de minutes près. Celles qui arrivent dans le même mois ne sont pas sujettes aux inégalités qui procédent de celle du mouvement annuel du Soleil, & sont plus propres pour être comparées ensemble, & déterminer la révolution moyenne des taches.





he qui a paru au commencement du mois de May 1702.

ache qui a paru a la fin du mois de May 1702.

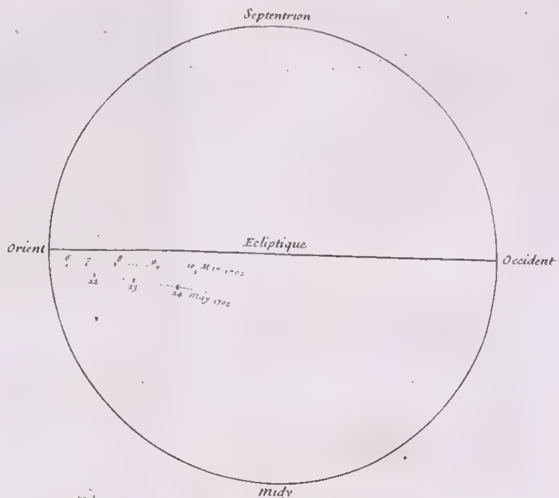


Figure de la Tache qui a paru au commencement du mois de May 1702.

le 8. May.

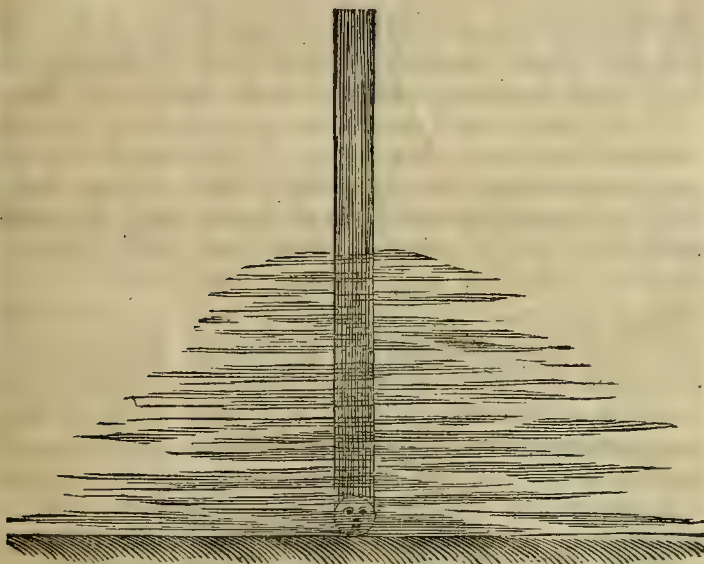
Figure de la Tache qui a paru a la fin du mois de May 1702.

le 23. May.

OBSERVATION

Sur une Colonne de lumiére à l'Obſervatoire, 1702 le 11 Mai au matin.

PAR M. DE LA HIRE.

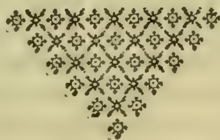


J'Ai obſervé un grand rayon lumineux perpendiculaire à l'horizon, & égal au diamétre du Soleil dans toute ſa hauteur, qui étoit d'environ 9 à 10 degrés. Cette lumiére a paru quelque tems avant le lever du Soleil, & on la voyoit encore après ſon lever. Le Ciel étoit brouillé de petits nuages couchés en long ſur l'horizon, leſquels n'empêchoient pas de voir le Soleil fort clairement ; ils y faiſoient ſeulement de petites bandes noires & des dechirures vers les bords : mais le diamétre vertical du Soleil à ſon lever m'a paru au moins égal à l'horizontal. 1702. 17. Mai.

Dans les Mémoires de l'Académie de l'année 1692 on y rapporte uue Obfervation de M. Caffini d'une lumiére à peu près femblable à celle-ci. M. Caffini dit, que ce Phénomene eft fort rare, & qu'il n'en avoit vû qu'un autre femblable en 1672. Mais ces deux Obfervations ayant été faites après le coucher du Soleil, il n'a pû voir le rapport du Soleil avec cette lumiére.

Voici comme on peut expliquer la lumiére que j'ai obfervée. Il eft certain que tous les Parhelies & ces apparences de lumiére ne paroiffent jamais quand l'air eft fort ferein, & qu'on en voit prefque toujours vers l'horizon quand il eft rempli de petits nuages longs & comme par filets. Or il eft conftant qu'il arrive aux rayons du Soleil qui rencontrent ces nuages, la même chofe que ce que nous appercevons lorfque nous regardons la lumiére d'une chandelle au travers d'un verre qui eft un peu gras, & quand on l'a frotté avec la main d'un certain fens; car il s'y forme alors une infinité de petits fillons, dont la partie élevée renvoie la lumiére vers l'œil, & l'on voit ces rayons étendus felon la perpendiculaire à la direction de ces fillons. Le rayon de lumiére doit paroître à peu près égal au diamétre du corps lumineux; car il n'y a que ceux qui rencontrent perpendiculairement la direction des fillons, qui puiffent fe refléchir vers l'œil, les autres qui font obliques s'en détournant, comme on le peut expérimenter fur un petit filet de verre en regardant une chandelle au travers.

Il doit arriver la même chofe aux petits filets des nuages, ou à leurs petites parties longues & couchées en ce fens, dont ils font compofés, qu'aux petits fillons dont je viens de parler.



OBSERVATION

OBSERVATION

D'une Tache sur le Soleil, à l'Observatoire.

PAR M. DE LA HIRE.

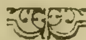
IL a paru dans les premiers jours du mois de Mai de cette année une petite tache sur le disque apparent du Soleil : mais elle s'est entiérement dissipée en peu de jours en diminuant peu à peu. Le 21 du même mois il en a reparu une autre vers le bord Oriental du Soleil, qui étoit à peu près de la même grandeur que la précedente ; car ce n'étoit qu'une seule tache environnée d'un petit nuage obscur à l'ordinaire, & elle s'est aussi dissipée sur le disque apparent du Soleil, où elle n'a été visible que peu de jours ; car le 25 elle étoit si foible qu'à peine la pouvoit-on voir dans la lunette du quart-de-cercle de trois pieds de rayon, pour en prendre la hauteur méridienne, après l'avoir observée dans son passage au méridien par la lunette du grand quart-de-cercle mural. 1702. 24. Mai.

Il est très-rare de voir sur le disque apparent du Soleil, des taches fort éloignées les unes des autres, en sorte qu'elles ne puissent être prises pour un même amas de taches, & l'on n'en voit pas souvent de différentes qui paroissent & qui disparoissent à si peu de distance les unes des autres, comme ont été celles-ci ; car on ne peut pas dire que la seconde soit la même que la premiére, qui s'étant dissipée, a commencé à reparoître de nouveau après quelque mouvement irrégulier, puisqu'elle auroit fait sa révolution en 14 jours, ce qui est trop éloigné du tems de leur période, comme elle est connue par celles qui reparoissent après avoir parcouru la partie du Soleil qui ne nous est pas visible.

Ce que j'avois autrefois imaginé pour rendre raison des apparences des taches du Soleil, demanderoit quelque ad-

dition pour repréſenter celles-ci. Car j'avois ſuppoſé qu'il y avoit dans le Soleil un ſeul corps ſolide & fort irrégulier, qui étant emporté avec la matiére fluide du Soleil, & tournant ſur lui-même, ſe montroit quelquefois ſur la ſurface du Soleil, & faiſoit voir quelques-unes de ſes éminences, qui changeoient continuellement par le mouvement propre de ce corps, ce qui faiſoit voir ces taches ſous tant de différentes figures pendant qu'elles paroiſſoient; & ce corps étant auſſi accompagné d'une matiére plus rare que le reſte, faiſoit voir ces nuages qui accompagnent & qui enveloppent preſque par-tout les taches; & lorſque ce corps ſe replongeoit dans la matiére fluide du Soleil, les taches diſparoiſſoient. La réſiſtance tantôt plus grande & tantôt moins grande que ce corps faiſoit au mouvement de la matiére qui l'entraînoit, laquelle étoit cauſée par ſes inégalités différentes, & par quelque mouvement particulier, qui le fait approcher ou éloigner du centre, en pouvoit rendre le mouvement apparent inégal, ce qui faiſoit que le mouvement périodique des taches pouvoit paroître auſſi fort inégal : Mais pour expliquer celles-ci, il faudroit encore ſuppoſer que ce corps pût ſe ſéparer quelquefois, & enſuite ſe réunir en une même maſſe, ou enfin qu'il y en eût pluſieurs dans le corps du Soleil.

On peut très-bien par cette hypothéſe rendre raiſon du retour des taches qu'on croit les mêmes, après pluſieurs révolutions pendant leſquelles elles ont diſparu; car ſi le corps qui les fait paroître n'a pas laiſſé de ſe mouvoir de même vîteſſe autour de l'axe du Soleil après s'être plongé dans la matiére fluide de cet Aſtre, lorſqu'il s'élevera ſur la ſurface il reparoîtra des taches qui auront fait pluſieurs révolutions égales à peu près à celles qu'on connoît par le mouvement ou par le retour d'une tache qui n'a point diſparu.



OBSERVATION

D'une nouvelle Tache dans le Soleil.

PAR M. CASSINI le fils.

NOus avons obſervé le 22 de ce mois de Mai 1702 une nouvelle Tache dans le diſque du Soleil près de ſon bord Oriental. Elle étoit plus grande & plus obſcure que la précedente, & paroiſſoit entourée d'une Atmoſphére, & de pluſieurs facules entre le bord & la tache. 1702. 27. Mai.

Le 23 l'ayant obſervée avec une lunette de 17 pieds, elle paroiſſoit ſeule & d'une figure à peu près ſemblable à celle du jour précedent.

Le 24 elle parut compoſée de deux taches jointes enſemble, dont la plus petite étoit vers le bord Oriental du Soleil : elle paroiſſoit à peu près de la même grandeur que le 23, mais un peu plus foible.

Le 25 on avoit de la peine à la diſtinguer avec une lunette, quoiqu'elle n'eût pas changé ſenſiblement de figure, à cauſe qu'elle étoit très-foible & peu obſcure.

L'on ne put pas l'appercevoir à midi avec une lunette de 6 pieds, & on ne l'a pas obſervée depuis.

Nous avons décrit dans une figure qui repréſente le diſque apparent du Soleil la ſituation de cette tache tous les jours à midi par la méthode que nous avons coutume de pratiquer, & nous avons trouvé que le parallele qu'elle parcourt dans le Soleil ne différe pas ſenſiblement d'une ligne droite ; ce qui doit arriver à cauſe que les Poles des taches du Soleil étant à préſent fort proche de la circonférence de ſon diſque apparent, l'Equinoxial des taches eſt repréſenté par une ligne qui différe peu du diamétre de la figure.

La latitude auſtrale de cette tache eſt d'un peu plus de 12 degrés.

Sa longitude du bord Oriental étoit le 23 à midi d'un peu moins de 51 degrés. Le 24 à midi elle étoit d'un peu plus de 64 degrés.

Suivant ces obſervations la tache doit arriver au milieu de ſon parallele dans le diſque le 26 un peu avant midi. Elle eſt entrée dans l'hémiſphére apparent du Soleil le 19 ſur les 3^h du ſoir, de ſorte qu'on l'auroit pû appercevoir dès le 20. Cependant je ne pus appercevoir rien ce jour-là, quelque attention que j'y eus faite. Le 21 elle a dû paroître viſiblement ; mais quelques affaires m'empêcherent d'obſerver ce jour-là le Soleil au Méridien.

La tache que nous avons obſervée au commencement de ce mois a dû arriver au milieu de ſon parallele le 11 à minuit. Celle-ci y ſeroit arrivée le 26 environ 14 jours & demi après, cette différence n'étant guères que la moitié de celle que l'on obſerve dans la révolution des taches, il eſt viſible que ce n'eſt pas la même, & qu'elles ſe ſont formées dans deux endroits du Soleil preſque oppoſés l'un à l'autre.

Cette tache n'a été apperçue que dans la partie Orientale du Soleil, de même que la précedente, & a ceſſé de paroître à peu près dans le même endroit & de la même maniére, en ſe rarefiant & diminuant d'obſcurité.

La ſituation de cette tache eſt fort différente de celle des quatre derniéres que nous avons obſervées depuis deux ans. C'eſt pourquoi je l'ai comparée à une autre que M. Maraldi obſerva vers la fin de Mai en 1695. Cette tache arriva au milieu de ſon parallele le 24 Mai à 9^h du ſoir. Celle-ci y a dû arriver le 26 à Midi. Il y a dans cet intervalle 7 années, dont une eſt biſſextile, 1 jour & 15 heures, qui étant partagés par 93, donnent la révolution de la tache de 27 jours 12 heures & 2 minutes ; de ſorte que l'on peut ſuppoſer que c'eſt la même qui ait paru 7 ans auparavant, ou du moins qu'elles ſe ſont formées toutes les deux preſque dans le même endroit.

OBSERVATIONS

Faites par le moyen du Verre Ardent.

PAR M. HOMBERG.

LEs grands miroirs ardens dont on s'eſt ſervi juſqu'à préſent ont été des miroirs concaves, qui réuniſſent à la vérité les rayons du Soleil, & font un foyer très-ardent; mais comme ce foyer ſe fait de rayons refléchis, qui s'uniſſent de bas en haut, l'on eſt obligé de tenir en l'air la matiére qu'on y veut expoſer, ſans la pouvoir ſoutenir dans quelque vaiſſeau. Cette matiére reſſentant l'ardeur du foyer commence à ſe fondre; dès qu'elle ſe fond, n'étant ſoûtenue de rien, elle coule & quitte le foyer, & par conſéquent elle n'en reçoit plus d'impreſſion, en ſorte qu'on ne ſçauroit faire aucune expérience ſuivie par ces ſortes de miroirs ardens. Auſſi n'ont-ils ſervi que d'une ſimple curioſité ſans aucun uſage; ce qui nous a fait ſouhaiter des grandes lentilles de verre, au travers deſquelles les rayons du Soleil pouvant paſſer, feroient un foyer de haut en bas, auquel on pourroit expoſer des matiéres ſoûtenues dans des vaiſſeaux convenables pendant tout le tems qu'on voudroit; ce qui donneroit occaſion de faire non-ſeulement des obſervations ſuivies, mais encore des expériences qui ſont abſolument impoſſibles par les miroirs concaves.

Monſeigneur le Duc d'Orleans ayant fait venir, il y a ſix mois, une de ces lentilles de verre de trois pieds de diamétre de la façon de M. Tſchirnhauſen l'un de nos Académiciens aſſociés, il m'a ordonné de l'employer pour examiner toutes ſortes de matiéres, ce que je fais autant que le Soleil me le permet. Je rapporte ici quelques-unes des obſervations des plus extraordinaires que ce verre nous a fournies, par leſquelles on verra que l'or & l'argent

sont des métaux volatils au feu du Soleil, comme les autres métaux le sont au feu de nos fourneaux.

L'or se fond aisément au verre ardent, & il disparoît à la longue en trois maniéres, qui différent entr'elles selon le degré de chaleur auquel on l'expose.

L'or fin réduit en chaux par l'esprit de sel fondu au Soleil fume d'abord beaucoup, & il s'en change promptement une partie en verre d'un violet très-foncé.

L'or fin réduit en chaux par le mercure fondu au Soleil, fume beaucoup d'abord, & il s'en change promptement une partie en verre cristallin transparent & sans couleur; mais si on tient ce verre pendant quelque tems en fonte avec l'or, il perd sa transparence, & devient peu à peu opaque, d'abord de couleur de girassol, puis blanc de lait, ensuite il brunit sur le sommet de la goutte, & enfin toute la goutte de verre devient d'un brun-foncé tirant sur le verdâtre.

Ce verre nage sur l'or fondu, tantôt en pirouettant de tout sens, tantôt en le parcourant en ligne droite & en ondoyant, changeant de place avec une vîtesse très-grande, sans s'attacher au vaisseau qui soûtient l'or, à moins que le vaisseau même n'ait commencé de se vitrifier. Alors le verre de l'or & le verre du vaisseau se confondent ensemble, & s'attachent au vaisseau.

Quand l'or fin que l'on veut fondre au Soleil n'est pas en chaux, mais en masse, il ne paroît pas d'abord du verre dessus, mais le verre s'y forme peu à peu; voici comment:

L'or, que je suppose fin, d'abord qu'il est fondu paroît en une goutte claire & nette comme un miroir, mais bientôt après sa surface devient comme si on avoit jetté de la poussiére dessus: cette poussiére se ramasse fort promptement en une petite goutelette de verre blanchâtre sur le milieu de l'or fondu, laissant toute la superficie de l'or pour un moment très-claire & très-nette, comme elle l'avoit été dans le commencement de sa fusion, après quoi la superficie de l'or paroît encore poudreuse: cette poudre couvre d'abord toute la superficie de l'or comme une tache géné-

rale, qui diminue peu à peu de largeur, mais aſſez promptement, juſqu'à ce qu'elle ſe termine ſur le milieu de la maſſe de l'or, & groſſit un peu la premiére goutte de verre qui s'étoit formée de la premiére pouſſiére. Ceci ſe fait ſucceſſivement pendant tout le tems qu'on tient l'or en fonte au Soleil.

Lorſque la petite goutte de verre eſt devenue de la groſſeur environ d'un fort petit pois, ſa péſanteur la fait couler vers les bords de l'or fondu, & alors les taches poudreuſes forment une nouvelle petite goutte de verre, laquelle étant devenue un peu groſſe, coule auſſi vers les bords de l'or fondu, ſe joint à la premiére & la groſſit, & alors la troiſiéme petite goutte de verre commence à ſe former.

Toute la maſſe de l'or ſe changera par cette voye en verre; mais afin que cela arrive, il faut obſerver de ne pas tenir l'or fondu préciſément au foyer des deux verres ardens; il eſt bon de l'y préſenter de tems en tems pour en fortifier la fonte, & puis de l'en éloigner un peu; car le vrai foyer de nos deux verres eſt trop violent pour y tenir long-tems en fonte quelque métal que ce ſoit.

Pour les métaux qui ſont durs à fondre, il y a trois endroits à les placer au foyer, qui produiſent trois différens effets. Le premier eſt au point précis du foyer. Dans cet endroit l'or étant tenu un peu de tems, commence à petiller & jetter de petites goutelettes de ſa ſubſtance, à ſix, ſept & huit pouces de diſtance, la ſuperficie de l'or fondu devenant hériſſée fort ſenſiblement, comme eſt la coque verte d'une chataigne.

Toute la ſubſtance de l'or ſe perd par-là, ſans ſouffrir aucun changement; car ſi on étend une feuille de papier au-deſſous du vaiſſeau qui contient cet or en fonte qui petille, on ramaſſe ſur ce papier une poudre d'or, dont les petits grains étant regardés par le microſcope paroiſſent des petites boules rondes d'or, que l'on peut refondre enſemble en une maſſe d'or.

Le ſecond endroit pour placer l'or en fonte, eſt de l'é-

loigner un peu du vrai foyer, jusqu'à ce qu'on voie que l'or ne paroisse plus hérissé & qu'il ne petille plus. Dans cet endroit se fait la vitrification de l'or dont nous venons de parler, laquelle est un vrai changement de la substance du métal pesant, malléable & ductile, en un verre leger, cassant & obscurément transparent.

Le troisiéme endroit pour placer l'or en fonte, est de l'éloigner un peu plus encore du vrai foyer qu'il ne l'est dans la place vitrifiante, & dans cet endroit il ne fait que fumer seulement; sa perte y est très-lente, & l'on est obligé de tems en tems de l'approcher du foyer, afin de l'empêcher de se figer.

Ce sont-là les trois différens changemens que l'or fin souffre au verre ardent; sçavoir, de s'en aller en fumée, de se changer en verre, & de sauter en l'air par petits grains.

Il arrive à peu près la même chose à l'argent fin, avec quelques différences pourtant, qui sont: Que l'argent fume beaucoup plus que l'or, qu'il s'en va incomparablement plus vîte en fumée, qu'il petille à une moindre chaleur, & qu'il ne se vitrifie pas tout-à-fait de la même maniére que l'or.

L'argent affiné par le plomb, fume considérablement, & sa superficie devient poudreuse, comme nous l'avons observé de celle de l'or; mais la poudre qui s'y forme ne se fond pas en verre, comme il arrive à l'or, car elle est blanche & legére comme de la farine; elle s'amasse en si grande quantité, qu'il y en a de l'épaisseur d'une demi-ligne & plus sur toute la superficie de l'argent, quand on le tient un quart-d'heure environ de suite au Soleil, & pendant ce tems un gros d'argent a diminué de vingt-six grains, c'est-à-dire, de plus d'un tiers de son poids.

L'argent affiné par l'antimoine, fume encore plus que ne fait celui qui est raffiné par le plomb, & la poudre qui se fait sur sa superficie se fond en verre, comme fait celle de l'or; mais ce verre ne se tient pas en une goutte sur cet argent, comme fait le verre de l'or; au contraire il se répand

sur

ſur toute la ſuperficie de l'argent comme ſi c'étoit un vernis jaune. Ce verre-ci eſt volatil, & s'en va en fumée avec la maſſe de ſon argent, en quoi il eſt différent du verre de l'or, qui ne s'en va pas en fumée, & différe encore de la poudre qui s'amaſſe ſur l'argent raffiné par le plomb ; car cette poudre s'augmente de plus-en-plus ſur l'argent expoſé au Soleil, & ce vernis ne paroît pas s'augmenter en l'expoſant long-tems au Soleil ſur ſon argent.

L'or & l'argent fins, quand ils ont été pendant quelque tems fondus au Soleil, ſe fondent difficilement au feu ordinaire, & leurs diſſolvans ne les diſſolvent pas ſi vîte ni avec autant d'ébullition qu'ils faiſoient auparavant ; ce qui s'obſerve encore plus ſenſiblement en l'or qu'en l'argent.

Il ſeroit bon de donner ici la raiſon pourquoi il ſe forme un verre ſur l'or & ſur l'argent raffiné par l'antimoine, & que ſur l'argent raffiné par le plomb il ne ſe forme qu'une poudre qui ne ſe vitrifie point ? Pourquoi ces verres & cette poudre n'ont pas la même peſanteur que le métal qui les a produits ? Pourquoi l'or fondu pendant quelque tems au Soleil ſe fond difficilement au feu ordinaire ? Et pourquoi l'eſprit de ſel le diſſout preſque ſans ébullition ?

Pour rendre raiſon de tous ces faits, je me trouve obligé de dire auparavant, 1°. Ce que le feu de nos fourneaux me paroît être. 2°. De quelle maniere il agit ; & 3°. La différence que je crois qui eſt entre le feu ordinaire & le feu du Soleil.

Je dis donc que le feu dont nous nous ſervons communément, où la flamme n'eſt autre choſe qu'un liquide compoſé de la matiere de la lumiere & de l'huile du bois ou du charbon ; cette liqueur où la flamme eſt beaucoup plus légere que l'air qui nous environne, & étant preſſée de toutes parts, mais inégalement par l'air, elle en eſt chaſſée continuellement, ou pouſſée du côté où elle eſt preſſée le moins, ce qui eſt ordinairement de bas en haut à notre égard, ou en s'éloignant de la terre.

Les petites parties de la flamme ſont fort menues, & capables de paſſer dans les interſtices des corps les plus ſoli-

des, étant pouſſées violemment contre ces corps par l'air, dont le preſſement eſt plus ou moins violent, ſelon que cet air eſt plus ou moins condenſé par le froid, par le vent ou par un ſouffle artificiel, comme ſont les ſoufflets, les chalumeaux, &c.

Le paſſage violent de la flamme au travers des corps qui en ſont pénétrés, dérange & déſunit les parties de ces corps: cette déſunion produit dans les uns une décompoſition entiere de leurs parties, comme il arrive à tous les corps qui ſe réduiſent en cendres; dans les autres elle ne produit qu'une ſimple fuſion, comme il arrive dans les métaux & dans les corps qui ſe vitrifient, dont les petites parties ſe réüniſſent & redeviennent un corps ſolide dès que la violence de la flamme commence à ceſſer: mais comme les interſtices de ces corps fuſibles conſervent les traces de la flamme qui les avoit pénétrés, ces interſtices reſtent plus ou moins grands dans la coagulation de ces corps, ſelon que la flamme a été plus ou moins groſſiere, & qu'il en eſt reſté plus ou moins de parties dans ces interſtices. Voilà pour le feu ordinaire.

Le feu du Soleil n'eſt que la ſimple matiere de la lumiere qui eſt répandue dans l'air, ſans le mélange d'aucune matiere huileuſe du bois ou ſemblable, pouſſée par le Soleil.

Cette matiere étant réünie par un verre ardent, & pouſſée en aſſez grande quantité contre quelque matiere que ce ſoit, la pénétre, la traverſe, & en déſunit les parties à peu-près de la même maniere que nous voyons agir le feu ordinaire.

La premiere différence ſenſible de ces deux feux conſiſte en ce que l'un, ſçavoir celui du Soleil, eſt une matiere ſimple, dont les parties ſont infiniment plus petites que celles du feu ordinaire, qui conſiſte, comme l'on vient de dire, en un mélange groſſier de l'huile du bois avec la matiere de la lumiere.

La ſeconde différence ſenſible de ces deux feux eſt, que l'air qui eſt plus peſant que la flamme pouſſe la flamme ſelon les loix de l'équilibre des liqueurs, ſans quoi la flamme n'au-

roit aucun mouvement ; au lieu que le feu du Soleil est poussé par le Soleil, sans que l'air contribue en aucune maniere à son action, ce qui se prouve manifestement parce que la flamme ne sçauroit subsister ni agir dans un lieu vuide d'air, & que les rayons du Soleil agissent avec autant de violence dans le vuide que dans l'air libre.

Connoissant donc les principales différences de la nature de ces deux feux, il en faut examiner aussi les différens effets.

Nous avons remarqué ci-dessus, que les pores ou les interstices des corps fusibles conservent après leurs fontes les traces aussi-bien du feu ordinaire que de celui du Soleil, ce qui se voit clairement par l'écroüissement & par la recuite des métaux.

Nous avons aussi remarqué, que la flamme selon qu'elle est plus ou moins grossiere, laisse dans les pores des corps qu'elle pénétre une partie de sa substance ; ce qui se prouve encore, tant par la pesanteur que certains corps acquiérent dans leurs calcinations, que parce que certains métaux qui sont doux sous le marteau, deviennent aigres & cassans si on les fond, ou si on les fait rougir dans un feu de charbon de terre.

Cela étant supposé, nous devons concevoir qu'un métal, par exemple l'or, ayant été fondu au Soleil, doit avoir ses pores ou ses interstices plus serrés que s'il avoit été fondu par le feu ordinaire, puisque les matieres qui ont passé au travers des pores de ces deux différentes masses d'or, sont fort différentes entr'elles en grosseur.

Et comme ces pores ne restent pas vuides, la matiere qui s'est introduite dans ceux de l'or fondu par le feu ordinaire, qui sont grands, y doit être en plus grande abondance qu'elle n'est dans les pores de l'or fondu au Soleil, qui sont petits.

Puis il faut aussi considérer que les pointes de l'esprit de sel, qui sont le dissolvant de l'or, en doivent chasser la matiere étrangere qui les occupoit, & qu'il doit sortir une plus grande quantité de cette matiere des pores qui en

contiennent beaucoup, qu'il n'en doit ſortir de ceux qui en contiennent peu.

Et comme ce n'eſt que cette matiere étrangere qui s'eſt introduite dans les pores d'un métal, qui fait les bulles qui paroiſſent dans la diſſolution d'un métal, il doit y avoir beaucoup plus d'ébullition dans la diſſolution de l'or qui a été fondu par le feu ordinaire, que de celui qui a été fondu par le feu du Soleil. Auſſi voyons-nous que dans la diſſolution de ce premier, il y a beaucoup de ces bulles fort ſenſibles, & que dans celle de l'autre il y en a ſi peu, que ceux qui ont été préſens à cette expérience n'en ont vû preſque aucun.

Nous avons de plus obſervé, que l'or qui a été fondu au Soleil ſe fond plus difficilement au feu ordinaire, qu'il ne faiſoit avant que d'avoir été fondu au Soleil. Il eſt aiſé d'en comprendre la raiſon, ſi nous ſuppoſons, comme nous avons fait, que les pores de l'or fondu au Soleil ſont plus ſerrés que ceux de l'or fondu au feu ordinaire, & que les parties de la flamme ou du feu ordinaire ſont plus groſſieres que celles du feu du Soleil.

Il en doit ſuivre que les pores ſerrés de l'or fondu au Soleil, donneront un paſſage plus difficile aux parties groſſieres de la flamme, que ne feront les grands pores de l'or fondu au feu ordinaire; ou ce qui eſt la même choſe, le feu ordinaire mettra plus difficilement en fuſion l'or qui a été fondu au Soleil, que celui qui n'a pas été fondu au Soleil.

Nous avons auſſi obſervé que le verre de l'or eſt plus léger que n'eſt un pareil volume d'or. Pour en concevoir la raiſon, nous pouvons nous imaginer que les parties dont un métal parfait eſt compoſé, ſont du mercure, du ſoufre métallique & quelque matiere terreuſe, que le mercure eſt toujours volatil, & que le ſoufre métallique auſſi-bien que la matiere terreuſe ſont fixes.

Puis nous pouvons auſſi nous imaginer que les parties de la matiere de la lumiere ou des rayons du Soleil ſont d'une petiteſſe capable de s'introduire dans le compoſé même du métal, pour en déſunir les principes, parmi leſquels le

mercure qui eſt naturellement volatil, ſe trouvant dégagé du ſoufre métallique qui le retenoit, il eſt emporté en fumée par la violence de ces rayons : mais que le ſoufre métallique étant plus fixe, & reſtant avec la terre du métal, ils ſe fondent enſemble, & paroiſſent enſuite en forme de verre, enſorte que dans ce verre de l'or il ne ſe trouve ſeulement que la matiere terreuſe de l'or, fondue ou vitrifiée par ſon ſoufre; & comme la partie peſante d'un métal eſt ſon mercure qui ne fait pas partie du verre de l'or, ce verre doit être plus léger que n'eſt l'or même qui contient tout ſon mercure.

Nous avons auſſi obſervé que la terre de l'argent ne ſe vitrifie pas comme fait celle de l'or, ce qui provient apparemment de ce que l'argent a beaucoup moins de ſoufre que l'or; que le ſoufre doit ſervir de fondant à ſa terre, & qu'il ne s'en trouve pas aſſez dans l'argent pour mettre ſa terre en fuſion & pour la vitrifier.

Ceci ſe confirme par l'argent qui a été raffiné par l'antimoine, dont la terre ſe vitrifie comme fait celle de l'or, parce qu'il eſt reſté dans cet argent une partie du ſoufre de l'antimoine qui ſert de fondant à cette terre : mais le ſoufre d'antimoine n'étant pas fixe comme eſt celui de l'or, le verre qui s'en forme avec la terre de l'argent eſt enlevé en fumée avec ſon mercure.

Nous voyons par ces obſervations, que l'idée que nous nous étions formée en Chymie de la fixité invincible de l'or & de l'argent ne ſubſiſte plus; à quoi ſi on joint une grande quantité d'obſervations que j'ai faites ſur d'autres matieres, dont je parlerai une autre fois, & qui paroîtront auſſi extraordinaires que celles qui viennent d'être rapportées, l'on pourra vrai-ſemblablement prévoir, que par le moyen du verre ardent, non-ſeulement on fera de grands progrès pour éclaircir les principes de Chymie; mais que ce pourra bien être une porte ouverte à une nouvelle Phyſique, comme les Microſcopes & la Machine Pneumatique l'ont été dans leurs tems.

REPONSE AUX REMARQUES de M. de Lagny sur la construction des Cartes Hydrographiques, & des Echelles de latitude.

PAR M. CHAZELLES.

LA supposition de la rondeur de la terre, dans la construction des Cartes & dans l'usage de la Navigation, que M. de Lagny veut abandonner, fondé sur les observations de sa mesure, faites par Snellius, par Riccioli, & par M. Picart, me paroît suffisamment prouvée par l'apparence de son ombre dans les éclipses de Lune, & par la figure sphérique de toutes les Planetes; & cette rondeur apparente est plus que suffisante pour pouvoir supposer sans aucune erreur sensible l'égalité des degrés de latitude dans l'usage de la Navigation; ce que je ferai voir dans la suite de ma réponse : mais auparavant M. de Lagny me permettra de faire quelques réflexions sur les observations de Snellius, de Riccioli & de M. Picart, qui lui ont servi de fondement.

Bien loin de trouver dans les deux premiers l'exactitude que M. de Lagny suppose, il est aisé de faire évanoüir la différence qui se trouve entre les mesures qu'ils ont données pour la grandeur d'un degré de la terre, en faisant quelques petites corrections, tant dans leurs mesures actuelles, que dans les opérations Trigonométriques & Astronomiques, telles que l'inégalité du terrein, & la petitesse ou le défaut des Instrumens, les peuvent laisser supposer. Le P. Riccioli a pris la peine de le faire à l'égard des observations de Snellius dans le 11. chap. du 5 Livre de sa Geographie Réformée, dans lequel il fait quadrer la mesure de Snellius avec la sienne, après quelques suppositions & corrections que le Lecteur instruit de la méthode & des observations de Snellius n'a pas de peine à lui

accorder, quoique la différence entre leurs mesures soit d'environ 9 milles Italiques sur un degré.

Les observations que M. Cassini le fils a faites en Hollande, font encore mieux voir le peu de fond qu'il y a à faire sur les observations de Snellius, ayant observé sur les lieux des latitudes différentes d'une minute & demie de celles qui sont données dans son *Eratosthenes Batavus*, & remarqué des contrariétés dans ses triangles qui montent à plus de mille toises sur un côté de dix mille, comme il fit voir par un Memoire lû à l'Académie le 11. Mars 1702.

On peut de même faire convenir la mesure de Riccioli avec celle de M. Picart; car quand même nous supposerions toute l'exactitude imaginable dans ses opérations Trigonométriques, dans ses Instrumens, & dans la mesure de sa base, quoique petite comme celle de Snellius, l'erreur que peut avoir causé la réfraction dans la hauteur apparente de ses deux termes, rend sa conclusion fort incertaine. Ainsi les différences entre les mesures de la terre déterminées par Riccioli, par M. Picart & par Snellius, sur lesquelles M. de Lagny établit la sphéroïdité de la terre, n'auront rien de réel. Cela n'empêche pas que les observations de M. Picart ne conservent toute leur exactitude & toute leur évidence; la grandeur de sa base six fois plus grande que celle des deux autres, l'exactitude de ses observations Trigonométriques par la grandeur des Instrumens, par la finesse de leurs divisions, par l'application des lunettes au lieu de pinules, la simplicité & beauté de ses triangles, leur derniere vérification par une seconde base très-considérable, & enfin les observations pour la hauteur du Pole avec de très-grands instrumens, faites au Zénith pour éviter l'effet des réfractions : tout cela fait sentir à celui qui l'examine avec attention, que la conclusion qu'il en tire pour la grandeur du degré de la terre, est à cent toises près de la véritable.

Il est vrai que M. Cassini par l'examen des observations qui ont été faites sous sa direction, & pour la prolongation de la Méridienne de l'Observatoire jusqu'aux Pirenées,

avec une exactitude égale à celle que M. Picart a employée dans les siennes, trouve que les degrés vont en diminuant en allant vers le Pole de $\frac{1}{800}$ de degré : mais outre qu'on peut attendre, avant que de prendre parti sur ce fait, que les observations pour le Méridien de Paris ayent été achevées du côté du Nord, comme elles le sont du côté du Sud, & que les calculs des triangles soient mis dans leur derniere perfection avec toutes les corrections & vérifications nécessaires, quand même cette diminution d'une 800[e] partie de degré seroit constante, elle ne mériteroit pas qu'on introduisît d'autres méthodes dans la construction des Cartes, & dans la pratique de la Navigation, que celles qui sont en usage ; ce que je vais prouver, 1°. Par la nécessité de s'accommoder à la portée des Pilotes, qui pour l'ordinaire sont incapables d'une grande précision. 2°. Par l'inutilité d'une plus grande exactitude que celle que donne la Carte réduite dont on se sert communément comme de la meilleure.

La principale attention qu'on a eue dans la construction des Cartes marines pour la facilité du pointage, a été de faire ensorte que les routes qui sont les airs de vents de la boussole y puissent être tracées par des lignes droites ; de-là s'est ensuivi le parallélisme des Méridiens, mais en même-tems il a fallu remédier à l'aggrandissement qu'on donnoit aux degrés de longitude, ce qu'on a fait en augmentant autant à proportion le degré de latitude, que celui de longitude se trouve aggrandi par le parallélisme des Méridiens. Ainsi l'inégalité qui devoit être dans les degrés de longitude de différens paralleles se rejette sur les degrés de latitude, en employant comme on sçait les secantes qui augmentent autant les unes sur les autres, que les sinus de complemens de latitude qui devroient représenter le degré de longitude, ont été augmentés en les faisant égaux au rayon de l'Equateur, par le parallélisme des Méridiens. C'est-là la construction de la Carte qu'on appelle réduite, qui sera d'autant plus exacte qu'on aura soin d'y marquer plus exactement l'aggrandissement des degrés de latitude, autant

qu'ils

qu'ils peuvent être ſenſibles à la pointe du compas. Dans ces Cartes l'échelle eſt changeante à meſure qu'on change de latitude, & l'exactitude des opérations pour la meſure des diſtances demande qu'on y faſſe une attention particuliére; mais une plus grande préciſion ſeroit inutile, comme je le vais montrer.

Il ne ſert de rien de rechercher une exactitude ſcrupuleuſe dans une partie d'un calcul, lorſque les autres parties ne peuvent pas avoir la même exactitude; c'eſt ce qui arriveroit ici ſi l'on vouloit s'attacher dans la conſtruction des Cartes marines à toute l'exactitude Géométrique, lorſqu'on eſt obligé d'employer en même-tems une route donnée par la bouſſole, à deux ou trois degrés près, une eſtime du chemin fort incertaine par rapport aux courans la plûpart du tems inconnus, & une obſervation de latitude à 5 ou 6 minutes près. Pour peu qu'on ait d'expérience dans la Navigation, on eſt perſuadé qu'il n'eſt pas poſſible d'avoir l'angle de la route plus préciſément que je le dis, lorſqu'on fera attention aux balancemens du vaiſſeau, qui empêchent celui qui eſt au gouvernail de ſuivre toujours exactement la route commandée, à la dérive lorſqu'on a le vent de côté, & à la variation toujours changeante, & dont on ne peut avoir des obſervations immédiates auſſi ſouvent qu'il ſeroit néceſſaire. L'eſtime eſt ſujette à beaucoup plus d'erreur ſi l'on conſidere le peu de connoiſſance qu'on a des courans, leurs changemens, la variété des vents. L'obſervation de la latitude ne peut être auſſi fort exacte par rapport à l'inſtrument dont on ſe ſert, ſçavoir l'Arbaleſtrille, le meilleur de ceux qu'on emploie à la mer, avec laquelle le commun des Pilotes prenant hauteur négligent les corrections du demi-diamétre du Soleil, de l'élévation ſur la ſurface de l'eau & de la réfraction, prétendant qu'elles ſe récompenſent abſolument les unes les autres. C'eſt ſur ces élemens que roule toute la Navigation, par où l'on voit combien il eſt inutile de faire attention à une augmentation de $\frac{1}{800}$ partie par degré de latitude. C'eſt auſſi pour cela que les meilleurs Pilotes abandonnent l'uſage des Ta-

bles Loxodromiques, & tous les calculs sphériques, faisant toutes leurs réductions de routes méchaniquement par le quartier de réduction, dans lequel on considere le chemin du Vaisseau, le côté de la différence en latitude, & celui de la différence en longitude comme un triangle rectangle rectiligne, & l'on seroit trop heureux si toute l'erreur se trouvoit dans cette supposition. A l'égard de ce que M. de Lagny propose en second lieu pour l'application des sondes sur la Carte, cela ne me paroît praticable que pour les Cartes particuliéres & Topographiques. Dans les Cartes générales on se contente de mettre la profondeur de l'eau en brasses que l'on sous-entend de la plus basse mer; & lorsqu'on veut aller dans quelque Port ou mouillage, ou l'on en a la connoissance par soi-même, ou l'on se sert de Pilotes Lamaneurs qui viennent ordinairement à la rencontre, ou si l'on est forcé par quelque mauvais tems, on a recours à la description particuliére de ce Port, que l'on trouve dans les Portulans ou Flambeau-de-mer, dont chaque Pilote doit faire provision comme de Cartes. Je conviens avec M. de Lagny qu'il seroit bien plus avantageux d'avoir des Cartes fidéles au grand point de chaque Port, dans lesquelles le fond y fût marqué, tant pour la plus basse que pour la plus haute marée, de la maniére qu'il le propose.

En troisiéme lieu M. de Lagny demande qu'on marque par de petits traits le sens des courans que font les marées le long des côtes. Cela seroit encore fort utile; mais je doute qu'on puisse rien déterminer de réglé sur cela. J'ai remarqué entre l'Isle-Dieu & la côte de Poitou, que les courans causés par la marée faisoient en 12 heures le tour de la boussole, & dans cet endroit les pêcheurs jugent de l'heure de la marée par le côté où elle porte. Entre Belle-Isle & la terre, de même que vers l'Isle de Groix, les courans portent tantôt d'un côté tantôt de l'autre suivant les vents qui regnent; ainsi peut-être en beaucoup d'autres endroits.

La réponse au quatriéme & dernier article de ses Remarques se trouve dans ce que j'ai dit pour le premier.

DISCOURS SUR QUELQUES *propriétés de l'Air, & le moyen d'en connoître la température dans tous les climats de la Terre.*

PAR M. AMONTONS.

LEs expériences qui peuvent conduire à connoître la nature de l'air dans lequel nous vivons, ſont d'une conſéquence aſſez conſiderable pour mériter qu'on y faſſe une particuliére attention. Celles que je fis il y a trois ans ſur la dilatation de l'air par la chaleur de l'eau bouillante, me firent connoître que des maſſes inégales d'air chargées de mêmes poids ou de poids égaux, augmentoient également la force de leur reſſort par des degrés de chaleur égaux; & comme mon principal but dans ces expériences étoit de connoître de combien la chaleur de l'eau bouillante augmentoit le reſſort de l'air au-deſſus de ce qu'il en conſerve dans l'eau que nous appellons froide, ces expériences me porterent pour lors à croire que ce n'étoit que d'une quantité capable de ſoûtenir dix pouces en hauteur de mercure outre le poids de l'atmoſphére : mais ayant depuis pouſſé plus loin ces expériences, j'ai trouvé que le reſſort de l'air augmenté par la chaleur de l'eau bouillante n'étoit pas fixé à ne ſoûtenir ſeulement que dix pouces de mercure plus que la charge de l'atmoſphére ; mais qu'il en ſoûtenoit plus ou moins à proportion des poids dont il étoit chargé, & que cette augmentation étoit toujours environ le tiers de ces poids, lorſque l'air eſt d'abord dans l'état que nous appellons ici temperé, & moins que le tiers lorſque l'air eſt dans un état plus chaud que le temperé, & au contraire plus que le tiers quand l'état de l'air eſt plus froid que le temperé. Par exemple, ſi au tems du temperé une maſſe d'air chargée par trente pouces de mercure, y compris la charge de l'atmoſphére, a augmenté ſon reſſort par la chaleur

1702. 28. Juin.

de l'eau bouillante, jusqu'à soûtenir dix pouces de mercure outre la charge égale à trente pouces de mercure; lorsque cette même masse sera chargée par 60 pouces, elle augmentera son ressort de 20 pouces, & de 30 pouces lorsqu'elle sera chargée de 90, & ainsi des autres. D'où il paroît que nous pouvons tirer cette conséquence, qu'*un même degré de chaleur, pour petit qu'il puisse être, peut augmenter toujours de plus en plus la force du ressort de l'air, si cet air est toujours chargé d'un poids de plus grand en plus grand.* Et d'autant que, comme nous l'avons déja remarqué, des masses inégales d'air augmentent également la force de leur ressort par des degrés de chaleur égaux, nous pouvons encore tirer cette autre conséquence, qu'*une très-petite parcelle d'air, pour petite qu'elle soit, peut acquerir une force de ressort plus grande, & plus grande toujours de plus en plus par un très-petit degré de chaleur, si cette petite parcelle est toujours chargée de plus en plus.* Ces propriétés de l'air pourront peut-être dans la suite nous servir à expliquer plusieurs effets Physiques dont nous ignorons présentement les causes.

Je viens de dire que l'expérience m'avoit fait connoître que des masses inégales d'air chargées de poids égaux augmentoient également la force de leur ressort par des degrés de chaleur égaux, & que les forces de ressort qu'elles acqueroient étoient d'autant plus considerables, que les poids dont elles étoient pressées étoient grands, dont la raison est que ces masses d'air étant ou dans un même milieu, ou considerées comme telles & chargées de poids égaux, il n'y a point de raison pourquoi l'une dût acquérir une force de ressort plus considérable que l'autre. Car quoiqu'il soit vrai que si ces masses d'air avoient la liberté de s'étendre, les plus grandes augmenteroient davantage leurs volumes que les plus petites; cela ne doit point néanmoins avoir lieu pour l'augmentation de leur ressort, puisque, suivant la régle de M. Mariotte, des masses inégales d'air chargées également, doivent se réduire à des volumes proportionnés à leurs premiéres masses, pour acquérir de nouveaux degrés égaux de force de ressort; & que par

l'inverſe de cette même régle, ſi des maſſes égales d'air chargées inégalement ont la liberté de s'étendre, elles occuperont à la vérité des eſpaces proportionnés aux poids dont elles ſont chargées ; mais ne pouvant s'étendre, elles doivent néceſſairement acquérir des forces de reſſort proportionnées à ces mêmes poids.

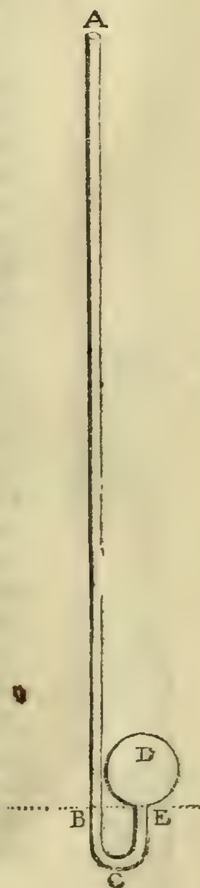
Après avoir reconnu ces vérités, j'ai tenté d'en faire l'application ; & j'ai cru pouvoir avantageuſement m'en ſervir à perfectionner ces Inſtrumens qui ſervent à meſurer les degrés de chaleur, & qu'on nomme pour cette raiſon Thermométres.

Peu de perſonnes ignorent que les premiers Thermométres qu'on a voulu faire avec l'air agiſſoient non-ſeulement par le froid & par la chaleur de l'air extérieur, mais encore par ſon plus ou moins de peſanteur, & que le mouvement de ces Thermométres cauſé par le poids de l'air, étoit pour le moins auſſi ſenſible que celui qui étoit cauſé par la chaleur, ce qui en rendoit les obſervations peu certaines, & par conſéquent inutiles. Il eſt bien vrai qu'on a inventé depuis les Thermométres à eſprit-de-vin ſcélés hermétiquement, qui ne paroiſſent agir que par les changemens qui arrivent à l'air quant au froid ou quant au chaud : mais outre que l'eſprit-de-vin ne reçoit pas l'impreſſion auſſi promptement que l'air, & que les groſſes maſſes la reçoivent plus lentement que celles qui le ſont moins, il eſt d'ailleurs preſqu'impoſſible que leurs tuyaux ſoient égaux d'un bout à l'autre ; ce qui fait qu'une même quantité de liqueur, qui n'occupoit vers le bas que l'étendue par exemple de 40 parties de leur graduation, étant pouſſée vers le haut en occupera quelquefois 45 à 50, plus ou moins. D'où vient que ſi ces Thermométres étoient réglés ſeulement ſur le plus grand chaud & ſur le plus grand froid d'un climat, les temperés de ces Thermométres ſe trouveroient tous différens les uns des autres, quoiqu'en effet ils duſſent être véritablement les mêmes. Mais bien plus, ſuppoſons, ce qui n'eſt pas, que ces Thermométres n'aient aucun des défauts que nous venons de remarquer;

qu'eſt-ce qu'un degré de chaleur de ces Thermométres? quelle connoiſſance ces degrés nous donnent-ils de la température de notre climat? Il eſt certain qu'on n'en peut tirer aucune ; les premiers de ces Thermométres ont été gradués à l'aventure ſur le plus grand froid & ſur le plus grand chaud de quelques années, & ne peuvent ſervir au plus qu'à nous faire connoître qu'il y en a quelques-unes qui ſont plus chaudes ou plus froides que les autres ; ce qui n'a pas une grande utilité, lorſqu'on ne peut pas en connoître certainement la différence, & ces Inſtrumens ſont peu propres à tranſmettre à la poſtérité les obſervations qu'on peut faire ſur la différente température des climats : car de dire, par exemple, que l'année derniére le Thermométre a monté 7 ou 8 parties plus que la précedente, ce n'eſt pas donner mieux à connoître de combien cette année a été plus chaude que l'autre, que ſi l'on diſoit à une perſonne qui ſeroit en peine de ſçavoir la longueur d'un Pendule à ſecondes, qu'elle eſt égale à celle d'un bâton qu'on lui montreroit ; la longueur de ce bâton lui étant inconnue, celle qu'il demanderoit la lui ſeroit de même : mais ſi on lui dit que la longueur de ce Pendule eſt de trois pieds huit lignes & demie ; alors comme ces meſures ſont connues & fixées par l'uſage & par la comparaiſon qu'on en peut faire à toutes ſortes de grandeurs, il ne lui reſte plus aucun doute ſur quoi raiſonnablement il puiſſe demander à être éclairci. Il n'en eſt pas de même d'un degré des Thermométres qui ont paru juſqu'à préſent ; on ne peut pas dire qu'il ſoit, par exemple, la centiéme partie de la différence du plus grand chaud au plus grand froid d'une année, puiſque ces différences ne ſont preſque jamais égales ; & quand elles le ſeroient, ce ne ſeroit au plus que pour un certain climat ; ainſi un degré de Thermométre ne peut être comparé à aucun degré de chaleur, & n'en ſçauroit être par conſéquent la meſure. Au contraire, ſi je dis que la plus grande chaleur de l'été dernier a été, par exemple, les ſix ſeptiémes de celle de l'eau bouillante, ce degré de chaleur étant connu par mille & mille effets journaliers,

celui que je veux donner à connoître le devient auſſi, & j'en puis tirer toutes les conſéquences dont j'ai beſoin. Il faudroit donc qu'on convînt d'un certain degré de chaleur conſtant & invariable, connu de tout le monde, auquel on pût comparer, & qui comprît tous les autres degrés de chaleur qui peuvent être dans l'air que nous reſpirons. C'étoit apparemment là l'intention de feu Monſieur Colbert, lorſqu'il projetta de faire conſtruire une quantité conſidérable de Thermométres, & de les envoyer dans différentes parties de la terre pour y faire des obſervations: mais il y a apparence que ce grand Miniſtre n'abandonna ce deſſein, que parce qu'il jugea bien que les Thermométres à eſprit-de-vin, tels qu'ils étoient alors, étoient peu propres pour cela, & qu'il auroit été preſque impoſſible d'établir une aſſez grande uniformité dans ces Thermométres. Je ne ſçai pas ſi j'aurai été aſſez heureux de trouver le moyen d'exécuter ce deſſein dans toute ſa perfection; mais au moins ſuis-je perſuadé que ce que j'en donne ici pourra beaucoup y contribuer.

Ce degré de chaleur néceſſaire pour établir l'uniformité dans la conſtruction des Thermométres pourroit être celui de l'eau commune bouillante, l'expérience m'ayant fait connoître qu'elle ne peut acquérir un plus grand degré de chaleur, quelque long-tems qu'elle ſoit ſur le feu, & quelque grand que ſoit ce feu.

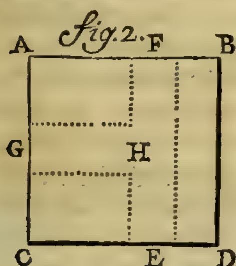


(Fig. 1.) *ABCD* eſt un de ces tubes de verre dont je me ſuis ſervi pour les expériences ci-devant rapportées dans les Mémoires de 1699, pour connoître l'augmentation du reſſort de l'air par la chaleur de l'eau bouillante, ouvert en *A*, recourbé en *C*, & ſe terminant en une boule *D*. La groſſeur de ce tube eſt d'environ demi-ligne intérieurement, celle de la boule de trois pouces un quart peu plus ou peu moins ſans conſéquence; & en cela ces Thermométres ont un grand avantage ſur les autres par l'égalité de leur mouvement, ſi facile à trouver dans ces nouveaux Thermométres, ſi difficile à rencontrer dans les anciens; la longueur de ce tube depuis *A* juſqu'en *B* ſera

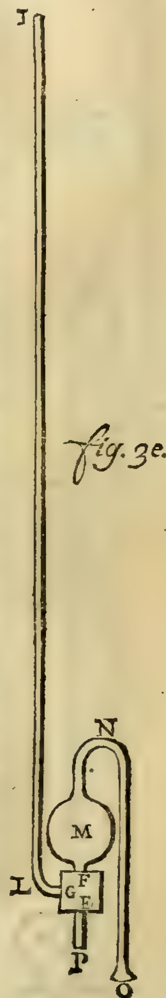
de 46 pouces, afin que la totalité *AC* ſoit environ de 48. Il y aura du mercure depuis l'entrée *E* de la boule, & dans tout le reſte du tube juſques vers l'ouverture *A*, en ſorte que la boule *D* étant dans l'eau bouillante, l'air qu'elle renferme ſoûtienne par ſon reſſort 73 pouces de mercure, y compris le poids de l'atmoſphére qu'on ſuppoſe toujours égal à 28 pouces, & ſeulement 45 pouces ſans le comprendre, à commencer au niveau du mercure qui ſera en *E*; alors la ſurface du mercure dans le tube *AB* proche de l'ouverture *A*, ſera le terme d'où l'on pourra commencer à compter tous les autres degrés de chaleur qui ſeront moindres que celui de l'eau bouillante: car étant inoüi qu'il y ait aucun climat dont la chaleur égale celle de l'eau bouillante, & n'y ayant point d'endroit ſur terre où on n'en puiſſe facilement avoir, on aura par conſéquent un degré de chaleur connu dans tout pays, qui comprendra tous les autres au-deſſous, & duquel on pourra commencer à les compter. Si bien que pour exprimer le plus grand ou le moindre degré de chaleur d'un climat, il n'y aura qu'à compter le nombre des pouces & des lignes dont la ſurface du mercure vers *A* ſera plus baſſe que l'endroit où la chaleur de l'eau bouillante l'avoit fait monter, ayant de plus égard au poids de l'atmoſphére dans le tems de l'obſervation, s'il eſt plus ou moins peſant que 28 pouces de mercure; parce que la ſurface du mercure vers *A* ſera trop baſſe de la quantité dont le poids de l'atmoſphére excédera celui de 28 pouces de mercure, ou trop haute de la quantité qui défaillera deſdits 28 pouces. C'eſt pourquoi dans le premier cas on ôtera cet excès des pouces & lignes compriſes depuis le degré de la chaleur de l'eau bouillante, & dans le ſecond cas on l'y ajoutera. Il ſera donc facile, à l'aide de ces Thermométres, de connoître la température de tous les climats de la terre, & de conſtruire d'autres Thermométres à eſprit-de-vin pour chaque climat qui pourront être comparés à ces nouveaux Thermométres à air. Les degrés qu'ils indiqueront ne ſeront plus in-

connus,

connus, & on pourra en tranſmettre la connoiſſance à la poſtérité, pour en retirer les uſages avantageux qu'il y a lieu de s'en promettre, non-ſeulement pour toutes les matieres de Phyſique, mais encore pour notre propre conſervation : mais comme j'ai ci-devant dit qu'il falloit qu'il y eût du mercure dans le tube *ACE* depuis l'entrée *E* de la boule, enſorte que lorſque la boule *D* eſt dans l'eau bouillante, l'air qu'elle renferme ſoutienne par ſon reſſort 73 pouces de mercure, y compris le poids de l'atmoſphere, au-deſſus du niveau du mercure qui eſt en *E*, & que pluſieurs perſonnes pourroient ne pas trouver d'eux-mêmes la maniere d'introduire ce mercure avec ces circonſtances, il n'eſt pas hors de propos de dire ici de quelle maniere on le doit faire.



ABCD eſt un petit morceau de bois de hêtre, de noyer, ou de quelqu'autre bois de pareille nature, d'environ un pouce en quarré & de demi-pouce d'épaiſſeur, dans l'épaiſſeur duquel on percera de part-en-part un trou de vilbrequin comme *EF* d'environ trois lignes, à trois lignes & demie de groſſeur, & encore un autre de pareille groſſeur comme *GH* qui vienne ſeulement rendre dans le premier & non plus avant; on appliquera avec du maſtic en *G* un tube de verre (Fig. 3.) *ILG* d'environ quatre pieds de long ouvert par les deux bouts *IG* & recourbé en *L* à environ un pouce de l'extrémité *G*; on appliquera enſuite en *F* un autre tube comme *FMNO* auſſi ouvert par les deux extrémités *F* & *O*, enflé vers *F* en une boule *M* d'environ deux pouces de diamétre à demi-pouce de l'extrémité *F*, recourbé enſuite en *N* le plus près de la boule *M* que faire ſe pourra; & redeſcendant enſuite vers *O* de 6 à 7 pouces, l'on appliquera encore en *E* un autre bout de tube ſeulement de deux à trois pouces de long : tous ces tubes n'auront qu'environ une à deux lignes intérieurement, excepté l'extrémité *O* qui ſera un





peu évasée pour recevoir plus facilement les autres tubes qu'on y pourra appliquer. Ces trois tubes seront tellement appliqués au petit morceau de bois avec du mastic, que le mercure qu'on introduira avec un entonnoir par *I* coule librement vers *F* & vers *E*, & puisse passer selon qu'il sera nécessaire ou par le tube *FMNO* ou par le tube *EP*. On observera de bien couvrir de mastic tout le petit morceau de bois, parce que sans cela le mercure pourroit passer à travers ses pores.

Cette petite machine ainsi préparée, on l'appliquera contre une muraille, faisant porter la boule *M* sur deux clous, & liant librement le tube (Fig. 4.) *IL* un peu au-dessous de son extrémité *I*, avec une petite ficelle à un autre clou mis dans le mur pareillement. On appliquera aussi avec du mastic en *O* l'extrémité *A* du Thermométre, dans lequel on veut introduire du mercure, faisant porter sur quelque chose de solide le bas de ce Thermométre, le tout ainsi qu'il est représenté dans cette Figure ; après quoi l'on fermera avec du mastic l'extrémité *P*, puis avec un entonnoir on versera du mercure dans l'extrémité *I*, qui remplira peu-à-peu la boule *M*, & condensera à mesure l'air de la boule *D*. Lorsque la boule *M* sera tout-à-fait pleine, que le mercure commencera à passer par la courbure *N*, qu'il descendra en *C*, on cessera de verser du mercure, & l'on ouvrira l'extrémité *P* en l'échauffant avec la flamme d'une chandelle poussée par un petit chalumeau, comme lorsqu'on veut sceller hermétiquement ; alors on retirera par l'extrémité *P* le mercure de la boule *M* ; & si le mercure dans le tube *AC* est environ 27 pouces au-dessus de *E*, (Fig. 1.) lorsque la chaleur de l'air est la même que celle du tempéré du huitiéme climat, & que le poids de l'atmosphere est égal à 28 pouces de mercure, il n'y aura qu'à détacher le tube du Thermométre du tube *NO*, en échauffant le mastic de même que ci-devant : mais si le mercure n'étoit pas 27 pouces au-dessus de *E*, il faudra remastiquer l'ouverture *P*, & recommencer à verser du mercure par *I*, jusqu'à ce qu'on juge qu'il soit entré de l'air dans la boule *D* suffisamment pour soutenir le mercure dans le tube *AC*

27 pouces au-deſſus de *E*; ce que l'on connoîtra facilement par la hauteur à laquelle le mercure ſe ſoutiendra dans le tube *L I*: que ſi au contraire dès la premiere fois le mercure dans le tube *AC* ſe trouvoit beaucoup au-deſſus deſdits 27 pouces, ce ſeroit une marque que la capacité de la boule *M* ſeroit trop grande; alors il faudroit ôter le verre de Thermométre de deſſus la machine, & le vuider pour recommencer de nouveau à le remplir, obſervant avant que de le remaſtiquer au tube *NO*, de mettre dans la boule *M* du mercure ſuffiſamment pour en diminuer la capacité de la quantité à peu-près qu'on l'aura jugée trop grande. S'il ſe trouvoit des perſonnes qui euſſent les muſcles de la reſpiration aſſez forts pour en ſoufflant par *A* réduire l'air en *D* au même état de condenſation que ces 27 pouces de mercure, ils n'auroient que faire de la machine *ILMNO*, & ils n'auroient après avoir introduit un peu de mercure dans la boule *D* avec un entonnoir, qu'à ſouffler fortement par l'ouverture *A*, juſqu'à ce que le mercure pût monter dans le tube *AC* 27 pouces au-deſſus de *E*: mais peu de perſonnes, ſi tant eſt qu'il s'en trouve, peuvent être capables de cet effort, & le plus ſûr eſt de ſe ſervir de la machine ſuſdite.

Enfin pour achever la préparation du Thermométre, on obſervera avec un Barométre ſimple quel ſera pour lors le poids de l'atmoſphere, & quelle hauteur de mercure il ſoutiendra : on l'ôtera de 73 pouces, & on marquera avec de la couleur ſur le tube *CA*, à commencer vis-à-vis de *E*, le nombre de pouces & de lignes qui reſteront, la ſouſtraction faite. On mettra enſuite tremper dans un chaudron plein d'eau froide la boule *D*, & mettant le tout ſur un aſſez grand feu, tenant toujours le tube *AC* bien à plomb, on l'y laiſſera juſqu'à ce que l'eau bouille très-fort; à meſure que l'eau s'échauffera, on verra monter le mercure, enſorte que quand l'eau ſera prête à bouillir, il commencera à dégorger par l'ouverture *A*, ſi le poids de l'atmoſphere n'excéde pour lors celui de 28 pouces de mercure, & quand elle ſera tout-à-fait bouillante, & qu'il ne ſortira plus de mer- Fig. 1.

cure, il faudra l'incliner tant soit peu à plusieurs reprises, afin d'en faire encore sortir, & de le réduire à la marque qu'on aura faite vers *A*; c'est-à-dire, à la hauteur nécessaire pour avec la pesanteur de l'atmosphere égaler une charge de 73 pouces de mercure. Alors ce Thermométre sera achevé, il n'y aura qu'à le retirer peu-à-peu & non tout-à-coup de l'eau bouillante, de peur que le trop grand froid de l'air extérieur ne fasse casser le verre.

J'ai observé avec ces Thermométres, que l'air que nous appellons ici tempéré, soutient environ 19 pouces de mercure moins que celui qui est poussé par un degré de chaleur égal à celui de l'eau bouillante. J'ai dit que nous appellons ici tempéré, parce qu'il n'est pas sûr qu'il soit le véritable, cette connoissance présupposant celle de l'extrême chaud & de l'extrême froid que nous ne connoissons pas encore : mais en attendant que nous ayons pû établir les correspondances nécessaires pour cela, ceux qui voudront en sçavoir davantage sur cette matiere, pourront avec ces Thermométres faire plusieurs expériences pour étendre & pousser plus loin leurs conjectures.

Observations.

Le 16 Juin 1702 j'exposai au Soleil à l'heure de midi un Thermométre à esprit-de-vin de ceux qui mis au-dehors à l'air libre, sans toutefois être au Soleil, parcourent une étendue d'environ 33 pouces du plus grand froid au plus grand chaud qu'on expérimente à Paris. J'exposai en même-tems auprès du premier le nouveau Thermométre dont je viens de donner la description, & j'observai que le degré de chaleur du Soleil soutenoit 13 pouces 2 lignes $\frac{1}{3}$ de mercure moins que celui de l'eau bouillante, & 5 pouces 9 lignes $\frac{2}{3}$ plus que celui de l'air tempéré de notre climat. Pendant l'observation il régnoit un petit vent Nord-Est qui faisoit tantôt descendre & tantôt remonter le mercure dans l'étendue d'un $\frac{1}{2}$ pouce, pendant quoi l'esprit-de-vin de l'autre Thermométre montoit toujours d'un mouve-

ment affez égal, enforte qu'étant parvenu tout au haut du verre, je fus obligé d'ôter ce Thermométre du Soleil, crainte qu'il ne caffât; le poids de l'atmofphére égaloit pour lors celui de 28 pouces de mercure ou environ. J'ai mis une autre fois ce nouveau Thermométre dans de l'eau où il y avoit une affez grande quantité de glace, & le mercure n'y baiffa que de deux pouces au-deffous du tempéré, c'eft-à-dire 21 pouces au-deffous du degré de chaleur de l'eau bouillante, d'où nous devons vrai-femblablement conjecturer qu'il refte encore dans la glace un degré de chaleur fort confidérable; ce que l'on connoîtra aifément fi on confidere qu'après les premieres gelées les Thermométres ordinaires baiffent encore confidérablement.

Lorfque le mercure monte dans le tuyau *B A*, la capacité que l'air occupe dans la boule *D* eft plus grande, prife à la rigueur, que lorfque le mercure defcend de ce tuyau, ce qui ne devroit pas être pour qu'abfolument parlant les différentes groffeurs des boules n'empêchaffent point le mouvement du mercure dans ces Thermométres d'être exactement égal dans tous. C'eft pourquoi dans les expériences qui fuivent, qui ont été faites avec des boules de moindre groffeur que celle qu'on a ci-devant déterminée, & avec des tuyaux d'affez groffe ouverture, & qui n'avoient aucune proportion à leurs boules, on ne doit point être furpris fi le mouvement du mercure n'eft pas précifément tel qu'il vient d'être dit; car ç'a été les inégalités de ces mêmes expériences qui ont fait connoître la néceffité de déterminer plus exactement la proportion des tubes aux boules. On ne doit pas s'attendre cependant que les différences qui proviennent des différentes groffeurs des boules foient fort confidérables, & encore moins que ces différences fuivent celles de ces boules, puifque fuppofant deux boules de Thermométre, l'une de 3 pouces & l'autre de 2 pouces de diamétre, & que la boule de 3 pouces foit appliquée à un tube d'une ouverture de moitié moindre que celle du tube appliqué à la boule de deux pouces, fi le mercure defcend dans la premiere 19 pouces au-deffous

de l'endroit où l'eau bouillante l'avoit fait monter, il descendra dans la seconde pour le moins de 18 pouces, au lieu que selon la proportion des boules & des tubes, il n'auroit pas dû descendre seulement 3 pouces dans ce dernier.

Expériences du Samedi 1. *Juillet* 1702.

On enferma dans deux verres de nouveaux Thermométres deux masses inégales d'air, l'une environ double de l'autre, chargées chacune par 14 pouces 4 lignes de mercure, & en outre par le poids de l'atmosphere qu'on trouva de 27 pouces 6 lignes $\frac{1}{2}$, ce qui faisoit en tout 41 pouces 10 lignes $\frac{1}{2}$, dont le tiers 13 pouces 11 lignes $\frac{1}{2}$ étoit la hauteur où l'on estimoit que le mercure dût monter, lorsque l'air des deux verres seroit échauffé par la chaleur de l'eau bouillante. Ces mesures furent ainsi reglées, ces verres trempans dans l'eau froide telle qu'elle étoit pour lors ; car par plusieurs expériences faites depuis, on a reconnu que les liquides suivent la même température que l'air dans lequel ils sont. On mit ensuite le tout sur le feu, que l'on poussa jusqu'à faire bouillir l'eau très-fort pendant un tems assez considérable, & l'on remarqua que lorsque le mercure fut monté dans le verre dont la boule étoit la plus grosse, à 13 pouces 1 ligne, & seulement à 12 pouces 3 lignes dans l'autre, le mercure cessa entiérement de monter dans tous les deux ; ainsi le mercure monta dans le premier 10 lignes $\frac{1}{2}$ moins qu'on ne s'attendoit, & dans le dernier 20 lignes $\frac{1}{2}$. Comme ces expériences furent faites à la hâte & sans préparation, la compagnie n'ayant d'abord témoigné que de souhaiter voir charger ces nouveaux Thermométres de mercure, on manqua à plusieurs circonstances qui causerent ces différences.

Premierement, on n'observa point si l'état de l'eau froide dans laquelle on plongea les verres pour les regler étoit celui que nous appellons ici tempéré ; car les expériences qui ont servi de fondement à déterminer cette augmentation du ressort de l'air environ au tiers de sa charge, ont été

faites dans cette circonstance, étant vrai-semblable que cette augmentation est plus du tiers, lorsque l'état de l'air enfermé dans les boules est plus froid que le tempéré, & moins que le tiers lorsqu'il est plus chaud.

On n'avoit point pris non-plus la précaution de faire que les tubes des verres fussent d'une grosseur proportionnée à la capacité de leurs boules, parce qu'on croyoit ces tubes assez menus pour ne pas causer des augmentations considérables aux volumes d'air enfermés dans ces boules.

Expériences du Mercredi 5. Juillet 1702.

On remit dans l'eau froide, cependant plus chaude que le tempéré, les deux verres de l'expérience précédente; on y ajouta un Thermométre à esprit-de-vin, & un à air à la nouvelle maniere, afin de connoître par leur moyen l'état de cette eau froide, & faire la correction nécessaire à la hauteur du mercure contenu dans les deux premiers verres, & on trouva,

1°. Que l'état de l'eau faisoit tenir le Thermométre à esprit-de-vin à 60 degrés; c'est-à-dire, 10 degrés au-dessus du tempéré ou de l'état de l'air dans les lieux fort profonds, comme sont, par exemple, les caves de l'Observatoire.

2°. Que le Thermométre à air soutenoit 15 lignes de mercure plus que le tempéré, c'est-à-dire, que la surface du mercure dans le tube étoit 27 pouces 3 lignes au-dessus de la surface du mercure dans la boule.

3°. Que la surface du mercure dans les deux tubes des verres de l'expérience précédente étoit 14 pouces 8 lignes au-dessus de la surface de celui de leurs boules.

Enfin on remarqua sur le Barométre que le poids de l'atmosphere étoit pour lors égal à 27 pouces 5 lignes de mercure, de sorte qu'on ajouta à ce poids de 27 pouces 5 lignes, celui de 14 pouces 8 lignes, ce qui faisoit 42 pouces 1 ligne, dont le tiers 14 pouces un tiers de ligne étoit la quantité dont le mercure seroit monté dans ces tubes

au-dessus de 14 pouces 8 lignes, si l'état de l'eau froide dans laquelle ces boules trempoient eût été celui du tempéré : mais comme il étoit plus chaud, on ôta un pouce de ces 14 pouces un tiers de ligne pour la quantité dont le mercure étoit dans ces verres plus haut qu'il n'y auroit été, si l'eau dans laquelle ils trempoient eût été dans l'état du tempéré : sur quoi il est à remarquer, que quoique le mercure du Thermométre à air fût quinze lignes plus haut que le tempéré, on n'ôta cependant que 12 lignes de la hauteur du mercure des verres, à cause que l'air de leurs boules n'étant pas si chargé que celui de la boule du Thermométre, il n'avoit pas dû augmenter son ressort aussi considérablement : si bien qu'on détermina que le mercure dans les deux verres d'expériences devoit encore monter seulement 13 pouces un tiers de ligne par la chaleur de l'eau bouillante.

Comme il ne s'agissoit pas seulement de sçavoir par expérience, si des masses inégales d'air chargées également, augmentoient également la force de leur ressort par un même degré de chaleur ; mais encore de connoître si cette augmentation étoit d'autant plus grande que ces masses étoient d'autant plus chargées, & si elle étoit toujours environ le tiers des charges de l'air dans l'état du tempéré :

Pour s'en assurer par la même expérience, on détermina aussi à quelle hauteur devoit monter le mercure dans le Thermométre à air par la chaleur de l'eau bouillante ; & comme la hauteur où il se trouvoit pour lors dans l'eau froide étoit de 27 pouces 3 lignes, qui joints à 27 pouces 5 lignes, poids de l'atmosphere au tems de l'expérience, faisoient en tout 54 pouces 8 lignes, dont le tiers 18 pouces 2 lignes $\frac{2}{3}$ étoit la quantité dont il auroit dû monter par la chaleur de l'eau bouillante : mais comme l'eau froide, cependant plus chaude que le tempéré dans laquelle il trempoit, le soutenoit 15 lignes au-dessus du tempéré, on détermina que le mercure ne devoit encore monter que seulement de 16 pouces 11 lignes $\frac{2}{3}$ par la chaleur de l'eau bouillante.

Après avoir ainsi déterminé sur ces trois verres la hauteur

teur à laquelle le mercure devoit monter, ſçavoir dans les deux premiers à 13 pouces un tiers de ligne, & dans ce dernier à 16 pouces 11 lignes $\frac{2}{3}$; on mit le tout ſur le feu que l'on pouſſa comme dans l'expérience précedente, c'eſt-à-dire, juſqu'à ce que l'eau fût tout-à-fait bouillante, & le mercure monta à la hauteur qu'il devoit dans celui des deux premiers verres dont la boule étoit la plus groſſe, & où la différence n'avoit été que de 10 lignes $\frac{1}{2}$ dans l'expérience précedente : mais dans le deuxiéme il s'en fallut environ ſix lignes, & dans le Thermométre ou le troiſiéme verre, il s'en fallut 2 lignes $\frac{2}{3}$, ce qui ſans doute provenoit de ce que la groſſeur des tubes de ces trois verres étoit conſidérablement diſproportionnée à la groſſeur de leurs boules, & de ce que les volumes d'air ne reſtent pas conſtamment les mêmes, mais qu'ils s'altérent d'autant plus que le mercure des boules eſt pouſſé dans les tubes, comme il a été dit ci-devant ; car quoiqu'il ſoit vrai par toutes ces expériences que l'air ne ſe dilate pas à proportion de ſa maſſe, comme fait l'eſprit-de-vin & toutes les autres liqueurs, & qu'ainſi il ne paroît pas néceſſaire que les boules & leurs tubes ſoient proportionnés l'un à l'autre ; comme il faut cependant que pour acquérir des degrés de reſſort égaux, les volumes d'air reſtent les mêmes, ou du moins qu'ils augmentent proportionnellement de ce qu'ils étoient avant que la chaleur eût agi deſſus, & que d'ailleurs il n'eſt pas poſſible, quelque étroits que ſoient les tubes, que le mercure qui eſt pouſſé dedans n'altére quelque peu ces volumes ; il eſt néceſſaire pour obtenir une parfaite uniformité dans le mouvement du mercure de ces Thermométres, que les tubes en ſoient à peu près proportionnés à leurs boules ; je dis à peu près, car le peu de préciſion n'eſt ici d'aucune conſéquence.

Expériences du Samedi 8 *Juillet* 1702.

On chargea de mercure un verre de nouveau Thermométre en la maniére & avec la machine décrite au Mé-

moire lû en l'Assemblée du Mercredi 28 Juin dernier, & relu une seconde fois dans les Assemblées suivantes, à mesure qu'on vérifia les expériences qui y sont rapportées.

On mit ensuite ce verre dans l'eau sur le feu, que l'on poussa à l'ordinaire jusqu'à ce qu'elle fût tout-à-fait bouillante. En cet état on acheva de réduire la hauteur du mercure, qui étoit monté plus haut que les 45 pouces au-dessus de celui de la boule, précisément à ces 45 pouces, ainsi qu'il est dit au susdit Mémoire, excepté qu'on n'eut point égard au poids de l'atmosphére, qui étoit pour lors de 27 pouces 4 lignes, c'est-à-dire, 8 lignes plus leger qu'il n'auroit dû être, & qu'il auroit fallu par conséquent qu'il y eût eu 45 pouces 8 lignes d'une surface à l'autre pour faire que la charge totale eût été de 73 pouces.

J'ai dit ci-devant que l'air que nous appellons ici temperé soûtenoit 19 pouces de mercure moins que la chaleur de l'eau bouillante. J'avois fait porter le jour précedent celui de ces expériences deux de ces nouveaux Thermométres dans les caves de l'Observatoire, l'un y baissa de 18 pouces 10 à 11 lignes, l'autre seulement de 18 pouces 6 à 7 lignes : De toutes ces expériences il résulte donc,

1°. Que lorsque la grosseur des tubes n'est point proportionnée à la capacité des boules, des masses inégales d'air augmentent à peu près également la force de leur ressort par un même degré de chaleur.

2°. Que plus ces masses d'air sont chargées, & plus elles augmentent la force de leur ressort par le même degré de chaleur.

3°. Qu'il y a apparence que cette augmentation seroit environ le tiers des charges au tems du temperé, si ces masses n'augmentoient pas leurs volumes en poussant dans les tubes une partie du mercure contenu dans les boules.

4°. Et qu'enfin il y a aussi apparence que les effets seroient uniformes dans tous ces verres de quelques grosseurs que soient les boules, si les capacités de ces boules étoient proportionnées à la grosseur de leurs tubes, comme en effet je l'ai expérimenté, & qu'il est rapporté dans

les Mémoires du 20 Juin 1699, p. 113 ; ſur quoi il n'eſt pas hors de propos de dire qu'ayant rompu les deux verres qui ont ſervi aux expériences du Mercredi 5 Juillet dernier, dans leſquels le mercure devoit monter 13 pouces un tiers de ligne par la chaleur de l'eau bouillante, & où cependant il ne monta à cette hauteur que dans le premier des deux verres, & ſeulement qu'à 12 pouces 6 lignes $\frac{1}{3}$ dans le ſecond; & qu'ayant exactement meſuré avec du mercure la capacité tant des tubes que des boules, je trouvai que ſur la longueur de 31 pouces la capacité du premier tube étoit $\frac{1}{67}$ partie de la capacité de ſa boule, & que la capacité du tube où le mercure n'étoit monté qu'à 12 pouces 6 lignes $\frac{1}{3}$ étoit $\frac{1}{39}$ partie de la capacité de la ſienne; où l'on voit que quoique ce dernier tube fût d'une groſſeur preſque double de ce qu'il devoit être, la différence ne fut cependant que de 6 lignes, c'eſt-à-dire, d'environ $\frac{1}{26}$ partie de la hauteur où le mercure monta, au lieu qu'elle auroit dû être près de la moitié, c'eſt-à-dire d'environ 6 pouces, ſi le mouvement du mercure dans ces deux verres s'étoit fait ſuivant la proportion des tubes aux boules, ainſi qu'il ſeroit arrivé ſi elles avoient été pleines d'eſprit-de-vin ou de quelqu'autre liquide, autre que l'air. L'on voit encore par cette expérience que plus la capacité des tubes eſt petite en comparaiſon de celles des boules, & plus l'augmentation du reſſort de l'air par la chaleur de l'eau bouillante au-deſſus de ce qu'il en a dans l'état temperé, approche plus véritablement du tiers de la charge que cet air ſupporte : mais comme ces tubes étoient déja d'une petiteſſe qu'il n'eſt point à propos de diminuer, il vaut mieux augmenter la groſſeur des boules, & les faire juſqu'à trois & quatre pouces de diamétre.

Comme pour rendre raiſon de ces propriétés de l'air j'ai ci-devant ſuppoſé la regle de M. Mariotte touchant l'équilibre de l'air par ſon reſſort, il eſt bon de la rapporter ici pour une plus grande intelligence, & pour qu'on puiſſe plus facilement voir de quelle maniére on peut s'en ſervir à les expliquer, & afin auſſi qu'il ne paroiſſe pas que je donne tout à l'expérience, n'ayant que peu ou point d'égard au raiſonnement.

Régle de M. Mariotte pour l'équilibre de l'Air par son Ressort.

Lorsque la hauteur du mercure dont on prétend surcharger une masse d'air pressée d'abord seulement par le poids de l'atmosphére, qu'il suppose ainsi que nous, égal à 28 pouces de mercure, est donnée, & qu'on veut trouver le volume où se réduira l'air par cette surcharge, M. Mariotte considere cette masse d'air comme renfermée dans la branche (Fig. 5.) *E C* du tube *A B C* d'égale grosseur en toute sa longueur, ouvert en *A*, recourbé quarément en *D* & *E*, & fermé en *C*; la partie *B* est pleine de mercure jusqu'à la ligne ponctuée *D E*, la branche *D A* servant à contenir les surcharges qui servent à comprimer l'air en *E C*; après cela M. Mariotte fait l'analogie suivante : Comme la somme du poids de l'atmosphére & de la hauteur du mercure dont on prétend surcharger la masse d'air *E C* est à 28 pouces, poids de l'atmosphére, ainsi le volume d'air *E C* au volume où cette surcharge le réduit.

Maintenant pour faire application de cette regle à nos expériences, supposons trois cubes comme *A B C* dans lesquels les tubes *E C* soient entr'eux dans la proportion de 1, 2, 3, & conséquemment les masses d'air qu'ils renfermeront : supposons de plus la surcharge dont ces masses d'air doivent être pressées égales à 45 pouces en hauteur de mercure, il faudra 1°, pour avoir le volume où se réduira l'air dans le premier verre, que comme 73 pouces, somme du poids de l'atmosphére 28 pouces & de la surcharge 45 pouces est à 28 pouces poids de l'atmosphére, ainsi 1 volume de l'air pressé seulement de l'atmosphére à $\frac{28}{73}$ volume de l'air surchargé de 45 pouces dans ce premier verre.

2°. Pour avoir le volume où se réduira le mercure dans le second verre, il faudra que comme 73 pouces à 28, ainsi 2 à $\frac{56}{73}$ volume de l'air surchargé de 45 pouces dans le second verre.

3°. Enfin pour avoir le volume où se réduira le mercure

dans le troisiéme verre, il faudra que comme 73 pouces à 28 pouces, ainsi 3 à $\frac{84}{73}$ volume de l'air surchargé de 45 pouces dans le troisiéme verre.

Or comme ces fractions $\frac{28}{73}$, $\frac{56}{73}$, $\frac{84}{73}$ sont entr'elles comme les nombres 1, 2, 3, ces masses inégales d'air en acquérant des forces de ressort égales, n'ont point changé la proportion qu'elles gardoient entr'elles, & par conséquent elles doivent, restant les mêmes, acquérir des forces égales de ressort, puisque la cause qui les produit est égale, comme est ici supposé le degré de chaleur.

D'ailleurs on ne peut guéres avoir d'autre idée des parties du feu, sinon qu'elles sont en un mouvement continuel & très-violent ; & on ne peut non plus concevoir comment ces parties peuvent échauffer celles des corps les plus solides, qu'en supposant que par l'effort qu'elles font pour les pénétrer, elles leur communiquent une partie de leur mouvement.

Mais comme dans les expériences qui font voir que des masses inégales d'air acquérent des forces de ressort égales par un même degré de chaleur, il est facile de juger par le calcul précédent, que toutes les parties d'air qui composent les trois différens volumes d'air, ne sont ni plus ni moins serrées les unes que les autres, & que d'ailleurs les parties du feu qui les mettent en mouvement étant pareillement les mêmes, elles ne peuvent pas en communiquer plus aux unes qu'aux autres. Il est vrai de dire que des masses inégales d'air ne peuvent pas acquérir par un même degré de chaleur des forces de ressort inégales, mais au contraire elles doivent en acquérir d'égales, & c'est ce que l'expérience confirme.

Quant à ce que ces mêmes masses acquérent des forces de ressort d'autant plus grandes par un même degré de chaleur que ces masses sont plus chargées, il est aisé de concevoir que plus des masses d'air sont chargées, & plus elles contiennent de parties d'air dans un même espace, & que par conséquent les parties du feu ne sçauroient s'insinuer entre ces parties d'air avec la violence que nous sçavons

qu'elles emploient à écarter les parties les plus inébranlables des corps les plus solides, sans écarter ces parties d'air les unes des autres; d'où il suit nécessairement que plus il y a de parties d'air dans un même espace, & plus l'augmentation du volume où la chaleur le réduit doit être grande: mais comme d'ailleurs la cause qui augmenteroit le volume d'un corps qui fait ressort tel qu'est l'air, s'il avoit la liberté de s'étendre, augmenteroit pareillement la force de son ressort, s'il n'avoit pas cette liberté; il suit nécessairement que plus des masses d'air sont chargées, & plus un même degré de chaleur leur doit faire acquérir une plus grande force de ressort, & c'est ce qui véritablement arrive.

Pour ce qui est de ce que l'expérience fait connoître que la force de ressort que l'air acquiert, lorsqu'il est échauffé par la chaleur de l'eau bouillante, est le tiers environ de celle qu'il a au tems du tempéré; nous ne connoissons pas à la vérité encore bien si cela arrive par une suite nécessaire de quelques principes, ou si c'est un pur effet du hazard: en attendant, tout ce que nous pouvons faire là-dessus, c'est de nous assurer par une longue suite d'expériences de la vérité du fait.

SECONDES REMARQUES

Sur les Lignes Géométriques.

PAR M. ROLLE.

1702. JE me propose ici d'expliquer par des exemples la méthode dont je me sers pour la résolution des égalités indéterminées, & d'en faire l'application à la Géométrie, suivant ce que j'en ai dit dans un autre Mémoire que je lus à l'Assemblée du 10 Décembre dernier.

1°. Soit pour premier exemple l'égalité que l'on voit ici en *A*, & qu'ayant multiplié tous les termes de son incon-

nue x chacun par ſon expoſant, on faſſe le calcul comme il a été dit dans ce Mémoire du 10 Décembre dernier.

$$A \ldots\ldots xx - 2yx + 2yy - 8y + 6 = 0.$$

$$2 \quad . \quad 1 \quad . \quad 0.$$

$$2xx - 2yx = 0.$$

$$B \ldots\ldots yy - 8y + 6 = 0.$$

$$C \ldots\ldots 7 \quad . \quad \tfrac{6}{7}.$$

Alors on aura pour y les limites approchées qui ſont en C. D'où ſe forment trois intervalles pour diſtinguer les valeurs réelles des imaginaires.

Si l'on prend $y = 10$ pour le premier intervalle, & qu'on ſubſtitue cette valeur au lieu de y dans la propoſée, on aura l'égalité D.

$$D \ldots xx - 20x + 126 = 0.$$

Et comme cette égalité D ne renferme que des racines imaginaires, on peut en conclure ſelon la méthode, que toutes les autres valeurs de y priſes dans le même intervalle, ne donneront auſſi que des racines imaginaires.

Si l'on prend $y = 1$ pour le ſecond intervalle, la réſultante ſera comme on la voit en E.

$$E \ldots xx - 2x = 0.$$

Dans laquelle il n'y a aucune racine imaginaire, & de-là on doit conclure ſelon la méthode, que tous les nombres du ſecond intervalle ne donneront que des racines réelles.

Et ſi enfin l'on prend $y = 0$ pour le troiſiéme intervalle, on aura l'égalité F.

$$F \ldots xx + 6 = 0.$$

Dont toutes les racines ſont imaginaires. Ainſi il faut conclure ſelon la méthode, que tous les nombres du même intervalle ne donneront auſſi que des imaginaires.

Dans toutes les égalités où les inconnues n'ont que deux dimenſions, comme dans l'exemple A, & qui fourniſſent deux limites différentes, les intervalles donnent alternativement deux racines réelles, & deux imaginaires. Ainſi il ſuffiroit de faire une ſeule tentative dans un de ces intervalles, pour reconnoître tous ceux qui peuvent donner des racines réelles.

Si l'on cherche par la même voie les limites de l'inconnue x, on trouvera que l'intervalle du milieu eſt encore le ſeul qui puiſſe donner des racines réelles. Ainſi l'on peut voir que la courbe ſera bornée de toutes parts, & qu'elle n'aura qu'une feuille ; quoique les deux inconnues ſoient multipliées l'une par l'autre dans un des monomes de la propoſée, & que cette multiplication ſoit dans l'égalité génératrice une marque ordinaire que les Courbes qu'elle fournit ont des branches qui s'étendent à l'infini.

2° Si la propoſée eſt telle qu'on la voit en G, & qu'on faſſe le calcul ſur l'inconnue x, comme on vient de le dire, on aura le détail que l'on va voir ici, & il ſe trouvera que l'inconnue y n'a point de limites.

$$G \ldots xx - 6x - yy + 2y + 4 = 0.$$
$$2 \quad . \quad 1 \quad . \quad 0.$$
$$2xx - 6x = 0.$$
$$H \ldots yy - 2y + 5 = 0.$$

Où l'on peut voir que la réduite en H n'a aucune racine réelle ; & lorſque cela arrive, on prend 0 ou un nombre tel qu'on veut pour le ſubſtituer au lieu de cette inconnue x.

Si l'on ſe détermine à prendre 0, on aura la réſultante que l'on voit en L.

$$L \ldots xx - 6x + 4 = 0.$$

Comme cette réſultante L ne renferme que des racines réelles, & que la réduite H n'a que des racines imaginaires ; il faut conclure, ſelon la méthode, qu'en prenant pour y un nombre réel tel qu'on voudra, les valeurs de x ſeront auſſi toutes réelles. Ainſi l'on ne doit pas toujours aſſurer que la propoſée ſoit imaginaire, lorſque la réduite n'a rien de réel.

De-là auſſi on peut voir que la propoſée G fournira une Courbe, quoique la réduite ſoit imaginaire ; & que cette Courbe s'étendra à l'infini. De-là encore l'inconnue y n'aura point de *Max.* ni de *Min.*

3°. Lorſque la réduite eſt toute imaginaire, & qu'en ſubſtituant un nombre arbitraire dans la propoſée, celle qui

qui en résulte se trouve aussi entiérement imaginaire. Alors il faut conclure, selon la méthode, que la proposée ne peut avoir aucune résolution réelle, & qu'elle ne sçauroit fournir aucune Courbe.

Soit pour exemple l'égalité que l'on voit ici en K.

$$K \ldots xx - 6x + yy + 12 = 0.$$
$$2 \;.\; 1 \;.\; 0.$$
$$2xx - 6x = 0.$$
$$M \ldots yy + 3 = 0.$$

Où l'on peut voir que la réduite est toute imaginaire.

Et si l'on substitue 0 au lieu de y dans la proposée K, suivant la méthode, on aura l'égalité qui est marquée ici en N.

$$N \ldots xx - 6x + 12 = 0.$$

Et cette égalité N se trouve entiérement imaginaire. Ainsi la réduite & la résultante n'ont aucune racine réelle. D'où il faut conclure, selon la méthode, que la proposée n'a que des résolutions imaginaires, & delà on voit qu'elle ne peut exprimer aucune Courbe.

4°. En d'autres exemples la réduite se trouve réelle, & néanmoins la méthode fait conclure que la proposée ne produit aucune Courbe. En voici un exemple en P, qui est fort simple, & qui fait voir une des causes de cet inconvénient

$$P \ldots xx - 2px + yy - 2ny + nn + pp = 0.$$
$$2 \;.\; 1 \;.\; 0.$$
$$2xx - 2px = 0.$$
$$R \ldots yy - 2ny + nn = 0.$$
$$S \ldots\ldots\ldots n$$

Où l'on peut voir que la réduite R n'a rien d'imaginaire, & que sa racine réelle n fournit une limite qui donne deux intervalles indéfinis en S.

Si l'on prend $y = 2n$ pour l'intervalle en-dessus, & qu'on substitue cette valeur dans la proposée, on trouvera la résultante T.

$$T \ldots xx - 2px + pp + nn = 0.$$

Cette résultante T n'ayant que des racines imaginaires,

la méthode fait conclure qu'en prenant pour y une valeur quelconque au-delà de n, celles des x seront toutes imaginaires. Et si l'on prend θ pour l'intervalle en-dessous, on aura la résultante marquée ici en V.

$$V \ldots xx - 2px + pp + nn = 0.$$

Ainsi, cet intervalle ne donnera aucune valeur réelle pour x selon la méthode, puisque cette résultante est encore toute imaginaire.

De-là on peut voir que la proposée ne peut fournir aucune courbe, quoiqu'elle n'ait aucune racine imaginaire, & que la réduite soit réelle. Mais la proposée n'a que la seule résolution $x = p$. $y = n$; ainsi elle est déterminée, quoiqu'il y ait deux inconnues.

Des exemples aussi simples que ceux que l'on a proposés ici, peuvent servir non-seulement à expliquer une partie de la méthode; mais aussi pour former d'autres exemples du même ordre dans tous les degrés au-delà du second, & pour voir une partie des principes sur lesquels elle a été fondée.

5°. Si l'on multiplie tous les termes d'une des inconnues par leur exposant, comme aux exemples précédens, & que le premier coefficient de cette inconnue ne renferme que des quantités connues, alors la méthode fournit presque toujours des limites qui donnent des racines égales, & ces racines déterminent tous les intervalles qui séparent le réel de l'imaginaire.

Mais il y a encore une exception dans la méthode, selon la méthode même, lorsque ce premier coefficient est affecté par d'autres inconnues; & comme cette seconde partie de la méthode n'a point été expliquée par des exemples dans le Livre où je l'ai donnée, il est bon d'en proposer un, & de faire connoître que de cela même on peut en tirer avantage pour perfectionner la Géométrie.

Si l'on prend pour cet exemple l'égalité que l'on a marquée ici en AA.

$$AA \ldots \begin{array}{l} yxx - 2yx + 2y = 0. \\ - 1xx \qquad\quad - 6 \end{array}$$

Où l'on voit que l'arrangement des termes a été fait selon l'inconnue x, & que son premier coefficient est $y - 1$.

Selon la méthode il faut supposer que ce premier coefficient est égal à 0, & delà se forme l'égalité qui est marquée ici en BB.

$$BB \ldots y - 1 = 0.$$

Cette égalité étant résolue, on y trouve la racine 1 pour la valeur de y, & il faut réserver cette racine suivant la méthode, pour en faire l'usage qui sera marqué ci-après.

Outre cela, on fait les opérations qui ont été marquées aux articles précédens, & la réduite CC fournit les limites approchées que l'on voit ici en DD.

$$CC \ldots yy - 8y + 6 = 0.$$
$$DD \ldots 7 \ldots\ldots\ldots \tfrac{6}{7}.$$

Ayant pris des nombres dans les trois intervalles que désignent ces limites, les essais feront voir que l'intervalle du milieu est le seul qui fournisse des valeurs réelles.

Ensuite l'on prendra la valeur de y qui a été tirée de l'égalité BB, & que l'on a reservée; on verra si elle est comprise dans l'intervalle qui donne des valeurs réelles, & l'on trouvera qu'elle appartient à cet intervalle. Alors cette valeur forme une exception à la méthode, suivant la méthode même, & cette exception consiste principalement en ce que la substitution de cette valeur reservée donne moins de racines dans la proposée, que les autres valeurs du même intervalle. Outre cela les valeurs de cette sorte ne donnent point de racines égales quand elles deviennent limites, comme on le dira dans un autre Mémoire.

6°. Pour réduire à peu de principes les observations que l'on pourroit faire sur l'article précédent, un des meilleurs moyens qui se présentent seroit de réduire les égalités de cette derniere forme à celles de la premiere forme, & cela se peut faire en cette maniere.

On prendra une inconnue, comme h, qui ne soit point de celles de la proposée : on la divisera par le coefficient même, qui fournit l'égalité auxiliaire, telle que BB, & l'on

ſuppoſera que le quotient eſt égal à l'inconnue x, ſelon laquelle on a fait l'arrangement. Ce qui donnera l'égalité qu'on voit ici en FF.

$$FF \ldots x = \frac{h}{y-1}.$$

On ſubſtituera cette valeur de x dans la propoſée, & il en viendra une autre égalité que l'on voit ici en GG.

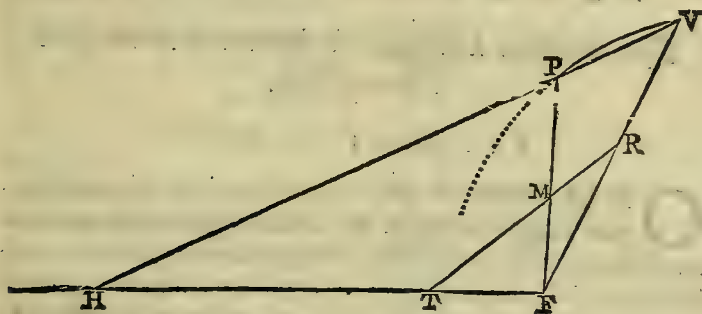
$$GG \ldots hh - 2yh + 2yy - 8y + 6 = 0.$$

A laquelle on pourra appliquer la méthode comme aux articles précédens, ſans s'occuper d'aucune exception. Il faudra néanmoins faire le retour en ſubſtituant les limites de y dans l'égalité ſuppoſée telle que FF.

Alors on pourra voir, 1°. Que les valeurs reſervées donnent toujours des racines égales dans la transformée, lorſque x paſſe le ſecond degré, & toujours auſſi dans les propoſées du ſecond degré, quand le ſecond terme ne s'y trouve point, comme dans $hh - ccyy + ccby + ccay - ccbb = 0$, qui eſt la transformée de $yxx - axx - ccy + bcc = 0$, & qui donne $y - a = 0$ pour l'égalité reſervée. Ces valeurs ou ces racines reſervées ne laiſſent pas de donner des égales dans les transformées du ſecond degré, quand il arrive que tous les termes de l'égalité reſervée multiplient les deux premiers termes de x, comme dans cette propoſée $yxx - bxx - cyx + cbx - pyy - f^3 = 0$, & dans une infinité d'autres. 2°. Que les valeurs reſervées ne doivent point donner de racines égales dans la propoſée, que dans des cas particuliers. Cela arriveroit s'il ſe trouvoit des termes de x dans la propoſée qui ne fuſſent point affectés des termes qui doivent compoſer l'égalité reſervée, & qui étant ſéparés euſſent des diviſeurs égaux, comme dans la propoſée $yx^3 - px^3 + ccxx - 2accx + aacc = 0$, où l'on voit que l'égalité reſervée ſeroit $y - p = 0$; que la ſomme des termes qui la compoſent ne multiplient point ceux-ci $ccxx - 2accx + aacc$, & qu'en les ſéparant, l'équation $ccxx - 2accx + aacc = 0$ qui en réſulte, auroit des racines égales. 3°. Que ces valeurs reſervées ſont ſouvent des limites de la propoſée, & que dans ce cas elles

donnent des aſymptotes qui terminent des eſpaces. Ce qui ſe peut voir dans cet exemple $yxx - 4axx = yy - 8ay + 7aa$: Que ces valeurs donnent encore des aſymptotes lorſqu'elles ſont de celles d'un intervalle réel, comme dans l'exemple *AA* & *GG*. On pourra voir auſſi que ces valeurs reſervées ne doivent jamais donner d'aſymptote quand elles tombent dans un intervalle imaginaire, comme $y = 0$ dans l'exemple $yyxx + aabb = bbyy$. Et de toutes ces remarques, il ſera facile de conclure que l'égalité transformée eſt toujours très-différente de la propoſée, lorſqu'il ſe trouve des inconnues dans l'égalité reſervée.

POUR appliquer aux lignes méchaniques la méthode dont je me ſuis ſervi dans le Journal du 13 Avril dernier, il faut conſidérer le Problême des Tangentes comme un cas particulier du Problême des Secantes, & obſerver dans les réſultantes & dans les réduites de rejetter tout ce qui ſe détruiroit, en y ſubſtituant les quantités connues. Soit pour exemple celui que l'on a propoſé dans l'Analyſe des infiniment-petits, Art. 22. page 19. Prop. 5.



Ayant nommé les lignes comme dans cette Analyſe, & ſuppoſé les deux Secantes *VH*, *RT*, avec $PV = v$. $FR - FM = h$. $TF = l$, on aura l'égalité qui eſt marquée ici en *GG*, & que l'on doit comparer à la propoſée.

$$GG. \left\{ \begin{array}{lll} zzllvvhh & +2yzzllhvv & -ssyyllvv \\ -2zyslhhvv & -4yyszlhvv & +ssy^4vv \\ +ssyyhhvv & +2ssy^3hvv & +4ytzzllhv \\ & +2tzzllvhh & -4yystzlhv \\ & -2stzylvhh & -2y^3szlvv \\ +2yttzzllh & & +ttzzllhh \\ -2tzsy^3vl & & \end{array} \right.$$

le tout égal à 0.

Où l'on obſervera que l'on auroit une égalité encore plus compoſée, ſi au lieu de *HF* on ſuppoſoit une ligne droite quelconque pour recevoir la Tangente ; mais auſſi l'on en tireroit pluſieurs avantages. On donnera dans un autre Mémoire la maniere de pourſuivre avec les explications & les démonſtrations néceſſaires.

SUITE DE L'EXAMEN

DE LA LIGNE COURBE,

Que décrivent les rayons de lumiere en traverſant l'Atmoſphere.

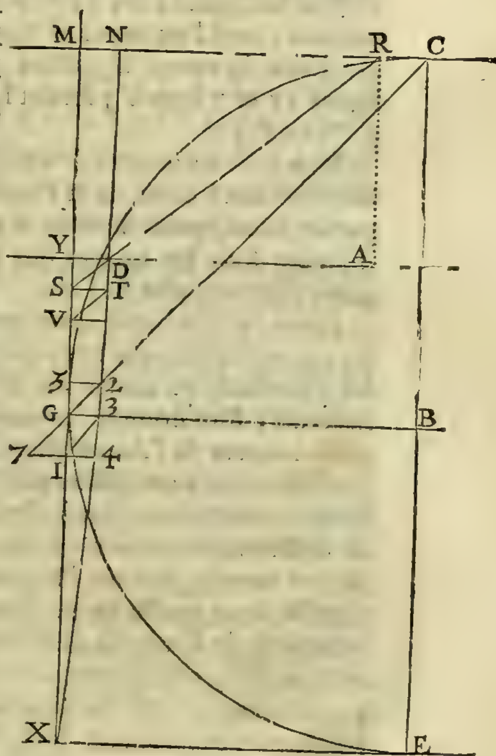
PAR M. DE LA HIRE.

1702. 5. Août.

ON eſt convaincu par des obſervations très-exactes, que lorſqu'un rayon de lumiere paſſe obliquement au-dedans de l'Atmoſphere, des parties ſupérieures aux inférieures, il ſe détourne & prend une direction plus perpendiculaire à la ſurface de la terre, que celle qu'il avoit d'abord, de la même maniere qu'il arrive à un rayon lumineux qui paſſe d'un milieu plus rare dans un plus denſe, comme de l'air dans l'eau, de l'eau dans le verre, & ainſi des autres. Il s'enſuit donc delà que les parties de l'Atmoſphere qui ſont plus proches de la terre, ſont plus denſes que celles qui ſont plus élevées : c'eſt pourquoi on ne peut

pas supposer, comme quelques Astronomes ont fait pour expliquer les réfractions, que l'Atmosphere dans laquelle les rayons lumineux se détournoient en venant de l'Eter, étoit d'une nature homogene, & que la réfraction ne se faisoit seulement que dans le passage de ces deux milieux. C'est ainsi qu'Halazen, Auteur Arabe, qui a fait un Traité d'Optique fort curieux, explique les réfractions de l'Atmosphere, ce qui a été suivi par Vitellon qui a écrit quelque tems après de la même matiere.

J'ai déja démontré dans le Mémoire que j'ai lû à l'Assemblée de l'Académie le 25 Fevrier de cette année 1702. qu'un certain rayon lumineux qui devoit avoir une direction déterminée par la hauteur où il étoit dans l'Atmosphere, décrivoit une Epicycloïde, ce qui étoit fondé sur les suppositions ordinaires & connues de la nature de l'air; & je promis alors de démontrer la proposition universellement pour les rayons, avec quelque inclinaison que ce fût, en passant de l'Eter dans l'Atmosphere, ou seulement au-dedans de l'Atmosphere.



Soit donc XY comme dans mon Mémoire précédent, la hauteur de toute l'Atmosphere, autant comprimée qu'elle le peut être, supposant les compressions dans la même raison que les charges. Soit aussi un rayon lumineux RD qui entre dans l'Atmosphere en D avec une inclinaison telle

qu'on voudra *R D*. Sur la ligne *Y D A* qui termine l'Atmosphere, soit pris *D Y* partie indéfiniment petite, & soit décrit la Parabole *D 3 X*, qui passe par le point *D*, & qui ait pour axe *Y X* perpendiculaire à *Y A*, & que son sommet soit en *X*, & enfin que le rayon prolongé *R D* rencontre l'axe *Y X* en *S*.

Par le point *S* soit mené *S T* parallele à *Y A* ou ordonnée dans la Parabole, & du point *T* soit appliqué *T V* égale à *D S*, entre le point *T* de la Parabole & son axe *Y X*, & ainsi de suite en allant vers *X*, comme sont les lignes 2 *G*, 3 *I*, &c. Je dis que ces ordonnées prises de suite dans la Parabole, comme 25, 3 *G*, &c. sont entr'elles comme les sinus des angles 2 *G* 5, 3 *I G*, &c. ce qui est évident, puisque les lignes 2 *G*, 3 *I* sont égales entr'elles par la construction; car si l'on mene *G* 7 parallele & égale à 3 *I*, le cercle décrit du centre *G* passera par les points 2 & 7; & les lignes 2 5 & 7 *I* ou *G* 3 seront les sinus des angles 2 *G* 5, 3 *I G* ou *I G* 7.

Mais aussi les quarrés de ces ordonnées ou sinus 25, 3 *G* sont entr'eux à cause de la Parabole, comme les lignes ou parties interceptées de l'axe *X* 5, *X G*, ou bien que les ordonnées sont les racines des quarrés représentés par les parties interceptées de l'axe.

Enfin j'ai démontré dans mon Mémoire précédent sur les connoissances que nous avons de la nature de l'air, que les extensions ou dilatations de l'Atmosphere à différentes hauteurs, sont comme les racines des quarrés représentés par la hauteur de l'Atmosphere, depuis sa plus grande compression jusqu'à ces différentes hauteurs, & que la lumiere se détourne dans ces particules de l'Atmosphere ou de l'air de différente extension ou rareté, dans la raison des sinus de ces raretés, suivant l'hypothése de M. de Fermat. Il s'ensuit donc que le rayon lumineux dans l'Atmosphere à la hauteur de *G* avec la direction 2 *G*, se doit détourner & aller en *G* 7, en s'approchant de l'axe *Y X*, ou de la perpendiculaire à *Y A*. Ce sera la même chose de toutes les autres parties, comme *D S*, *T V*, &c. C'est pourquoi il s'ensuit

s'enſuit auſſi que le rayon lumineux RD ſe détournera en entrant dans l'Atmoſphére en D ſuivant les différentes inclinaiſons de ces parties indéfiniment petites DS, VT, $2G$, $3I$, &c. & par conſéquent toutes ces petites lignes ſeront les élemens de la Courbe formée par le rayon RD qui ſe rompt en traverſant l'Atmoſphére.

Il faut voir maintenant quelle eſt la nature de cette Courbe. Puiſque toutes les lignes $G2$, $I3$, &c. ſont les élemens de la Courbe, il eſt évident qu'elles ſeront auſſi ſes touchantes ſi elles ſont prolongées. Et ſoit poſé $XY = a$. $X5 = y$, & ſoit $YD = e$ indéfiniment petite. On aura donc par la nature de la Parabole $XY \mid X5 \parallel$ quarré de $YD \mid$ quarré de 52, ce qui eſt $a \mid y \parallel ee \mid \frac{eey}{a} =$ au quarré de 52. & $52 = \sqrt{\frac{eey}{a}}$.

Mais comme l'inclinaiſon de RD à DA eſt donnée, ſi l'on mene de quelque point R de la ligne RD, la perpendiculaire RA ſur DA, on aura le rapport de RD à DA connu ou donné, lequel ſoit comme m eſt à n, & par conſéquent $DS \mid DY \parallel m \mid n$, & enfin $DS = \frac{me}{n}$.

Si l'on ſuppoſe donc que la Parabole ſoit prolongée en ſorte que l'ordonnée MN par le point M de l'axe, ſoit égale à DS; le quarré de YD ſera au quarré de MN comme XY à XM. Donc $XM = \frac{mma}{nn}$, ce qui ſervira à comparer les DS, TV, $G2$, &c. toutes égales entr'elles, avec les ordonnées de la Parabole.

Soit donc l'ordonnée MN prolongée vers C, & une des touchantes de la Courbe $G2$ auſſi prolongée juſqu'à la rencontre de l'ordonnée MN en C; on aura donc $G5 \mid 52 \parallel GM \mid MC$, ce qui eſt

$$\sqrt{\frac{mmee}{nn} - \frac{eey}{a}} \mid \sqrt{\frac{eey}{a}} \parallel \frac{mma}{nn} - y \mid \frac{\frac{mma}{nn}\sqrt{\frac{eey}{a}} - y\sqrt{\frac{eey}{a}}}{\sqrt{\frac{mmee}{nn} - \frac{eey}{a}}}$$

$= MC$, ou bien

$$\frac{mma}{nn}\sqrt{\frac{y}{a}} - y\sqrt{\frac{y}{a}} = MC.$$

Et quarrant & réduiſant on a

$$\frac{mmay - nnyy}{nn} = \text{quarré de } MC.$$

Ce qui eſt le produit de y par $\frac{mma - nny}{nn}$, ou bien de XG par GM. D'où l'on connoît que MC eſt toujours moyenne proportionnelle entre XG & GM; & par conſéquent ſi du point C on mene CE parallele à MX & XE & GB paralleles à MC, & ſi ſur CE pour diamétre on décrit un demi-cercle, il paſſera néceſſairement par le point G, & enſin CG ſera une corde dans ce cercle, ménée de l'extrémité du diamétre C. Et comme ce ſera la même choſe pour $I\,3$ ou $G\,7$ & toutes les autres, que pour $G\,2$ & dans le même demi-cercle, il s'enſuit que toutes ces petites parties dans l'inclinaiſon où elles ſont par rapport à MX ſeront des parties égales des cordes d'un même cercle, leſquelles partent toutes de la même extrémité C du diamétre CE, & par conſéquent toutes ces petites parties ſeront les élemens d'une Cycloïde, dont CE eſt le diamétre du cercle générateur.

Il eſt facile à voir par cette conſtruction & démonſtration, que plus les rayons comme RD qui entrent dans l'Atmoſphére, approchent de la perpendiculaire à la ſuperficie de l'Atmoſphére, la Cycloïde ou portion de Cycloïde qu'ils décrivent, aura un plus grand cercle générateur. Et qu'enſin ſi le rayon incident étoit perpendiculaire à YA, ce diamétre ſeroit d'une grandeur infinie, & la portion de Cycloïde ſeroit la ligne droite YX. Mais ſi ce rayon incident étoit comme joint ou infiniment proche de YA, ce rayon décriroit au-dedans de l'Atmoſphére une demi-Cycloïde entiére dont le diamétre du cercle générateur ſeroit YX, & c'eſt ce cas ſeulement que j'ai conſideré dans mon premier Mémoire ſur ce ſujet.

Enfin ſi le rayon incident étoit au-dedans de l'Atmoſphére, & incliné de telle maniére qu'il fit avec YA un angle moindre que la touchante de la Cycloïde qui a YX pour diamétre de ſon cercle générateur, ne fait avec la même YA, & que ce rayon de lumiére eût ſa direction vers

le haut; il s'élevera dans l'Atmoſphére juſqu'à une certaine hauteur ſuivant une Cycloïde, & enſuite il ſe réflechira & retournera vers le bas de l'Atmoſphére ſuivant la même Cycloïde ; mais ſi ce rayon avoit d'abord ſa direction vers le bas, il décriroit une portion de la même Cycloïde. La démonſtration s'en fera de la même maniére que celle du cas précedent ; & l'on déterminera de même la hauteur de cette Cycloïde, ou bien, ce qui eſt la même choſe, le diamétre de ſon cercle générateur, qu'on trouvera être *XM*, en ſorte que le point *M* ſera entre *X* & *Y*, & par conſéquent moindre que *XY*.

Tout ce que je viens de dire des Cycloïdes doit s'entendre de même des Epicycloïdes qui ſeront les véritables lignes de la réfraction des rayons, à cauſe que les couches de l'Atmoſphére ſont circulaires, & que nous les avons ſuppoſées droites; mais cette différence ne change rien à la démonſtration, puiſqu'il arrive la même choſe aux Epicycloïdes qu'aux Cycloïdes en ce qui regarde leurs touchantes, comme je l'ai démontré dans mon Traité des Epicycloïdes.

Il y a quelques remarques particuliéres que j'ai faites ſur l'application de ce Théorême à la meſure des réfractions, telles qu'elles nous paroiſſent, & que nous les obſervons dans la hauteur apparente des Aſtres; ce que je pourrai expliquer dans quelqu'autre Mémoire, ſi j'en puis tirer quelque utilité pour l'Aſtronomie.

OBSERVATIONS SUR LA SCAMMONE'E.

PAR M. BOULDUC.

LA Scammonée que l'on met, avec raiſon, au nombre des purgatifs violents, eſt, comme l'on ſçait, le ſuc laiteux d'une plante de même nom, que l'on fait épaiſ- 1702. 9. Août.

ſir & deſſécher aux rayons du Soleil, dans les lieux mêmes où cette plante croît.

La bonne qualité de ce purgatif dépend de la premiére préparation que l'on a donnée à ce ſuc; c'eſt-à-dire, que ſi ce ſuc laiteux a découlé de lui-même par l'inciſion que l'on a coutume de faire à la racine de la plante, il ſera doué de toutes ſes vertus; & au contraire, s'il eſt tiré par l'expreſſion de toute la plante.

Bien plus, on obſerve qu'on joint à ce ſuc celui de nombre de plantes laiteuſes approchantes de ce caractere, qu'enſemblement on réduit en conſiſtence ſolide, & qu'on nous envoie pour Scammonée; d'où l'on a lieu de croire que les méchans effets que produit ſouvent ce purgatif, viennent de cette altération & mauvais mêlange.

Et de fait, j'ai obſervé au goût, qu'il y avoit des Scammonées bien plus âcres & brûlantes les unes que les autres; telle pourroit être celle qu'on apporte de Smirne, que nous rejettons comme très-mauvaiſe, pour nous attacher à celle qu'on nous envoye d'Alep.

J'ajouterai avant d'en venir à mes obſervations, que je n'ai point trouvé dans les effets de ce purgatif autant de violence qu'on l'a prétendu, ni qu'il ſoit beſoin d'un ſi grand nombre de préparations pour le corriger; il ſuffit de la bien choiſir, la plus ſimple eſt la meilleure, ſans qu'il ſoit beſoin d'en venir à ce prétendu développement & ſéparation de ſa partie réſineuſe, d'avec ce qu'on appelle, aſſez mal-à-propos, partie terreſtre, qui eſt vraiement ſa partie ſaline.

Je conviens bien que cette réſine eſt ordinairement ce qu'il y a de plus actif dans les médicamens purgatifs, mais c'eſt auſſi ce qu'il y a de plus violent; car ce principe dégagé & denué de ſa partie ſaline & de ſa partie muſſilagineuſe, devient ſouvent un vrai cauſtique. C'eſt un fait connu de tous ceux qui ont beaucoup manié ce reméde, & tout au contraire lorſque ces deux parties ſont jointes enſemble, les unes étant tempérées & modifiées par les autres, ce médicament ne peut être que très-parfait; ainſi

j'ose avancer que sa meilleure préparation est de le rendre parfaitement semblable à lui-même, c'est-à-dire, de bien & justement rassembler ses parties, tant mussilagineuses & salines, que les résineuses.

Je ne considere donc pas la Scammonée comme nombre d'autres purgatifs, tels que sont le Senné, la Rhubarbe, la Coloquinte & semblables : Ceux-ci sont parties de plantes qu'on pourroit avec plus de raison dégager de leurs parties terrestres (encore en faudroit-il convenir;) mais la Scammonée telle qu'elle doit être, est dès sa nature & extraction l'essence de toute la plante, puisque c'est un suc qui en a découlé de lui-même, & qu'on a eu soin d'épaissir & dessécher par une chaleur naturelle & non dévorante.

Il s'agit présentement de connoître ce mixte par les différentes analyses & les différentes préparations que j'en ai faites.

Par la distillation à la maniére ordinaire, j'ai seulement remarqué que ses différentes parties essentielles s'en dégagent fort difficilement; qu'il contient peu d'esprit acide & peu d'urineux, beaucoup plus de parties huileuses & peu de sel fixe.

Cette analyse m'a paru de si petite conséquence, que je n'ai pas cru en devoir faire un plus grand détail.

J'ai tenté d'en tirer des fleurs par la sublimation, mais inutilement.

Par les différentes dissolutions & premiérement avec l'esprit-de-vin rectifié, j'ai retiré de quatre onces de belle Scammonée trois onces de résine, soit par la précipitation à la maniére ordinaire, soit par l'évaporation à feu très-lent.

J'avois pensé que l'eau qui avoit servi à précipiter cette résine auroit pû retenir quelques parties salines que l'esprit-de-vin auroit pû dissoudre conjointement avec les résineuses, & que par conséquent elle pourroit être purgative : mais j'ai été trompé dans mes conjectures par nombre d'épreuves que j'en ai faites; aussi ne m'est-il rien resté

après l'évaporation que j'ai faite de cette même eau.

Je n'ai pas laissé de tirer encore, par le moyen de l'eau, un extrait des parties terrestres de la Scammonée sur lesquelles l'esprit-de-vin n'avoit pû mordre, & qui probablement contenoient ses parties salines ; aussi cet extrait par l'expérience que j'en ai faite a-t-il plus poussé par les urines que par les selles.

Il ne se fait point de parfaite dissolution de la Scammonée dans l'eau, mais seulement une extension de ses parties laiteuses qui renferment les salines. J'en ai tiré avec ce dissolvant par de réiterées & fréquentes triturations dans le mortier de marbre, une liqueur laiteuse, qui ne dépose que très-difficilement, & qui évaporée en extrait à feu très-lent, m'a paru par nombre d'expériences un purgatif très-doux au poids de quinze à dix-huit grains.

J'ai tiré de deux onces de bonne Scammonée six dragmes de cet extrait laiteux.

Le résidu contenoit la partie résineuse que l'eau n'avoit pû dissoudre, que j'ai retirée par l'esprit-de-vin au poids d'une once.

J'ai tiré par le vinaigre distillé, deux onces deux dragmes d'extrait de quatre onces de bonne Scammonée ; & du résidu qui contenoit la partie résineuse & quelques terrestreïtés, j'en ai retiré par l'esprit-de-vin, une once deux dragmes de résine.

Cet extrait préparé avec le vinaigre distillé est un purgatif encore très-doux, au poids de douze à quinze grains.

De toutes les différentes préparations de la Scammonée, je puis assurer n'en avoir trouvé aucune par le nombre d'expériences que j'en ai faites, qui ait un effet plus doux & plus louable que celle qui se fait par la forte décoction de réglisse ; & quoiqu'elle soit décrite dans nombre d'Auteurs, j'ai cru ne devoir pas laisser d'en dire un mot ici, à cause des précisions & proportions que j'ai gardées & observées pour faire cette préparation, qui a été fort négligée par les autres.

Pour cela j'ai fait la décoction de huit onces de bonne

réglisse séche, avec autant d'eau qu'il en fallut pour tirer toute la qualité de la réglisse : cette décoction reposée, claire & séparée de toutes ses terrestreïtés, s'est trouvée peser trois livres six onces. J'ai tiré avec toute cette quantité de décoction chaude par de réiterées triturations, tout ce qu'elle a pû étendre de suc laiteux de quatre onces de bonne Scammonée dégagée de toutes ses parties résineuses ; & après une lente évaporation en consistence assez solide, j'ai trouvé trois onces six dragmes d'extrait bien conditionné.

Le résidu des quatre onces de Scammonée bien desseché, contenant les parties terrestres & les parties résineuses que la décoction de réglisse n'avoit pû dissoudre, ne s'est trouvé peser que douze dragmes, outre ce qui se perd par tant de différentes préparations ; d'où par supputation l'on peut conclure, que ces trois onces & demie d'extrait pouvoit contenir au moins deux onces d'extrait de Scammonée ; & pour en être plus certain,

J'ai tiré avec la même précision & proportion l'extrait de huit onces de pareille réglisse séche, dont j'ai retiré quatorze dragmes d'extrait ; d'où il est présentement aisé d'assurer que ces trois onces six dragmes de cet extrait mixte en contenoit deux onces de celui de Scammonée.

Deux onces de sel de tartre fondu dans suffisante quantité d'eau ont dissous quatre onces de Scammonée aux parties terrestres près, & il s'est trouvé après l'évaporation cinq onces deux dragmes d'extrait assez solide ; les parties terrestres n'ont rien donné par aucun dissolvant.

L'on voit par cette préparation derniére que le sel alcaly de tartre a le pouvoir d'étendre & de dissoudre tous les principes des corps résineux ; en quoi je préférerois cette préparation de Scammonée à toutes les autres, par les raisons que j'ai déja tant de fois alleguées en pareil cas. Outre cette réflexion & ce raisonnement, j'ai encore l'expérience de ce fait pardevers moi ; & dans la Scammonée même, contre l'usage de la résine prise seule.

Car de toutes les préparations & prétendues corrections

de la Scammonée dont tous nos Livres sont remplis, il y en a plus de fondées sur le caprice & sur l'ostentation, que sur la raison & sur de bons & véritables principes. Ce seroit un vrai travail que d'entreprendre de les combattre toutes les unes après les autres, ce qui ne seroit pourtant pas difficile, si l'on vouloit s'en donner la peine; cela pourra se trouver quelque jour par occasion.

Cet extrait de Scammonée alcalisé est un très-bon & doux purgatif depuis vingt-quatre grains jusqu'à quarante-huit, sans appréhension d'aucun désordre. Il y a très-long-tems que j'en ai l'experience, aussi-bien que de celui fait avec la décoction de réglisse.

J'aurois encore nombre d'essais à faire sur ce mixte, le connoissant vraiement mériter plus de réflexions qu'aucun autre purgatif; aussi ne l'abandonnerai-je pas si-tôt, pour en pouvoir tirer des conséquences par comparaison aux autres.

J'y ajouterai encore quelques faits que j'avois essayés depuis.

DE LA FIGURE OU CURVITE'

Des Fusées des Horloges à Ressort.

PAR M. VARIGNON.

1702. 12. Août. LA continuité d'action des Ressorts ayant fait penser à les appliquer aux Horloges au lieu de poids, on a essayé d'en corriger les inégalités en les faisant successivement agir sur des bras de Leviers plus ou moins longs, selon que ces ressorts en se débandant deviennent plus ou moins foibles. Pour cet effet on s'est servi d'une fusée en forme de cône tronqué, sur laquelle s'entortille une corde que

que le Ressort bandé fait ensuite désentortiller en la roulant au contraire autour d'un Tambour cylindrique ou Barillet, dans lequel il est, & qu'il force de tourner à mesure qu'il se débande. Et comme c'est au bout le plus menu de la fusée, que ce désentortillement commence, c'est aussi là que s'applique contr'elle la plus grande force du Ressort en avançant toujours vers le plus gros bout à mesure que ce Ressort se débande, c'est-à-dire, en s'appliquant toujours à des Leviers plus longs à mesure qu'il s'affoiblit.

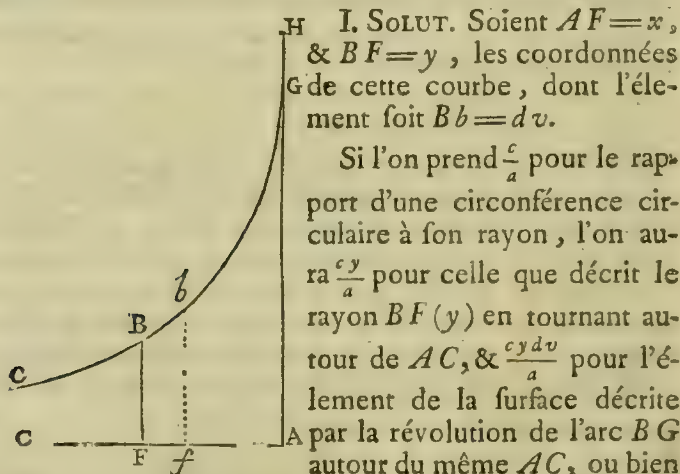
C'est ainsi qu'on a essayé jusqu'ici de corriger les inégalités des Ressorts différemment bandés, pour en tirer le mouvement égal des Horloges; & il est visible qu'on y auroit réussi, si l'on avoit trouvé un Fuseau qui eût eu les rayons ou les distances de sa surface à son axe, par-tout en raison réciproque des forces du ressort qui agissoit dessus, c'est-à-dire, un fuseau dont les rayons multipliés par les forces du ressort, qui agissoient dessus, eussent fait par-tout des produits égaux. Il est bien vrai que l'expérience a fait voir que ce fuseau devoit être un peu creusé vers le milieu, & non pas tout-à-fait de figure conique; mais personne que je sçache, n'a encore trouvé la véritable curvité de ce creux, c'est-à-dire, la nature de la courbe, qui en tournant sur son axe, seroit capable de produire un tel fuseau.

Il y a trois ans que pensant à cette matiére, elle me parut digne d'être examinée; & en prenant alors pour Principe de Physique, que les forces ou tensions de ressort sont comme les longueurs de corde qui s'entortillent sur la fusée: c'est-à-dire (en supposant cette corde très-flexible, assez déliée & assez serrée pour pouvoir prendre toutes ses révolutions en spirale, pour autant de cercles ou de petites bandes circulaires qui couvroient la surface du fuseau cherché) comme les portions de surface de la fusée, que cette corde couvre en s'entortillant autour; je trouvai $dx = -dy\sqrt{\frac{b^6}{y^6} - 1}$ (dont x & y sont les coordonnées) pour l'équation de la courbe propre à décrire le fuseau requis en ce rencontre, que je donnai alors à l'Académie.

Mais depuis quelque tems que cet Ecrit m'eſt retombé dans les mains, ayant fait réflexion qu'il n'y a encore rien de réglé en Phyſique ſur cette variation de forces des reſſorts à meſure qu'ils ſe débandent ; j'ai cherché la même choſe pour tout ce qu'on peut faire d'hypothéſes réglées ſur quelque puiſſance que ce ſoit des longueurs de corde, qui s'entortillent autour du Fuſeau, ou de ce que ces longueurs de corde couvrent de ſa ſurface : Ce qui réduit la queſtion au Problême ſuivant.

PROBLÊME.

Trouver un Fuſeau dont les rayons multipliés par telle puiſſance qu'on voudra des portions de ſa ſurface, compriſes entre chacun d'eux & le plus grand, faſſent par-tout des produits égaux : c'eſt-à-dire, une courbe GBC, *qui en tournant autour de ſon axe* AC, *produiſe un tel fuſeau ; ou (ce qui revient au même) dont le produit de chaque ordonnée* BF *par telle puiſſance qu'on voudra de la ſurface que décrit l'arc correſpondant* BG, *en tournant autour de* AC, *ſoit par-tout le même.*



I. SOLUT. Soient $AF = x$, & $BF = y$, les coordonnées de cette courbe, dont l'élement ſoit $Bb = dv$.

Si l'on prend $\frac{c}{a}$ pour le rapport d'une circonférence circulaire à ſon rayon, l'on aura $\frac{cy}{a}$ pour celle que décrit le rayon BF (y) en tournant autour de AC, & $\frac{cydv}{a}$ pour l'élement de la ſurface décrite par la révolution de l'arc BG autour du même AC, ou bien $\frac{c}{a} \times \int ydv$ pour cette ſurface. Et par conſéquent $\frac{yc^m}{a^m} \times \overline{\int ydv}^m$ ſera le produit qu'on veut par-tout le même, c'eſt-à-dire,

par-tout égal à une grandeur constante quelconque $\frac{c^m b^{2m+1}}{a^m}$: De sorte que l'on aura $\frac{y c^m}{a^m} \times \overline{\int y dv}^m = \frac{c^m b^{2m+1}}{a^m}$, ou $\overline{\int y dv}^m = \frac{b^{2m+1}}{y}$, ou bien encore $\int y dv = \frac{b^{\frac{2m+1}{m}}}{y^{\frac{1}{m}}}$; Et en différentiant $y dv = -dy \times \frac{b^{\frac{2m+1}{m}}}{m y^{\frac{m+1}{m}}}$, ou $dv = -dy \times \frac{b^{\frac{2m+1}{m}}}{m y^{\frac{2m+1}{m}}}$. Donc (en quarrant le tout) $\frac{b^{\frac{4m+2}{m}} dy^2}{mm y^{\frac{4m+2}{m}}} = dv^2 = dy^2 + dx^2$, ou $\frac{b^{\frac{4m+2}{m}} dy^2}{mm y^{\frac{4m+2}{m}}} - dy^2 = dx^2$, ce qui donne enfin $dx = -dy \sqrt{\frac{b^{\frac{4m+2}{m}}}{mm y^{\frac{4m+2}{m}}} - 1}$ négatif à cause que les x & les y croissent alternativement : laquelle équation différentielle sera celle de la Courbe cherchée.

On voit de-là que cette Courbe sera Géometrique tant qu'elle aura $m = \frac{-2n-1}{4n+1}$ dont n soit un nombre entier & positif quelconque, ou même $m = \frac{-2n-3}{4n+5}$ en y comprenant aussi $n = o$. M. Bernouilli Professeur à Groningue a trouvé que cette même courbe sera encore Géométrique tant qu'elle aura $m = \frac{-2n-2}{4n+5}$ dont n soit de même un nombre entier & positif ou zero. $m = \frac{-2n-3}{4n+4}$ ou $m = \frac{-n-1}{2n+3}$ la rendra aussi quarrable dans cette supposition de n.

II. Pour voir présentement que le produit de chaque ordonnée de cette Courbe par la puissance m de la surface correspondante du Fuseau qu'elle engendre en tournant autour de son axe AC, est par-tout le même ; il faut considérer que la circonférence du cercle décrit avec le rayon $BF (y)$, étant $= \frac{cy}{a}$, l'élement de la surface du fuseau cherché, sera $= \frac{c y dv}{a}$. Or il est visible que l'équation

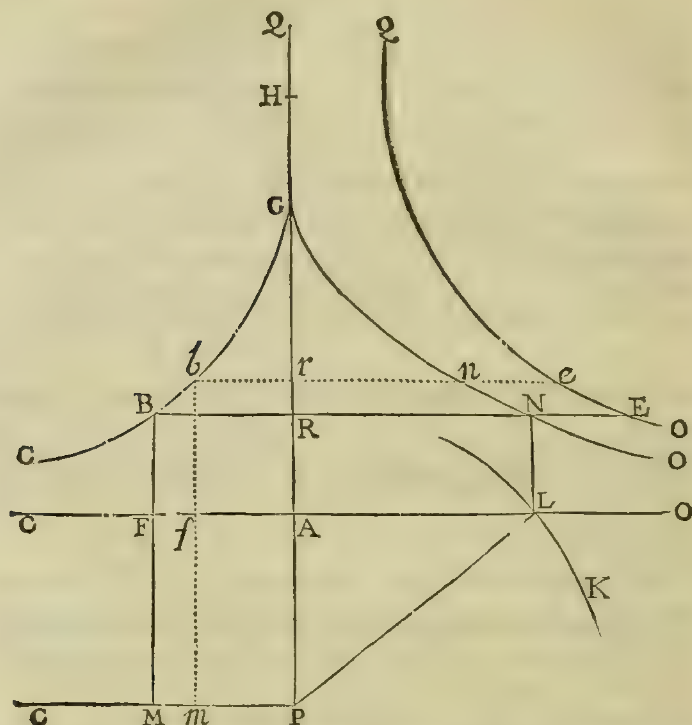
$dx = -dy\sqrt{\frac{b^{\frac{4m+2}{m}}}{mmy^{\frac{4m+2}{m}}} - 1}$, qu'on vient de trouver art. 1. donnant $dx^2 = \frac{b^{\frac{4m+2}{m}}dy^2}{mmy^{\frac{4m+2}{m}}} - dy^2$, l'on aura $dv^2 (dx^2 + dy^2) = \frac{b^{\frac{4m+2}{m}}dy^2}{mmy^{\frac{4m+2}{m}}}$, ou $dv = -dy \times \frac{b^{\frac{2m+1}{m}}}{my^{\frac{2m+1}{m}}}$. Donc en substituant cette valeur de dv dans l'élement $\frac{cy\,dv}{a}$ de la surface du fuseau cherché, l'on aura cet élement $= -dy \times \frac{cb^{\frac{2m+1}{m}}}{may^{\frac{m+1}{m}}}$, lequel intégré donne $\frac{cb^{\frac{2m+1}{m}}}{ay^{\frac{1}{m}}}$ pour cette surface prise depuis chaque $BF(y)$ jusqu'à son origine du côté de G. Donc $\frac{c^m b^{2m+1}}{a^m y}$ en sera la puissance m; Et par consequent en la multipliant par $BF(y)$, le produit en sera par-tout $= \frac{c^m b^{2m+1}}{a^m}$, c'est-à-dire, constant & par-tout le même. *Ce qu'il falloit démontrer.*

III. L'équation $dx = -dy\sqrt{\frac{b^{\frac{4m+2}{m}}}{mmy^{\frac{4m+2}{m}}} - 1}$ donnant $dx = 0$, c'est-à-dire la Touchante parallele aux ordonnées, lorsque $y = \frac{b}{m^{\frac{m}{2m+1}}}$: par exemple en G, en supposant $AG(y) = \frac{b}{m^{\frac{m}{2m+1}}}$; on voit que c'est en G que doit commencer la Courbe GBC, & se continuer ensuite en ligne droite GH parallele aux ordonnées, pour faire (suivant les conditions du Problême) en tournant autour de AC, une surface dont la puissance m multipliée par AG, fasse encore le même produit $\frac{c^m b^{2m+1}}{a^m}$ que fait BF multipliée par une pareille puissance m de la surface, que décrit de même la ligne mixte BGH en tournant autour de AC.

IV. Pour avoir la longueur de GH, il faut considérer

qu'en prenant (*art.* 1.) $\frac{c}{a}$ pour le rapport de la circonférence d'un cercle à son rayon, l'aire de celui que décrit le rayon $AG \left(\frac{b}{m^{\frac{m}{2m+1}}}\right)$, sera $= \frac{cbb}{2a \times m^{\frac{2m}{2m+1}}}$. Donc en y ajoutant la portion $\frac{cbb \times m^{\frac{1}{2m+1}}}{a}$ de surface, que (*art.* 2. & 3.) décriroit de même GH par la révolution de AH autour de AC; le cercle ainsi décrit par AH tout entier, se trouvera $=$ $= \frac{cbb}{2a \times m^{\frac{2m}{2m+1}}} + \frac{cbb \times m^{\frac{1}{2m+1}}}{a} = \frac{cbb + 2mcbb}{2a \times m^{\frac{2m}{2m+1}}}$. Or ce cercle vaut aussi $\frac{c \times \overline{AH}^2}{2a}$. Donc $\overline{AH}^2 = \frac{bb + 2mbb}{m^{\frac{2m}{2m+1}}}$, ou $AH =$ $= \frac{b\sqrt{2m+1}}{m^{\frac{m}{2m+1}}}$; Et par conséquent $GH\ (AH - AG) =$ $= \frac{b\sqrt{2m+1} - b}{m^{\frac{m}{2m+1}}}$.

V. Quant à la longueur de l'arc BG de la Courbe GBC, l'équation de cette Courbe donnant (*art.* 1. & 2.) $dv = -dy \times \frac{b^{\frac{2m+1}{m}}}{my^{\frac{2m+1}{m}}}$ pour l'élément de cet arc dont l'intégrale est $= \frac{b^{\frac{2m+1}{m}}}{\overline{m+1} \times y^{\frac{m+1}{m}}}$, laquelle devient $= \frac{m^{\frac{m+1}{2m+1}}}{m+1} \times b$ en $AG\ (y) = \frac{b}{m^{\frac{m}{2m+1}}}$, ou BG se trouve nul; l'on aura cet arc $BG = \frac{b^{\frac{2m+1}{m}}}{\overline{m+1} \times y^{\frac{m+1}{m}}} - \frac{m^{\frac{m+1}{2m+1}}}{m+1} \times b$. Et par conséquent (*art.* 4.) la longueur entière de la ligne mixte BGH, sera $= \frac{b^{\frac{2m+1}{m}}}{\overline{m+1} \times y^{\frac{m+1}{m}}} - \frac{m^{\frac{m+1}{2m+1}}}{m+1} \times b + \frac{b\sqrt{2m+1} - b}{m^{\frac{m}{2m+1}}}$.



VI. Pour conſtruire cette Courbe *G B C*, après avoir fait *CO* & *P Q* perpendiculaires l'une à l'autre en *A*, ſoit entre les aſymptotes *A O*, *A Q*, une hyperbole *Q E O*, dont les coordonnées étant *A R* $= y$ & *R E* $= t$, le lieu ſoit $t\, y^{\frac{2m+1}{m}} = \frac{a\, b^{\frac{2m+1}{m}}}{m}$. Après avoir auſſi pris *A P* $= a$ conſtante, ſoit du centre *P*, & du rayon *PL* $=$ *R E*, l'arc *LK* qui rencontre *A O* en *L*, d'où parte *L N* parallele à *A R*, laquelle rencontre *R E* en *N*. Imaginant enſuite la Courbe *GNO* qui paſſe par tous ces points *N*, ſoit fait le rectangle *M F A P* égal à l'eſpace *RGN*, lequel ſera toujours quarrable tant que la Courbe cherchée *GB C* ſera Géométrique, ou qui ſe trouvera de moins par la méthode

ordinaire des extractions à l'infini. Soient enfin $RN = s$, & $AF = x$. Cela fait, je dis que tous les points B, dans lesquels NR & MF prolongées se rencontreront, seront à la Courbe cherchée GBC.

Car la génération de la Courbe GNO donnant AL ou RN (s) $\sqrt{tt - aa}$ (à cause de $ty^{\frac{2m+1}{m}} = \frac{ab^{\frac{2m+1}{m}}}{m}$) $= \sqrt{\frac{aab^{\frac{4m+2}{m}}}{mmy^{\frac{4m+2}{m}}} - aa}$, c'est-à-dire, $s = a\sqrt{\frac{b^{\frac{4m+2}{m}}}{mmy^{\frac{4m+2}{m}}} - 1}$; l'on aura $-ady\sqrt{\frac{b^{\frac{4m+2}{m}}}{mmy^{\frac{4m+2}{m}}} - 1} = -sdy = RrnN$. Mais puisque (*hyp.*) le rectangle $MFAP$ est égal à l'espace RGN, l'on aura aussi leurs différences $RrnN = FfmM = adx$. Donc $adx = -ady\sqrt{\frac{b^{\frac{4m+2}{m}}}{mmy^{\frac{4m+2}{m}}} - 1}$; Ce qui donne $dx = -dy\sqrt{\frac{b^{\frac{4m+2}{m}}}{mmy^{\frac{4m+2}{m}}} - 1}$ pour l'équation de la Courbe GBC ainsi décrite, laquelle équation étant (*art.* 1. & 2.) celle de la Courbe cherchée, cette Courbe GBC sera aussi elle-même celle qu'on cherche. *Ce qu'il falloit démontrer.*

VII. Il est à observer que l'équation $s = a\sqrt{\frac{b^{\frac{4m+2}{m}}}{mmy^{\frac{4m+2}{m}}} - 1}$ de la Courbe ON, donnant $s = o$ lorsque $y = \frac{b}{m^{\frac{m}{2m+1}}}$; Cette Courbe doit rencontrer l'axe AQ (ainsi qu'on le vient de supposer) au point G qui (*art.* 2.) donne AG (y) $= \frac{b}{m^{\frac{m}{2m+1}}}$. D'où il suit encore pour la Courbe cherchée GBC, qu'elle doit aussi rencontrer cet axe AQ en ce même point G. Mais lorsque $y = o$, alors s (RN) se trou-

vant infinie, la Courbe *GNO* ne doit jamais rencontrer *AO*, non plus que *GBC*: De sorte que *CO* sera l'asymptote de l'une & de l'autre Courbe.

Remarque.

VIII. Voilà pour ce qui concerne toutes les Courbes propres à décrire les Fusées des Montres, suivant quelque puissance des longueurs de corde qui s'entortillent dessus (prises pour ce qu'elles couvrent de leur surface) qu'on regle les forces différentes de leur ressort à mesure qu'il se débande. Mais ce qui fait voir que cette hypothése n'est point celle de la Nature, c'est que la Courbe qu'on vient de voir (*art.* 1. & 2.) en résulter, n'a (*art.* 7.) qu'une asymptote, au lieu que l'état de la question en requiert deux.

Il est vrai que si au lieu de régler ainsi les forces du Ressort d'une montre sur les puissances de ce que sa corde couvre de la surface de son fuseau; on les régloit sur de pareilles puissances des portions correspondantes de l'aire de la Courbe génératrice de ce fuseau; l'on auroit (par la méthode de l'art. 1.) $xy^{\frac{m+1}{m}} = \frac{a^{\frac{1}{m}} b^{\frac{1}{m}}}{m+1}$ pour l'équation de cette Courbe, laquelle est effectivement du genre hyperbolique requis, & dont j'avois aussi démontré le cas de $m=1$, en 1678 à l'Académie, où je faisois $a=bb$: sçavoir qu'alors cette équation seroit $xyy = \frac{1}{2}b^3$, ne mesurant alors les forces du ressort que sur les simples longueurs de corde, roulées sur le fuseau, & prises pour les portions correspondantes de l'aire de la Courbe génératrice de ce fuseau.

Il est encore vrai que si l'on prenoit les forces du ressort ou les puissances m de ces longueurs de corde, comme de pareilles puissances des portions solides du fuseau, qui en sont couvertes, & $\frac{c}{a}$ pour le rapport d'une circonférence circulaire à son rayon; on trouveroit de même $xy^{\frac{2m+1}{m}} = \frac{2a^{\frac{m+1}{m}} b^{\frac{1}{m}}}{2mc+c}$ pour l'équation de cette même Courbe, laquelle seroit aussi du genre hyperbolique requis.

Mais il n'est pas vrai que les portions ni de l'aire de la Courbe

Courbe requiſe, ni du ſolide ou fuſeau réſultant de ſa révolution autour de ſon axe, ſoient comme les longueurs de corde dont elles ſeroient couvertes. Il eſt au contraire bien plus près du vrai que les ſurfaces de ces portions de fuſeau ſont comme les longueurs de corde qui les couvrent, en regardant cette corde comme indéfiniment déliée & ſerrée juſqu'à les couvrir entiérement, ainſi qu'on l'a ſuppoſé ci-deſſus. Que dis-je ? Il eſt manifeſte qu'une telle corde ainſi roulée auroit effectivement les longueurs employées, comme les portions de ſurface du fuſeau, qui en ſeroient couvertes. Ainſi c'eſt à l'hypothéſe *Des forces des reſſorts, priſes comme les puiſſances des longueurs de corde roulées ſur le fuſeau des montres*, qu'il s'en faut prendre ſi nous ne ſommes ici d'accord qu'avec la Géométrie, & non avec la Nature. En attendant que l'expérience nous en découvre la véritable hypothéſe par rapport à ceci, voici en général de quoi ſatisfaire à tout en peu de mots ; n'y ayant de difficulté que dans les cas particuliers, dont en voici ſeulement deux qui ſuffiront pour exemples : l'un Géométrique, & l'autre Méchanique.

EN GE'NE'RAL.

IX. Soit une Courbe quelconque, ayant les mêmes abſciſſes (x) que la Courbe cherchée, & dont les ordonnées (z) expriment telle variété qu'on voudra des forces du Reſſort d'un Horloge, à meſure qu'il ſe déroule. Il eſt viſible que quelle que ſoit la valeur de z, ſi on la ſubſtitue dans $\frac{ab}{y} = z$, cette égalité deviendra toujours celle de la Courbe génératrice de la Fuſée propre à cet Horloge.

Exemple 1. Si l'on ſuppoſe les forces du reſſort comme les ordonnées d'un Cercle : c'eſt-à-dire, $z = \sqrt{2ax - xx}$; l'on aura $\frac{ab}{y} = \sqrt{2ax - xx}$, ou $aabb = 2axyy - xxyy$ pour le lieu de la Courbe génératrice du fuſeau requis dans cette hypothéſe.

Exemple 2. Si l'on ſuppoſe que ces forces de reſſort ſoient comme les ordonnées d'une Cycloïde ordinaire, dont le

cercle générateur ait les ſiennes $= \sqrt{2ax - xx}$; on trouvera de même $\frac{abdy}{yy} = \frac{2adx - xdx}{\sqrt{2ax - xx}} = dx\sqrt{\frac{2a-x}{x}}$ pour l'équation de la Courbe génératrice du Fuſeau requis en ce cas.

On trouvera de même auſſi (à la difficulté du calcul près) les autres Courbes génératrices de ces ſortes de Fuſeaux pour toutes les hypothéſes imaginables de reſſorts à l'infini. Entre ces Courbes celle du problême précédent (*art.* 1.) ſe trouvera encore dans toute ſon étendue, en faiſant ſeulement $z = \frac{a}{b^{2m}} \times \overline{\int y\, dv}^{m}$. Les deux de l'art. 8. ſe trouveront de même en faiſant ſeulement auſſi $z = \overline{\int y\, dx}^{m}$ pour la premiére, & $z = \overline{\int \frac{cyydx}{2a}}^{m}$ pour la ſeconde : en prenant toujours x & y pour les coordonnées de ces courbes, & $\frac{c}{a}$ pour le rapport d'une circonférence circulaire à ſon rayon. Mais les deux exemples précédens ſuffiſent pour l'intelligence de l'uſage qu'on doit faire de l'équation générale $\frac{ab}{y} = z$ dont il s'agit ici : De ſorte qu'il ne reſte plus qu'à s'aſſurer par expérience, de la proportion ſuivant laquelle les forces de chaque Reſſort diminuent à meſure qu'il ſe déroule, pour avoir le véritable Fuſeau qui lui convient.

SUR UNE CURE EXTRAORDINAIRE.

PAR M. DU VERNEY le jeune.

1702. 26. Août. UN homme âgé de 40 à 42 ans, de bon tempérament, fut bleſſé la veille de S. Thomas 1701 d'un coup d'épée à la partie moyenne inférieure & interne du bras droit : le coup pénétroit en montant obliquement de quatre à cinq travers de doigts, le ſang ſortit avec impé-

tuosité, & le blessé tomba bien-tôt en foiblesse. En cet état il fut porté chez le premier Chirurgien qu'on rencontra ; on s'assura de l'artere par une compresse & une forte ligature appliquée au-dessus du coude. Le blessé revenu de sa foiblesse fut conduit chez lui ; on ouvrit l'entrée de la playe, on porta dans le fond du charpi baigné dans des liqueurs astringentes, on tempona bien, & on fit tenir l'appareil par un fort bandage. Le malade fut saigné, réduit à des bouillons très-légers, & à la tisanne. Il ne fut pansé que deux fois 24 heures après ; on découvrit jusqu'aux plumaceaux pour humecter seulement les linges & les bandes, on apporta pour le bandage la même précaution qu'au premier pansement, on continua à peu-près de même jusqu'à la veille de sainte Geneviéve : le sang donna abondamment, on fit encore une petite incision, & on pansa le blessé presque comme au premier appareil, quoiqu'il y eût déja quelques jours que le malade s'apperçût que l'avant-bras changeoit de couleur, neanmoins sans douleur. La fiévre étoit continue & ardente, l'inquiétude & l'insomnie très-grande. Enfin le jour de sainte Geneviéve on trouva non-seulement l'avant-bras gangrené, mais encore que la pourriture avoit gagné la partie interne du bras. Le malade & les assistans effrayés, on demanda du conseil, & on choisit trois Chirurgiens accoutumés à voir de grosses affaires. Ils examinerent le malade & la maladie ; l'avant-bras étoit entiérement cadavreux, de même que la partie interne du bras jusqu'à l'aisselle, & l'os du bras découvert par la pourriture jusqu'à trois ou quatre travers de doigts de l'aisselle. Le progrès de la pourriture, la fiévre avec oppression, les joues livides, le poulx petit & chancelant firent conclure d'écouter la nature, & d'employer les remedes capables de l'aider tant intérieurement qu'extérieurement.

Le même jour il se présenta une femme nommée Geneviéve, qui promit de guérir le malade ; les deux Chirurgiens qui le traitoient, le lui abandonnerent. Geneviéve commença par frotter tout le bras & l'avant-bras, sans égard

à ce qui étoit cadavreux, d'un onguent; enſuite elle couvrit le tout avec des linges qu'elle arrêta avec des épingles jusqu'au ſoir qu'elle panſa le malade de la même maniere; elle ordonna des alimens ſucculens, & du meilleur vin: en 24 heures la ſuppuration commença à paroître; elle continua même panſement, & chaque fois la playe étoit plus belle, la pourriture ſe ſéparant ſans peine, reſtant attachée aux linges ou au papier brouillard dont elle ſe ſervoit très-ſouvent. On propoſa à Geneviéve de ſéparer l'avant-bras dans la jointure, tant à cauſe de la mauvaiſe odeur, qu'à cauſe qu'il étoit preſque ſéparé par la pourriture; elle ne voulut point, diſant qu'il n'y falloit pas toucher, que ſon remede feroit tout ce qui ſeroit néceſſaire.

Enfin tout l'avant-bras ſe détacha entiérement du bras dans la jointure ſix ſemaines après, à compter du jour que Geneviéve commença à traiter le malade: elle continua à mettre ſur l'os du bras découvert, comme ſur tout le reſte, ſon onguent, ſans avoir égard à la boue qui paroiſſoit ſuinter entre l'os & les chairs, ni à aucune autre circonſtance. Les ſuites n'en furent pas moins heureuſes; car un mois après la chûte de l'avant-bras, l'os du bras qui avoit été découvert tomba, & ſe ſépara entiérement du reſte de l'os ſain.

Avant cette ſéparation on ne ſçavoit ce que deviendroit cette grande portion d'os, ni le lambeau de peau de la partie poſtérieure du bras; on avoit auſſi appréhendé l'hémorrhagie, tout cela n'embarraſſoit point Geneviéve; elle continua ſes panſemens, il coula des ſucs nourriſſiers de chaque fibre reſtante, chaque tuyau s'allongea. Enfin le bras a acquis ſa longueur naturelle, l'extrémité paroît figurée comme elle doit être naturellement, & le bout du lambeau de la peau s'eſt renverſé ſur la partie inférieure de l'os & le couvre à demi. Il reſte ſeulement le long de la partie interne une cicatrice difforme en maniere de croûte un peu écalleuſe; ce qu'on auroit aiſément évité, ſi on avoit empêché les bords de la peau de ſe renverſer en dedans; & cela eſt arrivé parce qu'elle ne pouvoit s'attacher

à l'os, & qu'on n'a pas eu ſoin d'approcher les bords après la chûte de l'os.

Tout cela s'eſt paſſé pendant quatre mois, ſans que le malade ait eu un accès de fiévre ni aucune incommodité; il a été purgé deux fois, & jouit d'une parfaite ſanté.

Réfléxions.

On a lieu de croire que la pourriture a été occaſionnée par la maniere de panſer le malade; car outre qu'on avoit fort ſerré à l'endroit de la playe, on avoit encore mis une forte compreſſe le long de l'artere juſques ſous l'aiſſelle, de maniere que la matiere de la nourriture a été dérobée à l'avant-bras, & aux endroits preſſés par le bandage. On peut éviter ce déſordre, ou en liant le vaiſſeau quand il eſt poſſible, ou en ſe ſervant du bandage ancvoiſmal qui eſt une eſpece de brayer, ou en portant à l'orifice du vaiſſeau de la meche d'Allemagne, ou de la veſſe de loup préparée ou non-préparée, qui eſt une eſpéce de champignon: mais quand on ſe ſert des deux derniers remedes, il faut faire tenir le champignon ou la meche juſqu'à ce qu'il ſoit attaché & collé au vaiſſeau, enſuite garnir de meche ou de poudres abſorbantes & balſamiques, & dans l'une & l'autre de ces occaſions entretenir la circulation dans la partie.

La grande hémorrhagie, quatre fortes ſaignées, & un régime très-ſévere avoient épuiſé & appauvri le ſang du malade; ainſi dépouillé de ſa partie onctueuſe & chileuſe, il n'a pû ſe réparer ni fournir des matieres capables d'animer la partie bleſſée, ce qui a occaſionné la fiévre, & augmenté la pourriture, n'étant pas adouci & corrigé par les moyens convenables. Dès que le malade eut pris de bons alimens, il parut beaucoup mieux, le progrès de la pourriture ceſſa, & la vie commença de paroître par un ſuintement qui mit des bornes entre la partie ſaine & la partie morte. Il y a lieu de juger que les vaiſſeaux ont été cautériſés ou bouchés par les ſucs corroſifs, de même qu'ils l'au-

roient pû être par les caustics ordinaires, ou par la ligature, puisque l'artere n'a pas donné dans le tems de la suppuration, quoiqu'elle ne fût assujettie en aucune maniere, qu'elle fût proche de son tronc, & que le malade prît de bons alimens & de bon vin; la maniere douce & insensible dont s'est fait la suppuration, & la séparation des parties mortes ou cautérisées a donné le tems à l'artere de se réparer; ce qui fait bien connoître qu'il ne faut jamais hâter la chûte de l'escarre, ni la ligature des vaisseaux où on les a appliqués. Au contraire, il faut se servir de remedes capables d'absorber les humidités superflues des environs, afin que la ligature ou l'escarre dure plus long-tems, & donne lieu aux chairs & aux vaisseaux de s'allonger, de s'unir & de s'opposer à l'impulsion du sang.

On doit de même penser que la plûpart des précautions qu'on prend ordinairement pour faire exfolier les os, ou en tout, ou en partie, sont souvent inutiles ou nuisibles, c'est l'ouvrage de la nature. Le plus grand secret est de conserver à la partie sa chaleur naturelle, ou l'augmenter quand elle est languissante; & souvent cela se fait avec peu d'appareil, comme il paroît par l'observation précédente, & en peu de tems, malgré le désordre où étoit le bras, & le peu de chairs qui y restoient. Dans cette occasion, par exemple, la rugine, le trépan & le caustic auroient été inutils; on pouvoit scier l'os lorsque la pourriture a été détachée, mais on n'auroit pas guéri plûtôt le malade, l'exfoliation auroit sans doute été retardée, & le malade n'auroit pas un allongement de parties qui lui tient lieu de bras.

J'ai vû plusieurs Chirurgiens attendre l'exfoliation ou séparation d'une partie de quelque os sept à huit mois, même des années entieres inutilement, nonobstant le charpi sec, l'esprit-de-vin, les caustics & la rugine, tandis que d'autres les tiroient heureusement d'affaire en moins de tems.

J'avois cru d'abord que le remede dont Geneviéve s'est servi dans cette occasion, est le même que le sui-

vant; cependant j'ai reconnu depuis par expérience qu'il y a de la différence. Ce remede me fut donné il y a douze ou treize ans comme un grand ſecret, ſous le nom de Baume pour les rhumatiſmes, playes de feu, ulceres avec carie & autres.

Prenez poix réſine, poix de Bourgogne de chacune demi-livre, poix de Cordonnier deux onces, cire jaune quatre onces, térébenthine de Veniſe deux onces, ſain-doux nouveau ſans ſel, & beurre frais une livre de chacun, eſſence de romarin trois ou quatre cuillerées, mêler & faire onguent ſelon l'art.

Il faut avant de s'en ſervir laver la playe ou l'ulcere avec du gros vin chaud, faire chauffer une aſſiette, mettre le Baume deſſus, & en mettre dans la playe ou ulcere auſſi chaudement que le malade le pourra ſouffrir, & mettre un papier brouillard par-deſſus, enſuite envelopper le tout d'un linge.

Onguent de Geneviéve, ou Baume interne & externe.

Prenez huile d'Olives trois livres, eau roſe demi-ſeptier, cire neuve demi-livre, térébenthine de Veniſe une livre, ſantal rouge en poudre deux onces.

Il faut faire bouillir le tout dans un pot de terre neuf avec trois demi-ſeptiers de vin rouge; ayant bouillis demi-heure vous ôterez le pot du feu, & le laiſſerez refroidir; après vous ſéparerez le Baume d'avec le vin, & les poudres qui reſtent au fond du pot.

On ſe ſert de ce remede, non-ſeulement pour toutes ſortes de bleſſures, ſoit qu'elles pénétrent ou qu'elles ne pénétrent pas, aux ulceres gangrenés, rhumatiſmes, & toutes ſortes de douleurs, même aux douleurs intérieures, comme à la pleureſie, colique, maux de tête, &c. en oignant chaudement, & en en prenant deux gros par la bouche. On s'en ſert auſſi à toutes fiévres malignes.

Ce remede ſert encore contre la morſure des animaux venimeux.

Aux blessures qui pénétrent dans les cavités, il en faut seringuer dans la playe, & en faire prendre avec du bouillon de veau, de chapon, ou autre, ou même avec quelques eaux ou tisannes vulnéraires.

OBSERVATION

Sur un Fœtus humain trouvé dans la trompe gauche de la matrice.

PAR M. LITTRE.

1702. 30. Août. LE 12. Fevrier 1701. je fus appellé pour aller voir la femme d'un Peintre qui étoit malade à l'extrémité. Je la trouvai dans une sueur froide, avec un visage extrêmement pâle, le ventre gros & tendu, des envies continuelles de vomir, mais sans aucun effet: elle avoit une grande difficulté de respirer, & ne pouvoit proférer une seule parole entiere; il lui prenoit souvent des foiblesses, & elle avoit un poulx très-petit & intermittent.

Cette femme quoique réduite dans un état si déplorable ne manquoit point de connoissance; car elle me fit comprendre par des signes & des paroles entre-coupées, que de tous les maux qu'elle souffroit, il n'y en avoit point de plus insupportable, qu'une espéce de barre située en travers au-dessous du diaphragme, qui l'empêchoit de respirer, & qu'une douleur aiguë qu'elle sentoit dans le ventre au côté gauche de l'hypogastre.

La Garde me dit qu'il y avoit environ six semaines que la malade n'avoit pas eu ses regles; que depuis trois jours elle étoit tombée sur ses genoux; que six heures après la chûte elle avoit commencé de sentir dans le ventre des douleurs très-vives; que ces douleurs avoient duré vingt-huit heures sans aucun relâche, auquel tems précisément ses regles étoient revenues, & avoient continué de couler;

que

que cet écoulement étoit toujours allé en diminuant; qu'il avoit entiérement ceſſé depuis trois heures; que la malade s'étoit trouvée un peu ſoulagée dans le fort de l'écoulement; qu'on ne lui avoit donné que quelques lavemens pour tout reméde; que le Chirurgien & la Sage-Femme avoient propoſé la ſaignée du pied, à laquelle le mari n'avoit pas voulu conſentir, ſans ſçavoir ſi je la jugerois à propos. Je ne fus pas d'avis qu'on ſaignât la malade, parce qu'étant dans une extrême foibleſſe, elle n'auroit pû la ſupporter. Je conſeillai ſeulement qu'on eſſayât de lui faire prendre une potion cordiale, que j'allois lui ordonner; qu'en attendant on lui fît adminiſtrer les Sacremens, parce que je croyois qu'elle avoit peu d'heures à vivre. En effet elle mourut trois heures après que je l'eus quittée, à ce qu'on me dit le lendemain matin, en me venant prier de la part du mari de vouloir faire l'ouverture du cadavre de ſa femme pour découvrir la véritable cauſe de ſa mort.

En ouvrant le ventre de ce cadavre, à peine eus-je fait une petite ouverture au peritoine, qu'il rejaillit du ſang de la cavité du ventre avec beaucoup d'impétuoſité, tant elle en étoit pleine; auſſi y trouvai-je plus de quatre pintes de ſang épanché, qui étoit noir & liquide, hormis une petite portion qui étoit caillée & adhérante au ligament large gauche de la matrice.

Je compris d'abord que la grande quantité de ſang épanché dans la cavité du ventre de cette femme avoit été la cauſe de ſa mort, auſſi-bien que de la groſſeur & de la tenſion du ventre, de la difficulté de reſpirer, de la pâleur du viſage, de la ſueur froide, des foibleſſes, de la petiteſſe & de l'intermittence du poulx.

Je vuidai tout le ſang épanché pour connoître la partie d'où il s'étoit écoulé. Après un petit examen des parties contenues dans la cavité du ventre, je reconnus que cette partie étoit la trompe gauche de la matrice, parce que j'y apperçus une déchirure cinq lignes au-deſſous de ſon pavillon. Alors je conçus aiſément que la douleur que cette femme avoit ſentie dans la partie gauche de l'hypogaſtre,

avoit été caufée par le déchirement de cette trompe, qui eft placée en cet endroit.

Je remarquai dans cette trompe, à l'endroit de la déchirure, un corps rond & tranfparent en partie, d'un pouce & demi de diamétre, que je trouvai dans la fuite être un fœtus qui nageoit en une liqueur fort claire, contenue dans les membranes chorion & amnios. Le placenta de ce fœtus étoit attaché à la furface intérieure de la trompe, & il étoit fi grand, qu'il faifoit feul plus de la moitié de ce corps. C'eft apparemment à caufe de la groffeur exceffive du placenta, que les femmes font fi malades quand elles fe bleffent, par la difficulté qu'il a à fortir de la matrice; difficulté qui eft d'autant plus grande, que les femmes font moins avancées dans leur groffeffe; parce que plus le fœtus eft jeune, plus le placenta eft grand à proportion du corps du fœtus, comme je l'ai plufieurs fois remarqué dans des avortemens, & dans l'ouverture du cadavre de quelques femmes mortes pendant leur groffeffe.

La cavité de cette trompe au lieu où elle étoit déchirée, avoit un pouce & demi de diamétre. Les parois y étoient plus épaiffes que dans les autres parties, principalement où le placenta étoit attaché. Dans le refte de ce conduit les parois étoient un peu plus épaiffes que celles de la trompe droite dans toute fa longueur.

La partie de la trompe qui étoit au-deffus de la déchirure, avoit plus de largeur que la même partie de la trompe droite: mais la premiére depuis la déchirure jufqu'au dedans de la matrice, étoit plus étroite & plus dure que la derniére dans la même étendue.

Le déchirement de la trompe arriva dans cette femme, à caufe que par l'accroiffement du fœtus, quelques parties de cette trompe étoient devenues fi minces en cet endroit, qu'elles ne purent réfifter à la violente fecouffe, ni à la forte preffion qu'elles avoient fouffertes dans le tems de la chûte. En effet la partie déchirée de la trompe étoit beaucoup plus mince à l'endroit de la déchirure, de la largeur d'une demi-ligne, que dans tout le refte.

Je remarquai dans les ovaires de cette femme autant de cicatrices, que ses parens me dirent qu'elle avoit eu d'enfans. De ces cicatrices qui étoient au nombre de cinq, il y en avoit une dans l'ovaire gauche, au milieu de laquelle j'observai une ouverture ronde d'une demi-ligne de largeur, qui répondoit à une cavité qui étoit ronde aussi, & qui avoit deux lignes de diamétre. Il y a apparence que le fœtus dont il s'agit ici, étoit sorti de l'ovaire par cette ouverture.

Je remarquai enfin que le corps de la matrice étoit plus gros qu'à l'ordinaire; que ses parois étoient plus épaisses; que sa capacité étoit pleine de sang d'un rouge clair quoique caillé, & que la surface intérieure de la matrice étoit percée d'un nombre infini de petits trous, où j'introduisois facilement une soye de porc : ces trous étoient pleins d'un sang vermeil, que j'en exprimois en forme de petites gouttes, lorsque je pressois entre mes doigts les parois de la matrice. C'est sans doute par ces trous qu'étoit sorti le sang que j'avois trouvé dans la capacité de la matrice; aussi étoit-il semblable à celui que la malade avoit rendu par cette partie avant sa mort sous la forme de regles.

J'examinai ensuite la surface intérieure du vagin, pour voir si j'y remarquerois les mêmes choses que dans la matrice : mais n'y ayant rien trouvé de semblable, je crois qu'on peut dire que le sang des regles coule des parois de la matrice, & non pas de celles du vagin.

De pareilles remarques que j'ai faites sur quelques filles & quelques femmes mortes pendant le tems de leurs regles, me confirment dans ce sentiment : mais les trois observations que j'ai faites sur une fille & sur deux femmes, mettent la chose hors de doute : toutes les trois avoient une descente du propre corps de la matrice; dans chacune l'orifice intérieur se trouvoit de niveau avec les lévres de la grande fente. J'ai remarqué dans toutes les trois, que tout le sang des regles sortoit par l'orifice intérieur de la matrice, & qu'il n'en couloit aucune goutte de la propre cavité du vagin.

Description du Fœtus.

Le cordon ombilical de ce Fœtus avoit 4 lignes de longueur sur une & demie d'épaisseur Son corps étoit d'un pouce de longueur, depuis le dessus de la tête jusqu'à la plante des pieds. Le tronc qui étoit fort courbé en-devant, avoit quatre lignes de diamétre. La tête étoit longue de quatre lignes, & un peu plus grosse que le reste du tronc. Il paroissoit à la partie inférieure de chaque temple un trou de demi-ligne de diamétre, bordé d'une petite ligne blanche, qui étoit fort peu élevée au-dessus de la superficie des parties voisines. Ce trou étoit sans doute l'entrée de l'oreille.

On observoit dans la face de ce Fœtus, 1°. Deux yeux de couleur bleue, qui étoient bien formés, larges chacun d'une ligne, & couverts de deux paupieres grandes à proportion.

2°. Trois petites éminences à la place du nez, dont l'une étoit située au-dessus des deux autres : la supérieure étoit solide, elle se terminoit en pointe, & sembloit n'être autre chose que la partie inférieure des deux os du nez. Les deux éminences inférieures étoient placées à côté l'une de l'autre, leur figure étoit ronde, elles étoient creuses dans leur milieu, & elles paroissoient être l'entrée des deux narines.

3°. L'ouverture de la bouche avoit deux lignes de longueur sur un tiers de ligne de largeur, & elle s'étendoit de part & d'autre à une demi-ligne près jusqu'aux trous des oreilles.

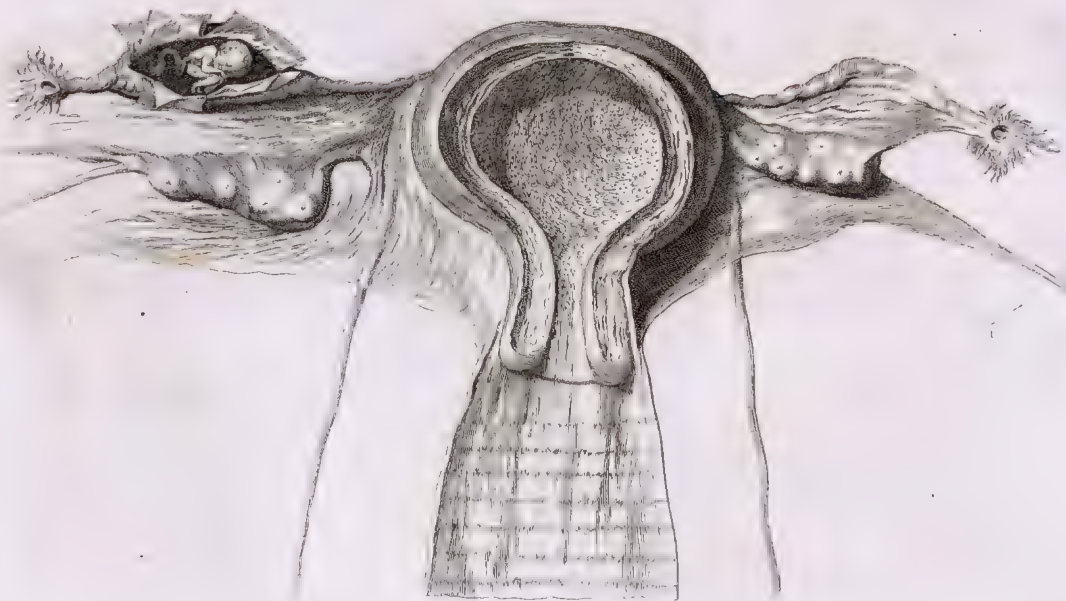
Enfin le menton étoit appuyé sur la partie supérieure moyenne de la poitrine.

On remarquoit dans ce Fœtus les extrémités supérieures & les inférieures : les supérieures avoient deux lignes de longueur sur une & demie de largeur, & on y distinguoit le bras, l'avant-bras & la main, & dans la main les doigts qui étoient bien formés & fort distincts les uns des autres.

Les extrémités inférieures étoient un peu plus longues & plus grosses que les supérieures, & on y remarquoit la



Gravé par



par Simonneau le fils

cuiſſe, la jambe & le pied, & dans le pied les orteils qui étoient plus courts, plus menus, & moins écartés les uns des autres que les doigts.

J'obſervai au milieu du pubis un corps de figure un peu conique de deux lignes de longueur, & de deux tiers de ligne de largeur, qui étoit vrai-ſemblablement la verge de ce Fœtus, parce qu'il n'y avoit point aux environs aucune apparence de fente.

J'introduiſis dans le rectum par l'anus un tuyau d'un tiers de ligne de diamétre, avec lequel je fis un peu enfler les inteſtins en y ſoufflant.

Le coccyx étoit ſi recourbé en-devant, qu'il touchoit preſque par ſon bout à la petite verge.

J'ouvris enſuite le ventre de ce Fœtus, dont la capacité avoit trois lignes de longueur ſur deux & demie de largeur, & autant de profondeur. J'y diſtinguai l'eſtomach, les inteſtins en gros, le meſentere, le foye, la rate, les reins, les glandes renales qui étoient beaucoup plus groſſes que les reins, & enfin la veſſie.

De l'ouverture du ventre je paſſai à celle de la poitrine, dont la capacité avoit deux lignes de longueur, & à peu près autant de largeur & de profondeur; j'y remarquai le médiaſtin qui n'étoit pas plus épais qu'une toile d'araignée la plus fine; le thymus qui avoit un peu plus d'une ligne de longueur, & un peu moins de largeur & d'épaiſſeur; le cœur qui étoit long d'une ligne, & preſqu'auſſi large du côté de la baſe, & les poulmons qui avoient chacun deux lignes de longueur ſur une de largeur. La cavité de la poitrine étoit ſéparée de celle du ventre par le diaphragme qui paroiſſoit tout membraneux, & qui étoit très-mince.

Enfin j'achevai l'examen de ce Fœtus par le crâne, dont les os n'avoient encore que la conſiſtance des membranes. Ayant ouvert le crâne je trouvai la dure-mere adhérante preſque par-tout à la ſurface intérieure de la membrane qui tenoit lieu de ſes os, laquelle n'étoit pas plus épaiſſe qu'une feuille de papier fin. La premiere étoit ſi mince & ſi déliée,

qu'elle étoit presque imperceptible. La substance du cerveau ressembloit à de la bouillie claire, & toutes ses parties étoient si confondues, qu'il ne me fut pas possible d'en distinguer aucune.

SUITE D'OBSERVATIONS
SUR L'HYDROPISIE.

PAR M. DU VERNEY le jeune.

1702. 2. Septembre.

VErs la fin de l'année 1701. une femme âgée de 25 à 30 ans, nommée Madame l'Avocat, Boulangere dans S. Jean de Latran, devint ascitique par une suppression de vuidanges, arrivée quelques jours après être accouchée, & causée par un grand chagrin. Elle appella du conseil, on fit tout ce que l'art demande en pareille occasion : mais la malade n'étant point soulagée, on lui proposa la ponction. Je fus appellé en consultation le 24 Decembre de la même année Les jambes & les cuisses étoient fort grosses, le ventre ne l'étoit pas à proportion ; néanmoins la malade se trouvoit fort oppressée, ne respiroit qu'avec beaucoup de peine, & n'urinoit que très-peu. Comme dans cet état elle n'espéroit du soulagement que par la ponction, Monsieur de Bremont Medecin ordinaire de Monsieur, ayant essayé inutilement de lui en procurer par les autres moyens, nous convînmes de tenter ce secours. Je trouvai des matieres blanches & épaisses comme de la bouillie bien claire & bien légere, qui avoient une odeur de pus.

Après en avoir vuidé environ une pinte & demie, il parut quelques glaires, & le jet cessa. Je fis tousser la malade, la canulle se déboucha, & il sortit en jet & en arc environ deux pintes d'une matiere semblable à du petit lait sans interruption. Le jet arrêté, je fis donner du vin à la malade, presser son ventre de différentes manieres ; puis la faisant

touſſer encore de tems en tems, il ſortit environ un verre de matiére glaireuſe & purulente; la malade ſe trouva fort ſoulagée, prit de la nourriture, & s'endormit. Le ſoulagement continua, & elle urina ſi abondamment durant quelques jours, que les jambes, les cuiſſes & les reins en furent tout-à-fait déſenflés, de même que le ventre : elle eut l'appétit & le ſommeil bons; ſes forces ſe rétablirent, de maniére que trois ſemaines après elle alla à la campagne.

Au bout de quelque tems elle y fut attaquée d'une colique; ſon ventre devint douloureux, & regroſſit en cinq ſemaines preſqu'autant qu'il l'étoit avant la ponction. Comme elle ſe déterminoit à venir à Paris pour ſe faire faire une ſeconde ponction, l'ombilic qui s'étoit dilaté & allongé de la groſſeur & longueur du pouce s'ouvrit, il en ſortit des matiéres ſemblables à celles qui furent vuidées le 24 Décembre par la ponction. La malade preſſa elle-même ſon ventre, & en fit ſortir tout ce qu'elle put; l'ombilic ſe referma. Cette femme m'a dit qu'elle ſe trouva fort foible après cette évacuation, & qu'au bout de huit jours l'ombilic ſe r'ouvrit, d'où il ſortit de l'eau fort claire : elle fut très-ſoulagée de cette ſeconde évacuation, & l'ombilic ſe ferma de maniére qu'elle crut en être quitte. Cependant quelques jours après être arrivée chez elle, ſes douleurs & ſes inquiétudes dans le ventre ſe renouvellérent; elle s'apperçut que ſon ventre groſſiſſoit; enfin ayant acquis un certain volume, l'ombilic ſe r'ouvrit, & ſe referma encore deux fois en même-tems, & avec les mêmes circonſtances qu'à la campagne. Depuis ce tems-là juſqu'à préſent elle a toujours joui d'une parfaite ſanté.

Cette obſervation me paroît ſinguliére en pluſieurs maniéres.

La premiére, en ce qu'il eſt ſorti par une ſeule & même ponction des matiéres de différente nature; ce que je n'ai encore vû qu'aux hydropiſies enkiſtées, & même très-rarement.

La ſeconde, en la maniére dont l'ombilic s'eſt allongé, dilaté, ouvert & fermé périodiquement de lui-même.

La troisiéme, c'est qu'il ne guérit presque point d'hydropique dont les eaux paroissent altérées & purulentes. Enfin, l'heureuse réussite de ces évacuations naturelles marque non-seulement l'utilité de la ponction, mais encore la nécessité de la réiterer prudemment suivant l'occasion.

COMETE VUE A L'EMBOUCHURE du Fleuve de Missisipi en Amérique, en Février & Mars 1702.

PAR M. CASSINI.

1702. *6.* Septembre.

MOnsieur le Sueur envoyé par le Roi l'année passée à la Riviére de Missisipi, étant arrivé sur la fin du mois de Février dernier à l'embouchure de cette Riviére, apperçut une Cométe qu'il montra aux Peres Jesuites qui étoient dans son bord. Mais comme ces Peres, non plus que les autres personnes qui étoient dans le Vaisseau, n'étoient point initiés dans les Mathématiques, personne n'a observé cette Cométe en ce pays-là que Monsieur le Sueur, encore ne l'a-t-il pas observée en Astronome, mais seulement suivant sa portée. Elle lui parut droite à l'Ouest Sud-Ouest. Elle paroissoit comme une grosse étoile, avec une queue ou lumiére qui descendoit en biaisant à gauche & vers l'horison.

Il a commencé à la voir le 27 Février de cette année sur les *6* heures du soir. Le lendemain elle lui parut à la même heure, & il la vit encore à la même heure le premier de Mars. Elle paroissoit tous les jours susdits jusqu'à 8 ou *9* heures, & il la vit même un de ces jours jusqu'à dix heures. Elle paroissoit quelquefois très-éclatante, & d'autres fois elle étoit plus foible.

Réflexion sur cette Observation.

Il ne faut pas douter que ce Phénomene ne soit le même

me qui a été obſervé par M. Maraldi en Italie, dont nous avons fait le rapport dans la derniére Aſſemblée publique.

Elle a paru aux mêmes jours, aux mêmes heures du jour dans la même région du Ciel. La queue a paru de la même figure, dans la même direction. C'eſt un dommage que l'Obſervateur ne l'ait comparée aux étoiles fixes par leſquelles elle paſſoit.

Ce qu'il y a de particulier dans cette obſervation de l'Amérique, c'eſt qu'on en remarqua la tête en forme d'une groſſe étoile, qui n'a pas paru en Italie. Ainſi il eſt arrivé la même choſe qu'à celle qui fut obſervée du tems d'Ariſtote, dont la plûpart des Obſervateurs ne virent que la queue; ce qui lui fait donner le nom de Poutre & de Sentier; & d'autres virent auſſi la tête.

DESCRIPTION DU LABYRINTHE DE CANDIE;

Avec quelques Obſervations ſur l'accroiſſement & ſur la génération des Pierres.

PAR M. TOURNEFORT.

LE Labyrinthe de Candie eſt un conduit ſoûterrain en maniére de rue, qui par mille tours & détours pris en tous ſens & ſans aucune régularité, parcourt tout l'intérieur d'une colline ſituée au pied du Mont Ida, du côté du midi, à trois milles de l'ancienne Ville de Gortine. On entre dans ce Labyrinthe par une ouverture de ſept ou huit pas de large, où à peine un homme de médiocre taille pourroit paſſer ſans ſe courber. Le bas de l'entrée eſt fort inégal; mais le haut eſt aſſez plat & terminé naturellement par pluſieurs lits ou couches de pierres poſées horizontalement les unes ſur les autres. On trouve d'abord une eſpéce de caverne fort ruſtique dont la pente eſt douce;

mais à mesure que l'on avance, ce lieu paroît tout à-fait surprenant. Parmi tous ces detours il y a une allée qui est bien moins embarrassante que les autres, laquelle par un chemin d'environ 1200 pas qui se fourche à son extrémité, conduit à une grande & belle sale qui est au fond du Labyrinthe. Pour trouver cette allée il faut se détourner à gauche environ à trente pas de l'entrée. Si l'on enfile quelque autre rue, on s'engage, après avoir bien fait du chemin, dans une infinité de recoins & de culs-de-sacs, d'où l'on ne sçauroit se tirer sans danger.

Nous fîmes en demi-heure de tems 1160 pas dans cette principale allée sans nous écarter à droite ni à gauche. Elle est haute de sept ou huit pieds, lambrissée d'une couche de rochers horisontale, & toute plate comme le sont la plûpart des lits de pierre de ce quartier-là. Il y a pourtant quelques endroits où il faut un peu baisser la tête, & un entre les autres que l'on rencontre vers le milieu du chemin, où l'on est obligé de marcher, comme l'on dit, à quatre pattes. Cette allée est ordinairement assez large pour laisser passer deux ou trois personnes de front. Le pavé en est uni. Il ne faut ni monter ni descendre considérablement. Les murailles sont taillées à plomb, ou faites de pierres qui embarrassoient les chemins, & que l'on a pris la peine de ranger fort proprement, comme l'on fait celles des murailles où l'on n'emploie point de mortier : mais il se présente tant de chemins de tous côtés, que l'on s'y perdroit indubitablement sans les précautions nécessaires. Comme nous avions grande envie d'en revenir, nous postâmes, 1. un de nos guides à l'entrée de la caverne avec ordre d'aller chercher du monde au village prochain pour venir nous délivrer, supposé que nous ne fussions pas de retour avant la nuit. 2. Chacun de nous portoit à la main un gros flambeau. 3. Nous attachions sur la droite des papiers numerotés dans tous les détours qui nous paroissoient difficiles à pouvoir être repris. 4. Un de nos Grecs laissoit à gauche de petits fagots d'épines dont il avoit fait provision, & un autre prenoit soin de semer sur le chemin

de la paille dont il portoit un ſac ſous le bras. Ainſi nous fîmes notre route fort heureuſement : mais après avoir bien examiné ce lieu, nous convînmes tous qu'il n'y avoit aucune apparence que ce fût une ancienne carriére dont on eût tiré les pierres pour bâtir les Villes de Gortine & de Cnoſſe, ainſi que Bellon & quelques Auteurs modernes l'ont penſé. Quelle vrai-ſemblance qu'on eût été chercher des pierres dans le fond d'une allée ſi étroite qui a plus de mille pas de profondeur, & qui eſt entre-coupée par une infinité d'autres rues qui pénétrent toute une montagne, où l'on court riſque de ſe perdre à tous momens? On auroit plûtôt ouvert une carriére à l'ordinaire, comme on l'a pratiqué de tout tems, ainſi qu'on le voit dans les fameuſes carriéres de Paros & de Scio. Comment faire paſſer ces pierres dans l'endroit où il faut marcher à quatre pattes, qui a plus de 100 pas de long, & qui aſſurément eſt tout naturel? La montagne d'ailleurs eſt ſi rude & ſi eſcarpée, qu'on a beaucoup de peine à y pouvoir monter à cheval. Nous cherchâmes inutilement les orniéres des charettes, que Bellon aſſure y avoir obſervées. Ces orniéres feroient bien voir qu'on s'eſt ſervi de charettes pour vuider les allées du Labyrinthe; mais non pas qu'on eût creuſé ce lieu pour en tirer des pierres à bâtir. Il eſt bon même de remarquer que la pierre du Labyrinthe n'eſt ni belle ni dure. Elle eſt blanc-ſale, & ſemblable à celle des montagnes au pied deſquelles la Ville de Gortine eſt bâtie. Pour ce qui eſt de celle de Cnoſſe, elle étoit bien loin delà, comme nous le ferons voir dans la Relation de notre voyage de Levant.

Il y a donc beaucoup plus d'apparence que le Labyrinthe n'eſt qu'un conduit naturel, que d'habiles gens ont pris plaiſir il y a pluſieurs ſiécles de rendre praticable, en faiſant aggrandir la plûpart des endroits qui étoient trop reſſerrés. Pour en exhauſſer le plancher, on ne fit que détacher quelques lits de pierre qui naturellement ſont par couches horizontales dans toute l'épaiſſeur de la montagne. On tailla les murailles à plomb dans certains endroits,

& l'on prit soin de ranger la plûpart des pierres qui embarrassoient les chemins. Peut-être que l'on ne toucha pas à l'endroit où il faut marcher à quatre pattes, pour faire connoître à la postérité comment le reste étoit fait naturellement ; car au-delà de cet endroit l'allée est aussi belle qu'en deçà. Comme tout ce qui avoit apparence de grandeur frappoit les anciens Grecs, & sur-tout en matiére de bâtimens, il y a apparence qu'ils perfectionnérent ce que la nature n'avoit fait qu'ébaucher. Quelques Bergers peut-être ayant découvert ces conduits souterrains, donnérent lieu aux grands hommes de ce tems-là de les aggrandir, & d'en faire ce merveilleux Labyrinthe qui ne donne aujourd'hui retraite qu'à des chauve-souris, & qui peut avoir servi d'azile à plusieurs familles pendant les guerres civiles, ou sous les regnes des Tyrans ; car ce lieu est extrêmement sec, & l'on n'y voit ni égoûts ni congélations, comme dans les caves gouttiéres. On peut ajouter à cette conjecture, qu'il y a deux ou trois autres conduits naturels fort profonds dans les collines voisines du Labyrinthe, dont on pourroit faire de semblables merveilles, si on le trouvoit à propos. Les cavernes sont fort fréquentes par toute l'Isle de Candie. La plûpart des rochers, & sur-tout ceux du Mont Ida, sont percés à jour par des trous à y fourrer les deux poings ou la tête. On y voit plusieurs abîmes profonds & perpendiculaires ; pourquoi n'y auroit-il pas des conduits soûterrains horizontaux dans des lieux où les bancs de pierre sont assis horizontalement les uns sur les autres ? Il y a apparence que ceux qui creusérent en France l'Amphithéâtre de Douvai proche le pont de Cé, y furent invités par quelque caverne dont l'ouverture étoit semblable à celle de nos puits. La beauté ou peut-être la bizarrerie du lieu les engagea à l'aggrandir, & à lui donner la forme d'un Amphithéâtre, qui occupe encore le creux d'une montagne assez considérable, dont tous les dehors sont couverts de terre. Cet ouvrage n'est pas moins admirable que le Labyrinthe de Candie. Quoi qu'il en soit, il est certain que celui qui se voit dans cette Isle n'est pas le fa-

Lipf. de Amphit.

meux Labyrinthe dont les Anciens ont parlé. Celui-ci avoit été fait par Dedale sur le modéle du Labyrinthe d'Egypte, qui étoit un des plus fameux édifices du monde, embelli à son entrée d'un très grand nombre de colonnes, & cent fois plus grand que celui de Candie, ainsi que le raporte Pline, qui assure que de son tems il ne restoit plus aucun vestige de ce dernier. Je ne connois personne qui en ait fait mention que l'Auteur du grand Dictionnaire Etymologique Grec. *Λαβύρινθος ἐν τῇ Κρήτῃ τῇ νήσῳ ὄρος ἐν ᾧ ἐστι σπήλαιον ἀντρῶδες*, &c. *Lib. 36. cap. 13.*

Je ne sortirai pas du Labyrinthe sans vous entretenir, Messieurs, d'une observation qui me paroît fort remarquable, & que je cherchois depuis long-tems pour confirmer une hypothése que j'ai eu l'honneur de vous proposer sur la végétation des pierres. Celles du Labyrinthe croissent & s'augmentent sensiblement, sans qu'on puisse soupçonner qu'aucune matiere étrangere leur soit appliquée par dehors. Ceux qui ont gravé leurs noms sur les murailles de ce lieu, qui sont toutes de roche vive & taillées à plomb, ne s'imaginoient pas sans doute que les traits de leurs ciseaux dûssent se remplir insensiblement, & que dans la suite du tems ils pussent devenir relevés d'une espéce de broderie haute d'environ deux lignes dans quelques endroits, & de trois lignes dans quelques-autres; de telle sorte que ces caracteres de creux qu'ils étoient, sont présentement de bas reliefs. La matiere en est blanchâtre, quoique la pierre d'où elle sort soit grisâtre, & je regarde ce bas relief comme une espéce de calus formé par le suc de la pierre, qui s'est insensiblement extravasé dans les endroits que l'on avoit déchirés en écrivant, de même qu'il se forme des calus entre les fibres des os qui viennent d'être cassés. On pourroit encore comparer cette espéce de broderie qui est toute inégale & grainée, aux chairs naissantes qui s'élevent, comme tout le monde sçait, en maniere de petits grains. Il se passe quelque chose de semblable dans l'écorce des arbres sur laquelle on a gravé des noms avec la pointe d'un coûteau. Le Poëte a eu raison de

dire, que les caracteres croiſſoient à meſure que les arbres grandiſſoient.

Virgil. Eglogue X.

Creſcent illæ, creſcetis amores.

J'ai eu l'honneur de faire voir à l'Aſſemblée avant mon départ une pierre d'Aigle dans laquelle il y avoit de ſemblables ſoudures. En caſſant cette pierre pour en obſerver la ſtructure intérieure, je m'apperçus qu'elle étoit revêtue en quelques endroits de pluſieurs calus qui en avoient réuni les parties, leſquelles avoient été caſſées dans le tems qu'elles croiſſoient. Ce calus n'étoit que le ſuc nourricier de la même pierre, qui après en avoir collé les piéces, avoit rebavé de l'épaiſſeur de demi-ligne, & s'étoit durci en maniere de ſoudure. La même choſe eſt arrivée à une de ces ſortes de pierres qui viennent des Indes, & dans leſquelles on trouve très-ſouvent des criſtaux, & même de petits diamants. Celle-ci ayant été fendue par accident en pluſieurs morceaux, ils ſe ſont réunis auſſi par un calus naturel.

Ces trois obſervations font voir manifeſtement qu'il y a des pierres qui croiſſent dans les carrieres, qui ſe nourriſſent par conſéquent, & que le même ſuc qui les nourrit ſert à rejoindre leurs parties lorſqu'elles ſont caſſées; de même qu'il arrive aux os des animaux, ou aux branches des arbres que l'on prend ſoin d'arrêter avec un bandage. Cela étant, il ſemble que l'on ne puiſſe pas douter qu'il n'y ait des pierres organiſées. Elles ne ſçauroient tirer leur ſuc nourricier que de la terre. Ce ſuc doit être filtré dans leur ſuperficie, que l'on peut regarder comme une eſpéce d'écorce, & delà il doit être porté dans toutes les autres parties. Il y a beaucoup d'apparence que le ſuc qui a rempli le creux des caracteres que l'on a gravés dans le Labyrinthe de Candie, a été porté ſur la ſurface de cette roche du fond de ſes racines; & il n'y a pas plus de difficulté de le concevoir, qu'il y en a de comprendre comment la ſéve paſſe des racines de nos plus grands chênes & de nos ſapins juſqu'à l'extrémité de leurs plus hautes branches. Il faut avouer que le cœur de ces arbres eſt d'une grande dureté;

ceux de Bresil que l'on appelle Bois de fer, le Guaïac & l'Ebeine le sont encore davantage. Le Corail est aussi dur dans la mer qu'il l'est hors de l'eau. Tout ce qu'on appelle Champignons marins, dont la structure est si singuliere, & qui croissent du consentement de tout le monde, est véritablement pierre; & cette pierre est si semblable à l'ordinaire, qu'on l'employe en Amérique pour en faire de la chaux. Je ne crois pas que personne puisse s'aviser de nier que les coquilles ne croissent aussi par le secours d'un suc nourricier. Cependant ce suc nourricier, ainsi que celui qui nourrit tous les corps durs dont on vient de parler, est aussi bien porté dans les tuyaux de ces sortes de corps, quelque resserrés qu'ils soient, que dans ceux des plantes qui sont beaucoup moins dures.

Voyez le Mém. de M. de Reaumur, sur la format. des Coquilles.

L'on ne sçauroit donc douter que certaines pierres ne se nourrissent de même que les plantes. Peut-être qu'elles se multiplient aussi de même maniere. Au moins nous avons plusieurs pierres dont on ne sçauroit comprendre la génération, sans supposer qu'elles viennent d'une espéce de semence, s'il m'est permis de me servir de ce terme; c'est-à-dire, d'un germe dans lequel les parties organiques de ces pierres sont renfermées en petit, ainsi que celles des plus grandes plantes le sont dans les germes de leurs graines.

Les pierres que l'on appelle corne d'Ammon, la pierre Judaïque, la Crapaudine, les yeux de Serpens, la pierre Astroïte, celles de Bologne & de Florence, les différentes espéces de Pyrites, les Champignons de mer, les Cristaux de roche, & une infinité d'autres pierres supposent aussi-bien des germes particuliers que les Champignons ordinaires, que les Truffes, & que plusieurs espéces de mousse dont on n'a sçû découvrir les semences jusqu'ici.

Comment comprendre que la corne d'Ammon, qui constamment a la figure d'une volute, puisse se former sans un germe qui renferme en petit la même structure? Qui est-ce qui l'auroit moulée si proprement? Où se trouvent ces moules? Bien loin de-là, ces sortes de pierres se

rencontrent dans la terre comme les autres cailloux. Quelque recherche que j'aye pû faire faire en Provence, en Poitou & en Normandie, où ces pierres sont assez communes, on n'a jamais trouvé ni moules, ni rien d'approchant. La structure des cornes d'Ammon métalliques est bien plus singuliere que celle des cornes d'Ammon pierreuses. Les métalliques sont aussi spirales ; mais il y en a des espéces dont les pas sont formés par plusieurs pieces articulées les unes contre les autres, par des sutures semblables à celles du crâne. On n'a qu'à les casser pour en être convaincu.

Les pierres Judaïques ont la figure d'une Olive, elles sont canelées en-dehors, & relevées de petits grains. Lorsqu'on les casse elles se fendent toujours obliquement, & reluisent comme du talc, au genre duquel il faut les rapporter, puisqu'étant calcinées elles deviennent du plâtre, comme cette espéce de talc que l'on appelle *Lapis Selenites.* Les pierres Judaïques ne sont assûrément pas moulées, il faut donc recourir aux germes.

La Crapaudine & les pierres qu'on appelle yeux de Serpent, qui sont naturellement d'un poli admirable, se forment aussi par des germes particuliers attachés aux rochers, qui leur fournissent un suc propre à les faire gonfler. Les différentes espéces de pierres d'aigle qui ont ordinairement la figure d'un œuf, & qui dans leur cavité renferment toujours un noyau semblable à la petite bale que l'on met dans un grelot ; la pierre d'Aigle, dis-je, ne sçauroit être produite sans son germe. Il en faut juger de même, ce me semble, de la pierre Belemite, que l'on appelle autrement *Lapis Lyncis.* C'est une espéce de petite quille, dont les rayons partant du même centre, vont se rendre à la circonférence, & dont la base est le plus souvent creusée en maniere de cône. Une telle structure suppose des germes ou des moules. Ces moules ne se trouvent point, & qui est-ce qui les casseroit pour en dégager ces piéces ? Si l'on voit quelquefois de ces sortes de pierres dans les rochers, c'est que la roche en croissant les a enveloppées de même qu'il arrive à ce que l'on appelle Roches coquillieres,

res, dont la génération peut être expliquée par l'exemple de ces pierres que l'on trouve quelquefois dans les troncs de grands arbres.

La pierre Aſtroïte que Geſner appelle *Lapis Aſterias*, à cauſe que ſa figure eſt toujours à ſix rayons, & ces étoiles pierreuſes qui ſont rayées en arrêtes & comme burinées, ſont ordinairement attachées pluſieurs enſemble par couches horizontales. Les pierres qu'on nomme *Entrochi* ſont auſſi par couches; mais leur contour eſt circulaire: il s'en trouve quelques-unes qui ſont articulées enſemble comme par tenons & par mortaiſes.

Les eſpéces de Pyrites ovales, ſphériques ou cylindriques dont les ſurfaces ſont ou polies ou taillées en pointes de diamant, ſont pénétrées par des rayons qui vont ſe rendre à une eſpéce d'axe, lequel paſſant par leur centre ſe termine d'un pole à l'autre. Ces Pyrites, dis-je, n'ont pas été certainement jettés dans un moule, non-plus que la pierre de Bologne, ni celle de Florence, qui repréſente preſque toujours les mêmes payſages ou les mêmes ruines des Villes. N'eſt-il pas bien vraiſemblable auſſi que ces eſpéces d'agates que l'on appelle *Dendroïdes*, à cauſe qu'on y voit des repréſentations de petits arbriſſeaux, ou des payſages, naiſſent d'un germe particulier. Ces pierres ſe trouvent dans la terre ſéparées les unes des autres.

Peut-être que les cryſtaux de roche ſe produiſent auſſi par des germes. Ces cryſtaux ſont naturellement taillés à pans, & cette figure ne varie point dans la même eſpéce; c'eſt-à-dire, que toutes les quilles du même bloc de cryſtal ſont à ſix faces, à 3, à 4, à 5, à 7, &c. Cependant on ne peut pas ſoupçonner qu'elles aient été moulées ou formées par quelque coagulation, comme les ſels que l'on fait cryſtalliſer en Chymie: car outre qu'on voit tous ces morceaux de cryſtal ſortir manifeſtement de la roche, attachés en tous ſens contre les parois des cavernes, avec les pointes tournées en haut, en bas, ou ſur les côtés; on ne ſçauroit avancer que le ſuc qui produit ces ſortes de piéces ait été jetté dans les cavernes, comme les diſſolutions de nitre,

par exemple, que l'on fait évaporer dans des terrines : celui des cryſtaux a paſſé au travers de la roche, & l'on ne ſçauroit croire qu'il ait paſſé tout d'un coup, & qu'il s'y ſoit figé peu à peu, ſur-tout ſi l'on fait attention qu'il y a des morceaux de cryſtaux qui peſent plus de ſoixante livres, ainſi que M. Hottinger en a obſervé dans le pays de Valais. Ceux qu'on apporte de Madagaſcar ſont très-lourds. Le P. Kirker aſſure qu'on en trouve qui peſent plus de 100. livres, & Pline rapporte que Livia, la femme d'Auguſte, en avoit fait porter au Capitole qui peſoient cinquante livres. Si cette grande quantité de liqueur ſe répandoit tout d'un coup hors des pores des rochers, il eſt viſible qu'elle s'épancheroit de tous côtés, & formeroit une glace au lieu des corps cylindriques, taillés réguliérement à pans Il eſt donc certain que le ſuc qui contribue à la formation des cryſtaux tranſpire peu à peu de la roche ; & cela étant, comment comprendre qu'il s'éleve en quilles hautes depuis un pouce juſqu'à un pied & davantage, ſans ſuppoſer des germes qui ſe gonflent peu à peu, & qui dévelopent par le ſuc nourricier qu'ils reçoivent de ſa roche, la ſtructure réguliére qu'ils renfermoient peut-être ſous la ſurface d'un point ? Il ſemble qu'il y ait beaucoup de rapport entre la génération des quilles de cryſtaux & celle des dents ; peut-être que chaque germe en ſe gonflant, forme comme une eſpéce de caiſſe hexagone, dont l'intérieur ne ſe durcit que peu à peu. On pourroit croire qu'on ſuppoſe dans ces pierres une ſtructure imaginaire, ſi l'on n'étoit perſuadé que les diamans mêmes ſe taillent plus facilement dans un ſens que dans un autre ; que les marbres ont leurs veines, & que le cryſtal de roche a les pores aſſez ouverts pour recevoir les couleurs qu'on veut lui donner. Boot, après avoir fait bien des recherches ſur la figure aſfectée des cryſtaux, conclud qu'elle eſt auſſi naturelle à ces pierres, que celle des feuilles & des fleurs des plantes. Il rapporte l'un & l'autre à un eſprit Architecte & à une faculté formatrice. Ne vaut-il pas mieux ſuppoſer des eſpéces d'œufs, puiſque tout le monde convient que les ſe-

Diſſert. de Cryſtall.

mences des plantes ſont auſſi-bien des œufs, que les parties des oiſeaux ou des poiſſons, à qui de tout tems on a donné ce nom ? Et qu'eſt-ce qu'un œuf, ſi ce n'eſt l'oiſeau, le poiſſon, la plante, & peut-être la pierre en miniature ? Ainſi l'on peut ſuppoſer que les cryſtaux végétent tout comme pluſieurs autres pierres ; c'eſt-à-dire, qu'ils commencent par un germe, & que le même ſuc qui leur eſt communiqué par la roche d'où ils ſortent, les fait éclorre & les fait croître autant que leur tiſſure ſolide ſe peut étendre. Que peut-on penſer de ceux que l'on trouve auprès d'Alençon & de Medoc ? Ceux d'Alençon ſont exagônes & pyramidaux par les deux bouts ; ils ont un œil qui approche du diamant, & ſe trouvent dans des fontaines. Ceux de Medoc ſont plus ſombres ; ils ſont à peu près ovales, & ſe trouvent dans la terre. Les uns & les autres ne ſuppoſent-ils pas de véritables germes, ainſi que ceux qui naturellement ſont taillés en lentille, ou qui dans leur forme lenticulaire ont une ſurface en dos d'âne ?

Il ne faut pas conclure que les cryſtaux de roche ſe forment auſſi gros que nous les voyons, de ce qu'il s'en trouve quelques-uns qui renferment des brins de foin, des ſoyes de cochon & ſemblables matieres. Car outre qu'il ſe peut faire que ce qu'on appelle brins de foin & ſoyes de cochon ne ſoient que des défauts de la matiere qui ſe ſont trouvés dans les germes, il eſt fort poſſible auſſi que ces germes venant à éclorre ſe ſoient attachés contre ces ſortes de corps, & les ayent enveloppés peu-à-peu à meſure qu'ils ſe ſont dilatés.

Les congélations commencent par une caiſſe ronde qui s'allonge en tuyau, leſquelles ſont ſuſpendues de haut en bas, & cette caiſſe ſe gonfle par aubiers comme le tuyau des jeunes arbres. Quand les congélations commencent de bas en haut, leurs aubiers croiſſent auſſi ; mais le tuyau ſe remplit à cauſe de la ſituation. Ainſi les congélations commencent par un germe, & peut-être que la plûpart des germes en ſe gonflant reſtent creux.

Tout ce qu'on appelle *Fluores lapidum*, peut être, ce me

ſemble, rapporté à la même cauſe, ſur-tout celles qui ſe forment dans ces cailloux ovales ou arrondis que l'on trouve en Levant, détachés les uns des autres : leur ſurface eſt polie, auſſi dure ſouvent que la pierre à fuſil ; mais le dedans eſt creux, revêtu de couches de cryſtaux, ou de matieres dont la figure & les couleurs ſont d'une beauté tout-à-fait extraordinaire. N'eſt-il pas probable que leurs germes ſe ſont gonflés peu-à-peu, & que leurs parties ſe ſont développées les unes des autres par le ſecours du ſuc que la terre leur a fourni ?

Cette effroyable quantité de cailloux ordinaires dont la Crau d'Arles eſt couverte, ſuppoſe le même principe. Cette campagne qui a près de ſept lieues de circuit eſt ſi remplie de cailloux preſque ronds, qu'on ne ceſſe d'en trouver, quelque part où l'on creuſe. L'illuſtre Monſieur de Peireſc qui a le premier, ce me ſemble, propoſé la génération des pierres par le moyen des ſemences, quoiqu'il ait pris ce terme dans un ſens bien différent du nôtre ; Monſieur de Peireſc, dis-je, a crû trouver dans cette grande plaine d'Arles une preuve convaincante de ſon ſentiment. En effet, comment comprendre que tous ces cailloux ſe ſoient formés ? On ne ſçauroit dire qu'ils ſoient auſſi anciens que le monde, à moins que de ſoutenir que toutes les pierres qui ſont ſur la terre ayent été produites toutes à la fois. Cependant les obſervations ſur la végétation des pierres dont on vient de parler, ſemblent prouver qu'il s'en produit tous les jours de nouvelles ; & le même Monſieur de Peireſc étant encore fort jeune, fit une remarque fort conſidérable là-deſſus. Se baignant un jour dans le Rhône près d'Avignon, il s'apperçut que le fond de cette riviere étoit devenu tout raboteux & couvert de petits cailloux mollaſſes, ſemblables à des œufs durcis que l'on a tirés de leurs coques. Mais il fut bien plus ſurpris lorſqu'il trouva quelques jours après, que non-ſeulement ceux qu'il avoit portés chez lui, mais que ceux qui étoient reſtés dans le Rhône étoient devenus auſſi durs & auſſi ſolides que les autres cailloux qui étoient ſur ces bords. Il crut que ces mêmes germes

avoient été excités par un tremblement de terre qui s'étoit fait sentir quelques jours auparavant, & qui les avoit fait sortir des entrailles de la terre.

On peut ajouter à ces observations une remarque que nous fîmes dans une Isle de l'Archipel, que l'on appelle l'Isle d'Antiparos, à cause qu'elle est vis-à-vis de la fameuse Isle de Paros. Du bas d'une des plus belles grottes du monde, qui est toute revêtue de congélations admirables, s'élevent sur une espéce de crête des piliers de marbre cylindriques, dont le plus haut a plus de six pieds sur un pied de diamétre : il est arrondi à sa pointe, & presque d'égale épaisseur. On en voit quelques petites qui sont comme des cornes naissantes, & assez près delà il en reste la moitié d'un qui a été cassé en travers, & qui représente assez bien le tronc d'un arbre coupé. Le milieu qui est large d'un empan, est d'un marbre brun tirant sur le gris de fer, & c'est comme le corps ligneux de l'arbre. Cette matiere est entourée de l'aubier & de l'écorce, & même de vieux aubiers de différente couleur, qui se distinguent par six cercles concentriques épais d'environ deux ou trois lignes, dont les fibres vont du centre à la circonférence. Il semble que ces troncs de marbre ayent végété, & peut-être qu'ils végétent encore aujourd'hui ; car outre qu'il ne tombe pas des gouttes d'eau dans ce lieu, il n'est pas concevable que ces gouttes tombant de 25 ou 30 brasses de haut, ayent pû former des piéces cylindriques dont la régularité n'est point interrompue, & qui se sont terminées en calotte. Au fond de cette grotte sur la gauche il y a une pyramide bien plus surprenante, elle est haute de 24 pieds, isolée, semblable en quelque maniere à une thiare, relevée de plusieurs chapiteaux, canelés dans leur longueur, & soutenus sur leurs pieds. Cette pyramide dont la base est large de 12 ou 15 pieds, est toute chargée d'ornemens dont les bouts sont plus gros que les pieds, & l'on s'apperçoit que leurs branches, de même que celles des choux-fleurs, poussent de bas en haut, & se terminent par de gros bouquets. Il n'est pas possible que cela se fasse par la chûte des gouttes d'eau,

car les dernieres couvriroient l'ouvrage des premieres.

Ce que l'on vient de dire touchant la génération des pierres peut s'étendre sur les métaux. Il est assez vrai-semblable que ces sortes de corps se multiplient aussi par des germes particuliers. Vous ne trouverez peut-être pas, Messieurs, cette conjecture trop hardie, si vous voulez jetter les yeux sur cette végétation naturelle d'or très-pur, qui a poussé en maniere de feuillages au travers d'une pierre fort dure & comme crystallisée. Voici de l'argent qui sortant de lui-même au travers d'une piéce de crystal, s'est divisé en plusieurs filets, qui se sont raccrochés contre d'autres piéces de la même crystallisation. On ne sçauroit soupçonner que cet argent ait passé au travers d'une filiere. Voici une piéce qui me paroît plus surprenante, ce sont de petits germes d'argent qui ont été enveloppés dans une piéce de marbre. Ces germes sont figurés en lames plates, épaisses seulement d'un tiers de ligne, mais rayées en arrêtes de poisson. Ce petit morceau de cuivre s'est raméfié dans la terre, tel que vous le voyez. Il n'est guere possible d'expliquer toutes ces productions par des veines de métaux qui coulent dans les entrailles de la terre. On a beau dire que ces feuillages n'ont pas une figure déterminée, que ce ne sont que des végétations imparfaites. Quelque nom qu'on leur donne, il s'agit d'expliquer leur génération. Supposé qu'il y ait des métaux fluides dans la terre, ils ne sçauroient passer au travers des pores des roches crystallisées, & se relever en feuillages.

On faisoit voir ces piéces, ainsi que celles dont il est parlé plus haut.

L'arbre de Diane dans toutes ses espéces, ni les rainsseaux de glace que l'on remarque sur les vitres dans les gelées qui surviennent brusquement après un brouillard, ne sçauroient favoriser l'explication de ces Phénoménes. Tout le monde sçait qu'il est de la matiere des brouillards comme de celle des eaux distillées. Si l'on applique sur la chape d'un alembic de verre des linges mouillés dans l'eau froide, les parties spiritueuses des matieres que l'on distille ayant plus de mouvement que les autres, se refléchissent & s'échappent en différens sens au travers de celle-ci, & for-

ment des rainsseaux assez bien figurés : mais quelle application peut-on faire de ces observations aux crystaux de roche, par exemple, qui tapissent le haut d'une caverne tout comme les côtés, & qui sont toujours taillés d'une certaine maniére ? Ces observations prouvent que tout ce qui est naturellement figuré dans le monde ne suppose pas des semences particuliéres, & ce n'est pas aussi ce que nous prétendons ; mais je crois qu'elles ne servent de rien pour expliquer les faits dont il s'agit. Comment se servir de l'exemple des rainsseaux des vitres pour expliquer les végétations métalliques ? Dira-t-on qu'elles se forment par des vapeurs qui s'élevent dans les cavernes ? Les vapeurs feroient un enduit ou une couche métallique au lieu de feuilles d'or ou d'argent qui ont des pouces entiers de saillie, & dont les racines pénétrent la roche. Pour ce qui est de l'arbre de Diane, tous les Physiciens conviennent que ce sont ou des crystallisations de parties de nitre ausquelles s'attachent des parties métalliques qui se précipitent à cause de la foiblesse de leur dissolvant, ou des effets du mercure qui, par la chaleur qui l'agite, entraîne les parties des métaux avec qui il étoit amalgamé. Il s'agit ici de toute autre chose : Les feuillages que je vous présente sont très-solides ; c'est de l'or pur qui sort d'une roche très-dure, & où l'on ne peut rien soupçonner de ce qui se passe dans l'arbre de Diane.

Parmi les germes des pierres & des métaux, il y en a qui ne s'amollissent pas seulement par le suc de la terre, mais qui deviennent tout-à-fait liquides. S'ils pénétrent les pores de certains corps, ils y durcissent & se pétrifient ; comme il est arrivé à ce morceau de fougére que j'ai l'honneur de vous présenter, & à ces écrevisses qui ne sont devenus pierres que par cet accident. Si les germes pierreux se logent dans le creux de certains corps, ils s'y durcissent & en retiennent le relief ; ainsi tout ce que l'on nomme *pectinites, conchitès, mytulites, ostracites, nautilites, echinitès*, ne sont que des véritables pierres dont les germes liquides sont entrés dans les creux des coquilles, que l'on appelle

pecten, *concha*, *mytulus*, *ostrea*, *nautilus*, *echinus*, & dont ils ont pris le relief. Voilà des *cochlites* où l'on voit encore une partie du limaçon, & l'on en trouve une infinité autour de Paris où il semble que la coquille se soit insensiblement réduite en poussiére. Lorsque les germes de différentes pierres se mêlent ensemble, ils gardent toujours leur caractere. Le germe du crystal produit du crystal, & ce qui étoit destiné à faire de la pierre, produit de la pierre, ainsi qu'on le voit dans cette corne d'Ammon, & dans ce *conchites*, dont les creux sont tous crystallisés.

Si au contraire ces germes liquides se répandent sur des cailloux, sur des coquilles ou sur du sable, ils enveloppent à la fin tous ces corps, & se figeant entr'eux, ils forment une espéce de mastic, qui ne laisse pas que de croître quoiqu'il soit dur, ainsi que les autres pierres vives. Il y a apparence que ces roches qui ne sont qu'un amas de cailloux mastiqués, ont été formées par plusieurs de ces germes liquides, ainsi que les carriéres qui sont pleines de coquillages; ou bien on peut croire que les roches en croissant ont enveloppé ces sortes de corps.

Les germes des véritables pierres se trouvent renfermés aussi dans le frai de certaines coquilles, de même que cette matiére dure & solide qui est destinée pour faire les logemens de ces poissons. Tous les poissons enfermés dans des coquilles fraient ou ils font des œufs; mais il y en a peu de ce dernier genre, & je n'en connois que le *Buccinum*, qu'on appelle *Oviparum*. Quoi qu'il en soit, les germes des uns & des autres renferment aussi-bien la matiére de leur coque, quelque épaisse & dure qu'elle devienne dans la suite, que le germe de la semence d'un Elephant renferme ces ossemens si durs & si lourds. Il y a une espéce de coquille appellée *pholas*, qui ne se trouve jamais que dans des creux de cailloux, & ces creux sont faits de la grandeur qu'il le faut pour les recevoir. Cependant il n'est pas concevable que ces poissons soient venus de dehors se creuser leur niche. Il y a bien plus d'apparence que les pierres dans lesquelles ils sont renfermés ont été mollasses dans un

un certain tems & que cette eſpéce de gelée par où ils ont commencé ſe ſoit trouvée dans le frai, de même que la matiére qui devient enſuite la coque de l'œuf ſe trouve véritablement dans le germe ; & certainement la cōque des œufs d'Autruche eſt incomparablement plus dure que les rochers dont nous parlons.

Après toutes les obſervations dont on vient de parler, il me ſemble qu'on peut ſuppoſer que le germe des pierres & des métaux eſt une eſpéce de poudre qui peut-être ſe détache des pierres & des métaux dans le tems qu'ils ſont encore en vie, c'eſt-à-dire qu'ils croiſſent, comme nous avons fait voir qu'il y en avoit qui croiſſoient véritablement. On peut comparer cette pouſſiére que nous appellons les germes des pierres, aux ſemences de pluſieurs plantes. Les ſemences des Fougeres, des Capillaires, des Mouſſes, des Trufles & de plantes ſemblables ne ſe peuvent découvrir qu'avec le microſcope. Cependant ces ſemences produiſent auſſi bien que celles qui ſont très-ſenſibles. Peut-être que les cailloux ſont parmi les pierres, ce que les Trufles ſont parmi les plantes. Cette penſée n'eſt pas tout-à-fait nouvelle. Pline aſſure que Mutianus & Theophraſte ont cru que les pierres produiſoient d'autres pierres ; & S. Gregoire de Nazianze aſſure qu'il y a eu des Auteurs qui ont penſé que les pierres faiſoient l'amour.

Ἔστι καὶ ἀψύχοισι γάμος καὶ δεσμὸς ἔρωτος. Gregor. Nazianz. Poëma de Virgin.

Combien voit-on des œufs de poiſſons qui ſont auſſi menus que des grains de ſable ? Les Phyſiciens pourtant ſont perſuadés que les poiſſons entiers ſont renfermés en miniature dans les germes de ces grains de ſable, & que toutes les parties qui ſont deſſinées dans un eſpace qui échappe à notre imagination, ne font que ſe développer & ſe rendre ſenſibles par un ſuc qui les dilate. Il ne s'agit donc ici que du plus au moins. Qui eſt-ce qui peut douter que l'Auteur de la Nature, qui a renfermé dans le germe d'un œuf d'un quart de ligne de volume le poiſſon Narwal, que l'on appelle Licorne de mer, & qui a plus de 20 pieds de long, n'ait pû renfermer un banc de pierre dans un germe de la groſſeur d'un grain de ſable ? Rien ne manifeſte

plus la grandeur du Seigneur que cette ſimplicité & cette uniformité qui ſe trouvent dans les productions de tous les corps. Quoi de plus admirable que de voir ſortir d'un ſi petit volume, hommes, poiſſons, oiſeaux, quadrupedes, reptiles, plantes, pierres, métaux? Puiſqu'il y a des pierres qui croiſſent inconteſtablement par un principe intérieur, qui ne dépend que d'une organiſation particuliére, qui reçoit & qui diſtribue le ſuc que la terre, qui eſt la mere commune de toutes les créatures, leur fournit; pourquoi n'admettra-t-on pas ce même principe dans les autres foſſiles? Il ne faut pas s'imaginer que les plus grandes montagnes du monde ſoient d'une ſeule piéce. Ces effroyables maſſes des rochers ſont composées d'une infinité de blocs ſéparés le plus ſouvent en d'autres piéces, qui ont été produites par autant de germes particuliers, ou peut être par pluſieurs germes qui ſe ſont confondus les uns avec les autres en ſe dilatant. Les bancs de pierre ſont ordinairement horizontaux, & ceux qui ſont verticaux ou obliques ne ſont peut-être devenus tels que par quelque renverſement particulier. Il y a apparence que c'eſt la preſſion de l'atmoſphére, qui, comprimant également la ſurface de la terre, fait que les germes qui croiſſent s'applatiſſent toujours horizontalement.

HISTOIRE

D'un Fœtus humain tiré du ventre de ſa mere par le fondement.

PAR M. LITTRE.

1702. 15. Novemb. AU mois de Mars de l'année 1702 M. Caſſini donna avis à cette Compagnie qu'une femme, ſans avoir eu aucun ſigne apparent de groſſeſſe, avoit vuidé par le ſiége pluſieurs os, qui ſembloient être les os d'un fœtus. La

chose parut fort extraordinaire, d'autant plus que quelques-uns se souvinrent qu'on avoit autrefois proposé des faits assez semblables, qui s'étoient trouvés faux par la recherche qu'on en avoit faite.

Plusieurs de la Compagnie s'offrirent d'aller voir la personne. Messieurs Cassini pere & fils m'y inviterent. J'acceptai l'offre, bien-aise d'avoir occasion d'examiner un fait si singulier. Je trouvai au lit une femme de 32 ans, autrefois fort grasse, alors horriblement décharnée & très-foible.

J'appris qu'il y avoit douze ans qu'elle étoit mariée; que pendant les six premieres années de son mariage elle avoit eu trois enfans; que dans les trois années suivantes elle avoit fait quatre fausses couches; que vers le 15 du mois d'Août de l'année derniere, elle avoit senti une douleur aiguë à la hanche droite; que cette douleur, qui étoit diminuée quelque-tems après, avoit entiérement cessé au bout de cinq semaines.

Qu'au commencement du mois de Novembre de la même année, la malade avoit senti sous le foye une autre douleur, accompagnée d'un grand étouffement, & qu'en appuyant sur la région douloureuse, on y avoit remarqué une tumeur ronde & grosse comme les deux poings, qui ne paroissoit pas au-dehors, & qu'on sentoit au toucher; qu'environ deux mois après, ce qui faisoit cette tumeur étoit tombé dans le côté droit du bassin de l'hypogastre, & que la douleur & l'étouffement avoient cessé sur le champ; que huit jours ensuite la douleur de la hanche étoit revenue & avec plus de violence que la premiere fois, & qu'elle avoit été suivie d'hémorrhoïdes intérieures & extérieures, de difficulté d'uriner & d'aller à la selle, d'ardeur d'urine & d'impuissance de marcher, principalement du côté droit.

Que vers la fin du mois de Decembre dernier il lui prit une fiévre qui a duré quatre mois sans relâche, avec plusieurs redoublemens par jour, la plûpart précédés de frissons: Elle étoit encore accompagnée d'une grande aversion pour toutes sortes d'alimens, de défaillances, de hocquets, de

vomissemens de sang, de cours de ventre purulent & sanglant, qui entraînoit avec le pus & le sang des os, des chairs pourries, des cheveux, &c. tout cela suivi d'épreintes, de coliques cruelles, de toux, crachement de sang, insomnies continuelles, délires, mouvemens convulsifs, douleurs insupportables dans toutes les parties du corps jusques dans la moëlle des os, & la racine des cheveux & des ongles ; d'une foiblesse extrême, & toute la peau, hormis au visage, étoit noire comme de la suie, à cause d'une croûte qui étoit épaisse de plus d'une ligne, & si adhérante, qu'elle sembloit en faire partie.

J'appris enfin que cette femme avoit commencé à vuider des os les premiers jours de Mars dernier, après avoir fait de grands efforts pour aller à la selle. Le premier qui parut fut l'os d'un bras de Fœtus, dépouillé de ses chairs & séparé de ses épiphyses, qu'on lui tira avec beaucoup de peine du gros boyau où il s'étoit engagé. Cet os fut suivi durant quatre jours de quelques-autres, mais beaucoup plus petits, & de matieres épaisses purulentes, & d'une odeur cadavereuse. Voilà tout ce qui me fut dit d'abord.

Avant que d'examiner la malade, je demandai à voir les os qu'elle avoit rendus par le fondement. Je reconnus d'abord qu'ils étoient de véritables os d'un Fœtus, & d'un Fœtus d'environ six mois. Je lui demandai ensuite de combien elle croyoit être grosse? Elle me répondit, qu'elle n'en sçavoit rien, qu'elle n'avoit pas même eu aucun soupçon de l'être ; parce que ses regles ne lui avoient pas manqué depuis sa derniere fausse couche ; que son ventre n'avoit point grossi sensiblement, & qu'elle n'y avoit point senti remuer d'enfant comme dans ses autres grossesses ; que son sein n'étoit pas plus gros que quand elle n'étoit point enceinte, & qu'il n'y avoit point paru de lait ; enfin qu'elle ne se souvenoit pas d'avoir eu aucune des incommodités qu'elle avoit eues dans ses grossesses.

Cependant quelque-tems après on la fit souvenir que le mois de Mai 1701, elle avoit eu une forte envie de manger d'un maquereau, qu'elle n'avoit pû satisfaire à cause

de la cherté. On la fit encore souvenir que dans le même-tems elle avoit été dégoûtée des alimens ordinaires contre sa coûtume, & qu'elle avoit eu des maux de cœur. Or de fortes envies, des dégoûts, des maux de cœur étant des signes de grossesse, on peut dire que cette femme étoit devenue grosse en ce tems-là, d'autant plus que la grandeur des os du Fœtus nous marque la même chose.

J'examinai le lendemain la matrice & le gros boyau de la malade. Ce qui appartenoit à la matrice étoit dans son état naturel, aussi n'en étoit-il rien sorti durant le cours de la grossesse, que dans le tems reglé pour les femmes saines qui ne sont pas grosses. Le fondement étoit bordé en-dehors d'hémorrhoïdes noires & ulcérées, & son trou étoit si serré par les hémorrhoïdes & par une dureté considérable qui en occupoit toute la circonférence de la largeur de 8 lignes, que je n'ai jamais pû introduire deux doigts à la fois dans la cavité du rectum de cette femme, sans faire un grand effort, & sans la faire tomber en foiblesse.

Cet intestin par dedans étoit ulcéré en plusieurs endroits, plein d'hémorrhoïdes, & percé d'un trou qui étoit large d'environ un pouce & demi, autant qu'il me fut permis d'en juger par le doigt, par les instrumens & par ce qui en sortoit. Ce trou étoit situé à sa partie postérieure du côté droit deux pouces & demi au-dessus du fondement, & où à peine le bout de mon doigt indice pouvoit atteindre. Alors il n'y eut plus lieu de douter du chemin que les os & les autres matieres étrangeres, rendus par le siége de la malade, avoient tenu pour sortir hors de son corps par cette voye.

Examinant avec le doigt la playe ou le trou du gros boyau, je sentis la tête d'un Fœtus qui étoit si fortement appliquée contre la playe de ce boyau, que je ne pûs jamais la ranger ni la repousser; & le visage que ce Fœtus présentoit, bouchoit si exactement cette playe, que la malade depuis trois jours ne rendoit par le siége aucune des matieres extraordinaires qu'elle rendoit auparavant par cet endroit.

Voilà tout ce que j'observai dans la matrice & dans le gros boyau de cette femme, & que M. Portail fameux Accou-

cheur, qui avoit examiné avant moi ces parties, y avoit aussi observé.

Instruit de toutes les circonstances qui avoient précédé & accompagné la maladie de cette femme, & voyant l'extrême foiblesse où elle étoit, & les difficultés de cette espéce extraordinaire d'accouchement, il me fut aisé de prévoir que le traitement des maux & de la personne dans un état si déploré, m'assujettiroit à de grandes assiduités, & à des ménagemens infinis pour prendre les momens favorables. Mais la confiance qu'elle avoit prise en moi, m'engagea à m'en charger seul. Voici en gros les moyens que j'ai mis en usage pour réussir.

J'ai soutenu durant tout le traitement les forces de la malade avec de forts consommés, de bonne gelée, des œufs frais, du jus de viande, du vin d'Alicante, &c. Sa boisson ordinaire étoit une ptisane adoucissante, apéritive & fortifiante. Je l'ai purgée doucement de tems-en-tems, quelquefois avec un peu d'ypecacuana. Elle a usé long-tems d'un opiat absorbant, stomachique & febrifuge. Elle a pris quantité de somniferes. On lui a donné de deux jours l'un la moitié d'un lavement fait avec une décoction détersive & adoucissante. On lui a long-tems injecté trois fois le jour dans le gros boyau de l'huile de lin & d'amandes douces, avec une seringue qui avoit une canule dont le bout étoit aveugle, plus gros que de coutume, & percé de quantité de petits trous tout autour, de la longueur d'un pouce & trois lignes. Enfin cette femme a toujours eu au fondement des linges imbibés des huiles dont je viens de parler.

Dès que j'eus pourvû aux plus pressans besoins, je ne pensai qu'à tirer ce qui restoit du corps du Fœtus dans la capacité de l'hypogastre de la mere. Pour y parvenir plus sûrement, je ne travaillois à cette extraction que de deux ou trois jours l'un, afin de ménager les forces de la malade, qui étoient presque épuisées. J'insinuois dans le gros boyau le doigt indice de la main gauche, avec laquelle je poussois en haut le fondement pour mieux atteindre à la playe de cet intestin, pendant que j'appuyois la main droite sur le

bas du ventre pour faire defcendre le fœtus & le boyau de la mere, & les faire approcher davantage l'un & l'autre du fondement, afin de tirer le fœtus avec plus de facilité.

Je commençai l'opération par le vifage, parce qu'il fe préfentoit, comme j'ai dit, à la plaie du gros boyau de la mere. Je déchirai d'abord peu à peu avec l'ongle du doigt indice gauche les parties molles qui en couvroient les os, puis je féparai ces os les uns des autres; enfuite je les tirai à mefure avec le même doigt, de la capacité de l'hypogaftre de la mere, dans la cavité de fon gros boyau, & de-là hors du corps par le fondement; & ils furent tous tirés dans l'efpace de 12 jours.

L'extraction des os du crâne m'occupa pendant un mois; parce qu'outre que la peau du crâne eft incomparablement plus dure & plus épaiffe que celle du vifage, & que les os du crâne dans les fœtus tiennent entr'eux par une fubftance beaucoup plus épaiffe que ceux de la face, les deux os pariétaux, la grande piéce de l'occipital & les deux piéces du coronal avoient beaucoup plus de largeur que la plaie du gros boyau de la mere, & que l'ouverture de fon anus. Auffi après avoir tiré les petits os du crâne, les grands fe préfentant toujours au paffage je me vis dans la fâcheufe néceffité d'abandonner la malade à fa mauvaife deftinée, par l'impoffibilité que je croyois qu'il y avoit d'en faire l'extraction. Car quelle apparence que dans l'extrême foibleffe où elle étoit, elle eût pû réfifter aux douleurs infupportables que ces grands os caufoient par leurs pointes aux parties enflammées & ulcérées de fon ventre, au moindre mouvement qu'il s'y faifoit?

Il fembloit cependant qu'il y avoit deux moyens à tenter pour tirer ces quatre grands os du crâne du fœtus. Le premier étoit de faire une incifion au côté droit de l'hypogaftre de la mere, affez grande pour les pouvoir tirer avec des pincettes par cette ouverture.

Le fecond moyen étoit d'aller couper ces os dans le ventre avec un inftrument, en l'y portant par le fondement & par la plaie du gros boyau, & puis de les tirer en piéces par

la même voie avec un autre instrument : mais ces deux moyens me paroissoient très-difficiles & très-dangereux.

Quant au premier moyen il n'y avoit aucune apparence de le pouvoir pratiquer avec succès, la malade étoit trop foible pour supporter l'opération ; les parties contenues dans la cavité de l'hypogastre trop affectées pour la permettre, & son sang trop corrompu pour avoir lieu d'espérer qu'il pût faire la réunion d'une si grande plaie.

Quant au second moyen il me sembloit très-difficile & très-dangereux de le mettre en usage ; très-difficile, 1°. parce que le siége de la malade étoit si serré par la fluxion & l'inflammation qui s'y étoient faites, & si fermé par quantité d'hémorrhoïdes qui le bordoient dedans & dehors, que je ne croyois pas de le pouvoir jamais assez dilater pour introduire le doigt avec un instrument dans le gros boyau, puisque je n'avois jamais pû y insinuer deux doigts à la fois, sans faire tomber la malade en foiblesse.

2°. A cause que la plaie de ce boyau étoit si éloignée du siége, que mon doigt ne pouvoit atteindre qu'à sa partie inférieure, par conséquent mon doigt ne pouvoit presque être d'aucun secours pour l'opération.

Le second moyen étoit très-dangereux, 1°. parce que je ne croyois pas qu'il fût possible de porter bien avant un instrument tranchant dans le gros boyau, dont l'entrée étoit bouchée par les causes marquées, & de-là le faire entrer par la plaie de ce boyau dans l'hypogastre sans le blesser, ou quelques-unes des parties de la mere contenues dans la capacité de l'hypogastre.

2°. A cause qu'il me sembloit absolument impossible de couper en plusieurs piéces les os du fœtus dans la capacité de l'hypogastre, sans couper en même-tems quelques-unes des parties de la mere, mêlées & confondues avec les os du fœtus ; parce que mon doigt ne pouvoit ni ranger les parties de la mere, pour les mettre à couvert de l'action de l'instrument, ni mes yeux diriger en aucune maniére son tranchant pendant l'opération.

Cependant animé par ce qui m'avoit déja réussi, touché

ché des larmes de la malade, des priéres de son mari & de ses parens, & convaincu qu'elle mourroit infailliblement, si elle n'étoit délivrée principalement des grands os du crâne du fœtus, qui étoient encore dans la cavité de son ventre, je me déterminai à tenter le dernier moyen, quelque difficile & dangereux qu'il me parût. Pour cela je cherchai parmi les instrumens connus jusqu'ici en Chirurgie, s'il n'y en auroit point de propre à exécuter mon dessein ; mais n'en trouvant aucun, j'imaginai une pincette de fer à anneaux, longue de dix pouces, de figure courbe & conique, & mousse par le bout. Chaque branche depuis les anneaux jusqu'au clou est ronde, unie & épaisse de 4 lignes, & depuis le clou jusqu'au bout, arrondie & unie en-dehors, mais platte en-dedans & unie aussi, hormis vers le bout, où elles sont l'une & l'autre un peu hachées de la longueur de 2 lignes, mais cette hachure ne va que jusqu'à une ligne près de l'extrémité.

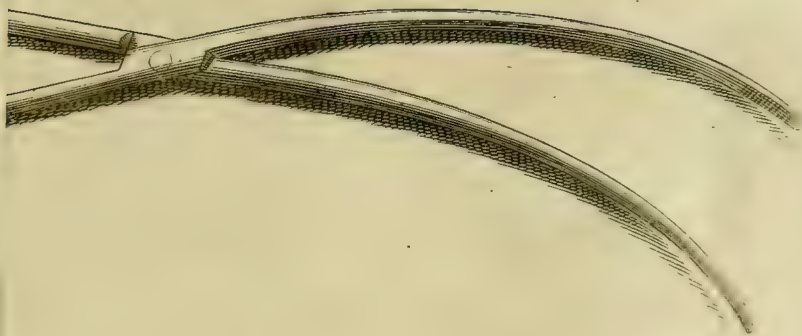
La branche de la pincette située du côté concave, est plus longue que l'autre d'une ligne & demie. Sur la partie platte de cette même branche, il y a une languette d'acier faite en maniére de lame de ciseaux courbes ; elle est longue de 2 pouces, elle a une ligne & demie de saillie à l'endroit de sa plus grande largeur, va toujours en diminuant, & finit à trois lignes de l'extrémité de la branche. La branche placée du côté convexe est percée de part en part vis-à-vis de la languette, d'une ouverture qui est un peu plus longue & plus large que la languette pour la recevoir facilement, lorsqu'on ferme cet instrument.

Ayant mis la malade dans la situation la plus commode, j'introduisis dans son gros boyau le doigt indice de la main gauche, & l'avançai jusqu'à sa plaie ; puis avec la main droite je fis glisser la pincette le long de ce doigt, qui la conduisit seulement jusqu'à la plaie de l'intestin. Je retirai ensuite le doigt, & je poussai doucement avec la main droite l'instrument dans la capacité de l'hypogastre, où ayant écarté les branches l'une de l'autre d'environ un tiers de ligne, je cherchai parmi les parties de la mere contenues

dans cette capacité les os du fœtus, qu'il falloit couper, & qui n'ayant qu'environ un tiers de ligne d'épaiſſeur, s'engageoient d'eux-mêmes entre les branches de la pincette en la pouſſant & retirant alternativement, pendant que les parties de la mere, qui étoient beaucoup plus épaiſſes, n'y pouvoient entrer. Alors je ſerrois doucement cet inſtrument pour retenir le corps qui s'étoit gliſſé entre ſes branches entr'ouvertes, puis j'examinois s'il n'étoit pas une des parties de la mere. Je connoiſſois que ce corps n'étoit pas une de ſes parties, 1°. lorſqu'en le ſerrant la mere ne ſentoit point de douleur, 2°. ſi en le remuant & ſecouant à pluſieurs repriſes, il ne me paroiſſoit pas avoir aucune connexion avec les parties de la mere. Enfin je conjecturois que le corps chargé, c'eſt-à-dire, engagé entre les branches de la pincette, étoit un des os du crâne du fœtus, lorſque les branches de cet inſtrument n'étoient guères écartées l'une de l'autre.

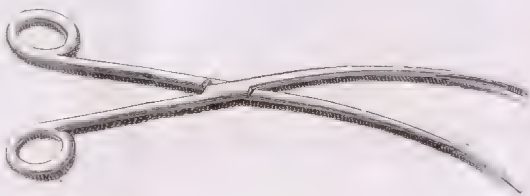
Aſſuré par ces trois moyens que je tenois un os du fœtus & non pas une partie de la mere, j'avois ſoin de le faire contenir dans cette ſituation avec une main qui appuyoit un peu ferme ſur le ventre de la malade; puis j'ouvrois l'inſtrument de maniére que l'os chargé pouvoit s'engager davantage entre ſes branches, mais non-pas m'échapper, ni les parties de la mere s'y inſinuer; alors je le pouſſois plus avant dans la capacité de l'hypogaſtre pour faire gliſſer l'os ſur le tranchant de la lame : mais avant que de ſerrer aſſez l'inſtrument pour couper l'os chargé, je faiſois faire de nouveau à la malade toute l'attention poſſible, pendant que de mon côté je n'en faiſois pas moins pour reconnoître ſi quelqu'une de ſes parties s'étoit gliſſée avec l'os entre les branches de l'inſtrument. Etant ſûr qu'il n'y en avoit pas, je coupois doucement ce qu'il y avoit d'os ſur le tranchant de la lame. Avant que de retirer la pincette, j'examinois ſi l'os chargé étoit entiérement coupé ; s'il ne l'étoit pas, ce que je connoiſſois par l'impoſſibilité qu'il y avoit de la fermer tout-à-fait, je pouſſois l'inſtrument plus avant ſans quitter priſe, pour achever de le couper. Je connoiſſois qu'il

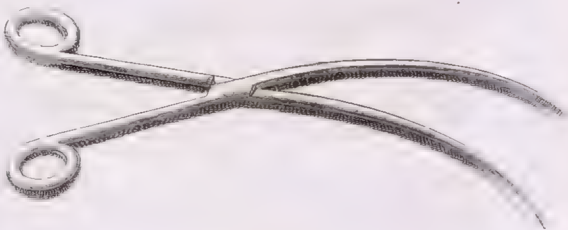






Fait par Simonneau le fils







Fait par Simonneau le fils

l'étoit entiérement lorſque la pincette étoit tout-à-fait fermée.

Les quatre grands os du crâne étant ainſi coupés, je ſongeai à en tirer les piéces; mais ne voyant aucune apparence d'en venir à bout avec le doigt, que je ne pouvois porter dans l'hypogaſtre, où elles flottoient pêle-mêle avec les parties de la mere, je fis faire un autre inſtrument propre pour les y aller chercher. Cet inſtrument ne différe du premier qu'en ce qu'il eſt plus long & plus courbe, & qu'il n'a point de languette. On peut voir dans les Figures ſuivantes la forme & la diſpoſition de ces deux inſtrumens.

Avec le dernier inſtrument je chargeai à différentes repriſes les piéces des quatre grands os du crâne du fœtus, obſervant à peu près les mêmes précautions que j'avois obſervées pour les couper; enſuite je les tirai les unes après les autres le plus doucement qu'il me fut poſſible, pour ne donner aucune atteinte fâcheuſe aux parties de la mere; après quoi je m'attachai à tirer avec le même inſtrument tous les autres os du fœtus qui reſtoient encore dans l'hypogaſtre de la mere; ce que j'eus fait dans quinze jours, aux plus petits près, qui ſortirent dans la ſuite avec du pus & quantité de ſes parties molles pourries.

Les os du fœtus étant tirés, je compris qu'il me reſtoit encore ſix indications à remplir pour guérir entiérement la malade.

La premiére étoit de fondre & diſſoudre les glaires, le pus, le ſang caillé, les chairs, la cervelle, &c. qui étoient encore dans la capacité de l'hypogaſtre, pour les diſpoſer à paſſer plus facilement dans la cavité du gros boyau par ſa plaie, & de-là hors du corps par le ſiége.

La ſeconde indication étoit de vivifier, de ramollir, de mondifier & cicatriſer les parties de la malade contenues dans ſon hypogaſtre, qui ayant trempé cinq mois dans la pourriture, étoient pleines d'ulcéres & de duretés; ce que j'ai ſenti avec le bout du doigt, parce que ces parties avançoient un peu quelquefois dans la cavité du gros boyau par

ſa plaie, lorſque j'eus tiré la plus grande partie des os du fœtus.

La troiſiéme indication étoit de rétablir le gros boyau, qui avoit été ſi maltraité par l'introduction forcée du doigt ou des inſtrumens, par leurs mouvemens différens, ſi ſouvent réiterés, par l'extraction des corps durs & inégaux, & par le continuel paſſage des matiéres âcres & rongeantes.

La quatriéme indication étoit de fondre & réſoudre les hémorrhoïdes tuméfiées, la grande dureté qui étoit autour du fondement, & celles qui étoient dans le gros boyau.

La cinquiéme indication étoit de déterger & cicatriſer les hémorrhoïdes ulcérées, & les ulcéres du gros boyau.

La ſixiéme étoit d'achever de guérir ce qui reſtoit des autres accidens de la maladie.

J'ai ſatisfait aux trois premiéres indications en trois maniéres. 1°. En faiſant pendant deux mois, ſuivant les indications, diverſes ſortes d'injections dans la poche du fœtus & dans la capacité de l'hypogaſtre de la mere avec la ſeringue & la canule, dont j'ai déja parlé, afin que la liqueur ſe pût répandre de tous côtés ſur les parties affectées. 2°. En mettant la malade dans les ſituations les plus propres, ſoit pour porter plus facilement l'injection dans la cavité de la poche du fœtus & dans celle de l'hypogaſtre de la mere, & lui donner lieu d'y ſéjourner quelque tems, ſoit pour en procurer la ſortie après qu'elle y avoit communiqué ſa vertu, ou pour avoir la facilité d'y en injecter de nouvelles. 3°. En faiſant remuer de tems en tems le corps de la malade, afin que la liqueur ſe répandant & ſe diſtribuant par tout le baſſin de l'hypogaſtre, lavât & détergeât les parties malades, & les rétablît dans leur état naturel.

J'ai ſatisfait à la quatriéme & à la cinquiéme indication avec des huiles, des pomades & des fomentations émollientes & réſolutives.

Enfin j'ai entiérement rempli la ſixiéme & derniére indication, & en même-tems une partie des précédentes,

par un régime de vivre convenable, & par plusieurs sortes de remédes faits en tems & lieu; de sorte que par tous les moyens dont je viens de parler, la malade a été délivrée de toutes ses indispositions à la fin du mois de Juin dernier; la plaie même du gros boyau, qu'on avoit lieu de croire incurable, m'a paru fermée, & ce boyau fait toutes ses fonctions, comme il faisoit avant la maladie.

Au commencement du mois d'Août suivant, cette femme s'est trouvée en état de vaquer à ses affaires. Le 15 du même mois ses régles, qui ne l'avoient quittée qu'au commencement du fort de sa maladie, ont reparu pour la premiére fois, & elles lui ont repris les mois suivans au même tems & à la maniére accoutumée. Enfin vers la fin de Septembre dernier elle a été aussi forte & dans un aussi embonpoint qu'auparavant, & elle jouit d'une santé parfaite.

Si l'on confére ce que j'ai exposé dans cette histoire avec ce qu'on trouve dans les Auteurs, on conviendra facilement que je n'ai point eu de guide dans ce que j'ai fait pour guerir cette femme; & si l'on fait toute l'attention qu'on doit à la grandeur de sa maladie, on conviendra encore qu'on ne peut assez admirer comment dans un corps humain il peut se trouver autant de ressources qu'il en faut pour soûtenir durant dix mois, sans intermission, un si horrible concours de tant d'accidens, & supporter tous les remédes & toutes les opérations nécessaires pour en sortir. Il est vrai que dans ce traitement j'ai pris toutes les précautions imaginables pour conserver les forces de la malade, & pour ne lui point faire de violence, ni par les remédes, ni dans les opérations; sans cela je ne doute point qu'elle ne fût morte mille fois, si elle avoit eu mille vies à perdre.

Voyons à présent dans quel endroit ou dans quelle partie du ventre de la malade, le fœtus dont il s'agit, a été contenu pendant qu'il y a vêcu. On peut d'abord soupçonner quatre endroits différens, sçavoir la simple capacité du ventre, la matrice, les trompes & les ovaires, qui sont renfermés dans cette capacité.

Ce fœtus n'étoit pas contenu dans la ſimple capacité du ventre ; parce qu'en preſſant du haut en bas la partie inférieure du ventre de la mere, j'ai touché pluſieurs fois une eſpéce de poche, d'une grandeur à contenir un petit fœtus d'environ ſix mois, ronde, peu ſtable dans ſon aſſiette, & percée d'un grand trou, ſitué à ſa partie latérale gauche par où le fœtus en étoit vrai-ſemblablement ſorti; les bords de ce trou étoient inégaux, & avoient trois lignes d'épaiſſeur.

Cette poche n'étoit certainement pas les membranes qui enveloppent le fœtus, mais bien une des parties de la mere; puiſque j'avois tiré ces membranes avec ſes autres parties hors du corps de la mere: Que cette poche avoit une liaiſon étroite avec les parties de la mere, auſquelles les membranes du fœtus ne tiennent que foiblement : Que ces membranes n'ont pas demi-ligne d'épaiſſeur, & que les parois de la poche en avoient trois : Enfin qu'en preſſant un peu fortement cette poche la mere y ſentoit de la douleur.

Ce fœtus n'étoit pas non-plus contenu dans la cavité de la matrice : 1°. Parce que la mere a eu réglément ſes ordinaires pendant cette groſſeſſe, qu'elle n'avoit jamais eus dans les précédentes.

2°. Que le trou de la poche étoit ſitué à ſa partie latérale gauche, & la plaie du gros boyau à la partie latérale droite de ce boyau. D'où il ſuit que ſi cette poche avoit été la matrice, je n'aurois jamais pû directement porter du trou du boyau dans celui de la matrice le bout du doigt, ni la canule de la ſeringue pour y pouſſer de l'injection, comme j'ai fait un grand nombre de fois ; puiſque la matrice eſt toujours placée au-devant du gros boyau & jamais à ſes côtés.

3°. Que trois mois après la ſortie du fœtus la poche étoit encore fort groſſe ; au lieu que la matrice ſe réduit à ſa grandeur naturelle douze ou quinze jours après l'accouchement.

4°. Qu'on n'a obſervé pendant le traitement aucune altération dans les parties naturelles de cette femme, ni

aucun écoulement de matiere étrangere par l'orifice intérieur de la matrice, pendant qu'il est toujours sorti par le siége quantité de fort mauvaises matieres, dont une partie venoit de la capacité de l'hypogastre ou de la poche du Fœtus.

5°. Que la matrice pleine d'un Fœtus âgé seulement de six mois, & petit par rapport à son âge, ne s'étend jamais jusqu'aux fausses côtes; cependant la partie qui contenoit ce Fœtus, étoit parvenue jusqu'à cet endroit, & s'y étoit tenue environ deux mois.

Enfin, si ce Fœtus eût été contenu dans la matrice, il auroit fallu pour en sortir à travers son corps, qu'il en eût rongé ou déchiré les parois. On ne peut pas dire que ce Fœtus par sa pourriture ait rongé les parois de la matrice; parce qu'il ne s'est jamais écoulé par son orifice ni pus ni sanie, &c. & que je la pressois & repoussois dans le ventre sans que la malade y sentît de la douleur.

On ne peut pas non plus dire que ce Fœtus par son accroissement ait déchiré les parois de la matrice de sa mere: 1°. Parce que sa matrice avoit souffert de plus grandes dilatations dans les autres grossesses, dans lesquelles elle avoit porté sans se rompre plusieurs enfans à terme, qui étoient incomparablement plus gros que celui-ci.

2°. Parce que dans les matrices déchirées par des Fœtus, ces Fœtus sont fort robustes, & pour l'ordinaire à terme; les meres ont des douleurs pour accoucher, leur matrice fait de grands efforts pour se délivrer du Fœtus contenu dans sa cavité: elles sentent des douleurs très-vives, sur-tout dans le tems du déchirement. Enfin il coule toujours du sang par les parties naturelles de ces femmes, tant de l'endroit où les parois sont déchirées dans toute leur épaisseur, que de celui dont le placenta a été détaché avec violence. Or dans cette grossesse extraordinaire il ne s'est rencontré aucune de toutes les circonstances que je viens de rapporter pour prouver que ce Fœtus n'a point été contenu dans la cavité de la matrice.

Ce Fœtus n'ayant donc point été contenu dans la simple

capacité de l'hypogaſtre, ni dans la cavité de la matrice, il reſte à conclure qu'il a été contenu dans les trompes ou dans les ovaires, puiſque nous n'avons point d'obſervation qu'on en ait trouvé dans d'autres endroits; qu'ainſi les membranes de la trompe ou de l'ovaire droits formoient la poche dont il s'agit.

Je ne déterminerai pas ſi c'eſt plûtôt la trompe que l'ovaire, qui a ſervi de matrice à ce Fœtus; parce que je n'ai jamais pû porter mon doigt dans la capacité de l'hypogaſtre pour m'en bien éclaircir. Les conjectures que j'ai là-deſſus ſont trop légeres & trop équivoques pour pouvoir y établir rien de ſolide; d'autant plus que la trompe & l'ovaire droits ſont également placés à l'endroit où étoit ſituée la poche de ce Fœtus. D'ailleurs nous avons des obſervations ſur des Fœtus trouvés dans des trompes & dans des ovaires, & moi-même j'en ai trouvé dans ces deux parties.

Je paſſe maintenant aux cauſes de la rupture de la poche, de la chûte du Fœtus dans la capacité de l'hypogaſtre de la mere, & de la mort du Fœtus dans cette capacité.

La rupture de la poche du Fœtus peut être arrivée, 1°. Parce que les membranes de la trompe ou de l'ovaire qui le contenoient étant infiniment moins ſpongieuſes que la matrice, n'ont pû ſans ſe rompre être aſſez étendues pour contenir un Fœtus de ſix mois.

2°. Que les trompes & les ovaires n'ayant pas à proportion des vaiſſeaux auſſi gros & en auſſi grand nombre que la matrice, le Fœtus à l'âge de ſix mois a pû manquer d'air ou de ſuc nourricier, & ainſi tomber dans des mouvemens convulſifs, qui ont pû donner lieu à la rupture de la poche.

3°. Les grands & fréquens efforts que la mere a faits pour vomir & aller à la ſelle, & les violens remedes qu'on a mis en uſage pour la guérir de ſa douleur de hanche, ont pû contribuer encore à la même rupture.

4°. Peut-être auſſi que l'inégalité de la tiſſure & de l'épaiſſeur des parois de la poche, & la preſſion & la dilatation inégales de cette poche par le Fœtus & par la mere, ont donné occaſion à ſon déchirement.

Cette

Cette poche ayant été déchirée par une ou plusieurs des causes que je viens de rapporter, le Fœtus a dû tomber dans la capacité de l'hypogastre de sa mere, soit par son propre poids & son mouvement, soit par la contraction de la poche ou la pression du diaphragme & des parties intérieures & extérieures du ventre de la mere.

Enfin ce Fœtus a dû nécessairement mourir dans la capacité de l'hypogastre de sa mere peu de tems après y être tombé; parce qu'alors son placenta étant tout-à-fait séparé de la poche qui lui tenoit lieu de matrice, il ne recevoit plus de sa mere ni air ni suc nourricier pour la conservation de sa vie.

Je finirai cette histoire en expliquant les principaux accidens que le Fœtus a causés à sa mere devant & après sa mort.

Le premier accident que le Fœtus pendant qu'il a vécu, a causé à sa mere, a été une douleur à la hanche droite. Cette douleur étoit vrai-semblablement un effet de la compression que le Fœtus contenu dans la trompe ou dans l'ovaire faisoit sur les veines & les vaisseaux lymphatiques de l'hypogastre du même côté. Car cette compression empêchant le retour du sang & de la lymphe par ces vaisseaux, donnoit lieu à une partie de la sérosité de se séparer des autres principes de ces liqueurs, puis de s'échapper par les pores de leurs tuniques dans les interstices des fibres, ensuite de les picoter par les sels qu'elle entraîne toujours avec elle, & enfin d'y exciter de la douleur.

La douleur de la hanche de la malade cessa après avoir duré cinq semaines, non-pas tant peut-être par les remedes qu'on lui fit pour l'en guérir, que parce qu'alors le Fœtus par son accroissement ayant gagné la région lombaire droite, ne comprima plus les veines & les vaisseaux lymphatiques qu'il comprimoit auparavant. Ainsi leurs liqueurs ayant leur cours libre, il ne s'écoula plus de sérosité de ces vaisseaux, ni par conséquent des sels pour picoter les parties nerveuses de la hanche, & ce qui s'en étoit déja écoulé rentra dans les vaisseaux, ou se dissipa par la

tranſpiration, au moyen du mouvement & de la chaleur de la partie malade & des parties voiſines.

Le ſecond accident que le Fœtus encore vivant a cauſé à ſa mere, a été une tumeur dans la capacité du ventre au-deſſous des fauſſes côtes droites, accompagnée de douleur, & principalement de difficulté de reſpirer. Cette tumeur étoit formée par le Fœtus, qui à force de croître étoit monté juſqu'à cet endroit du ventre, d'où la trompe & l'ovaire, dans l'un deſquels il étoit contenu, ſont peu éloignés. Le Fœtus dans cette ſituation s'oppoſant à la deſcente du diaphragme, rendoit l'inſpiration de ſa mere difficile; & peſant ſur le rein droit & ſur une partie du colon & de quelques-autres inteſtins, empêchoit les matieres de couler librement par leur canal, & les liqueurs par leurs vaiſſeaux; d'où il devoit néceſſairement s'en enſuivre de la douleur dans ces parties.

Le troiſiéme accident que le Fœtus pendant ſa vie a cauſé à ſa mere, a été un poids très-incommode dans le baſſin de l'hypogaſtre, principalement du côté droit, après être tombé du haut de la région lombaire dans ce baſſin. Ce poids fut bien-tôt après ſuivi de difficulté d'aller à la ſelle & d'uriner, de cuiſſons en urinant, d'hémorrhoïdes intérieures & extérieures, d'une impuiſſance de marcher, ſurtout de la jambe droite, & d'une douleur dans la hanche du même côté, beaucoup plus aiguë que la premiere qu'elle y avoit ſentie. Tous ces accidens ſuivent ſi naturellement de la compreſſion faite par le Fœtus, alors beaucoup plus grand, ſur le cou de la veſſie, ſur le gros boyau, & ſur le nerf ſciatique droit, par lequel les eſprits ſe diſtribuent aux muſcles de la progreſſion, que ce ſeroit perdre le tems d'en faire l'explication.

Le Fœtus quelque tems après ſa mort s'étant corrompu dans la capacité de l'hypogaſtre, a donné lieu à tous les autres accidens qui ſont ſurvenus à la mere durant le cours de ſa maladie. La fiévre, par exemple, a été cauſée par des ſels, qui s'étant ſéparés des autres principes par la corruption du Fœtus, ſe ſont peu-à-peu inſinués dans les vaiſ-

ſeaux de la mere, & ont excité dans ſon ſang une fermentation contre nature, dans laquelle conſiſte la fiévre. Cette fiévre a duré ſans interruption environ ſix mois ; parce que la corruption du fœtus ou ſes effets qui en étoient la cauſe, ont duré ſans interruption pendant tout ce tems-là ; auſſi n'a-t-elle tout-à-fait ceſſé qu'après l'extraction entiére du corps du fœtus, la purification du ſang de la mere, & le rétabliſſement des parties contenues principalement dans la capacité de ſon hypogaſtre.

Enfin la fiévre & les ſels continuellement élevés de la pourriture de l'hypogaſtre, ont cauſé ſéparément ou conjointement les accidens preſqu'innombrables de la maladie de cette femme ; la fiévre en diſſipant les eſprits & détruiſant les parties intégrantes du ſang, & les ſels en irritant ou rongeant les parties ſolides, en coagulant les liquides ou leur donnant trop de ſubtilité, en embarraſſant ou bouchant les conduits par le moyen des humeurs qu'ils coaguloient.

La plaie du gros boyau de cette femme a été faite par l'os d'un des bras du fœtus ; parce que quelques jours avant que de le rendre par le ſiége, elle avoit ſenti dans le ventre des douleurs beaucoup plus vives qu'auparavant, qui l'avoient obligée de redoubler ſes efforts pour en chaſſer la cauſe. Peut-être qu'alors un des bouts de l'os appuyoit fortement ſur le gros boyau de la mere dans un endroit rongé en partie par la liqueur âcre dans laquelle il baignoit depuis long-tems. Ainſi ce boyau n'oppoſant qu'une foible réſiſtance aux fortes impulſions de l'os du fœtus, il le perça & s'engagea dans ſa cavité.

La malade, qui dans ſes autres groſſeſſes n'avoit jamais eu ſes régles, les a eu réguliérement tous les mois dans celle-ci, mais en moindre quantité. En voici deux raiſons : La premiére, parce que la cavité de ſa matrice n'étant occupée ni de fœtus, ni de mole, de faux germe, de ſang retenu, ni d'autre corps étranger, rien n'empêchoit que le ſang ne s'y portât tous les mois, & qu'il n'en ſortît à meſure par ſon orifice, qui étoit libre, comme je l'ai déja remarqué.

La ſeconde raiſon eſt, que le fœtus étant contenu dans une partie dont les vaiſſeaux ſont à proportion beaucoup plus petits & en plus petit nombre, & dont la tiſſure eſt plus ſerrée que dans la matrice, devoit recevoir moins de nourriture & croître plus lentement, que s'il avoit été contenu dans la matrice. Ainſi ce fœtus conſumant moins des parties du ſang dans le même eſpace de tems qu'il ne s'en conſume dans les groſſeſſes ordinaires, celui qui reſtoit pouvoit ſuffire à toutes les fonctions de la mere, & en même-tems à l'évacuation particuliére à ſon ſexe, mais en moindre quantité; puiſqu'une partie de la maſſe du ſang qui devoit tous les mois s'écouler par cette voie, pour faire cette évacuation, fourniſſoit au fœtus la matiére de ſa nourriture & de ſon accroiſſement. D'où on peut inférer deux choſes.

La premiére, que les régles des femmes dépendent de la quantité ſuperflue du ſang, comme de leur cauſe principale. La ſeconde, que le fœtus dont il s'agit, & qui paroiſſoit n'avoir que ſix mois, à en juger par la grandeur de ſes os, pouvoit en avoir davantage.

Cette femme dans ſa derniére groſſeſſe n'a point eu de lait aux mammelles, & elles n'ont point ſenſiblement groſſi comme dans les autres, & comme il arrive dans les groſſeſſes ordinaires, où le fœtus eſt contenu dans la matrice, en voici la raiſon.

La partie laiteuſe ſe ſépare du ſang dans les mammelles des femmes groſſes, lorſque leur matrice par l'accroiſſement du fœtus s'eſt élevée au-deſſus du baſſin de l'hypogaſtre, & que par ſon propre poids & celui du fœtus, qui ſont alors conſidérables, elle comprime fortement la partie inférieure de l'aorte deſcendante, ou ſur-tout ſes branches appellées iliaques. Car le ſang ne pouvant alors couler que fort difficilement aux parties inférieures du corps de ces femmes, ſe porte en beaucoup plus grande quantité aux ſupérieures, & principalement aux mammelles; parce qu'étant ſpongieuſes, & la peau qui les couvre mince, elles cedent facilement à l'impulſion du ſang, qui en dilate peu

à peu les parties. D'où il ſuit que les mammelles doivent groſſir, & la cavité des conduits laiteux ſe dilater & recevoir conſéquemment la partie laiteuſe du ſang à laquelle elle refuſoit auparavant l'entrée.

Cela ſuppoſé, il eſt aiſé de comprendre que dans la derniére groſſeſſe de cette femme, ſon ſein ne devoit ni groſſir ni avoir du lait; puiſque ſon fœtus étant contenu dans la trompe ou dans l'ovaire droite, ne pouvoit pas comprimer l'aorte deſcendante qui eſt placée au côté gauche, non-plus que ſes branches du même côté. Quant aux branches droites de cette artére, qui ſont l'iliaque & l'émulgente, il ne pouvoit pas comprimer la premiére du moins pendant les deux derniers mois de la groſſeſſe, qui eſt le tems que le ſein commence à groſſir & à avoir du lait, parce qu'il étoit alors ſitué à la partie ſupérieure de la région lombaire droite, par conſéquent trop éloigné de cette branche pour la pouvoir comprimer. Le fœtus ne pouvoit non-plus que légerement comprimer la ſeconde branche; parce qu'il étoit petit par rapport à ſon âge, & les parois de ſa poche beaucoup plus minces que celles de la matrice d'une femme groſſe de ſix mois, & que cette branche eſt naturellement couverte de beaucoup de graiſſe & de l'inteſtin colon, qui devoient la garantir d'une partie de la compreſſion du fœtus & de ſa poche.

Enfin la malade dans cette groſſeſſe a eu très peu des accidens qui ont accoutumé d'incommoder les femmes groſſes, & ceux-mêmes qu'elle a eus ont été peu conſidérables.

Les incommodités des femmes groſſes viennent principalement de la ſuppreſſion de leurs régles, & de la compreſſion que la matrice pleine d'un ou de pluſieurs fœtus fait ſur la veſſie, le rectum & quelques autres inteſtins, & ſur quantité de gros vaiſſeaux du ventre. Car le ſang des régles étant retenu dans ſes vaiſſeaux, s'y épaiſſit, & s'y coagule en partie, s'y aigrit, y excite des fermentations contre nature, &c. Le fœtus en comprimant les parties dont je viens de parler, y rend le cours des liqueurs difficile, dimi-

nue les filtrations, retarde l'évacuation des excrémens, &c. Or la femme dont il s'agit, ayant toujours été réglée pendant sa derniére grossesse, & son fœtus, à cause de sa petitesse, du peu d'épaisseur de sa poche & de sa situation, n'ayant fait qu'une légere compression sur ces parties, on ne doit pas s'étonner si elle a eu si peu des accidens qui accompagnent les grossesses ordinaires, & si elle a été si légerement incommodée du peu qu'elle en a eu.

EXAMEN

De la force nécessaire pour faire mouvoir les bateaux tant dans l'eau dormante que courante, soit avec une corde qui y est attachée & que l'on tire, soit avec des rames, ou par le moyen de quelque machine.

PAR M. DE LA HIRE.

1702. 22. Novemb. LA force nécessaire pour tirer un bateau dans une eau dormante, par le moyen d'une corde qui y est attachée, & quand on est sur le bord de l'eau, est la même que celle qu'il faudroit employer pour soûtenir seulement ce bateau dans une eau courante, qui iroit de la même vîtesse que celle avec laquelle on tire le bateau dans une eau dormante.

Cette proposition est évidente d'elle-même, puisque le choc ou la résistance de l'eau contre le bateau sera la même dans l'un & dans l'autre cas.

Mais ce sera encore la même chose, si l'on tire un bateau dans une eau dormante, ou si on le soûtient dans une eau courante, quand la puissance qui agit est placée dans le bateau, & qu'elle le tire ou qu'elle le soûtient par le moyen d'une corde qui est attachée à un point fixe, si l'on suppose

qu'il y ait une égale vîtesse de l'eau qui choque le bateau dans ces deux cas.

Pour déterminer la force nécessaire pour cet effet, il faut connoître quelle est la surface du bateau qui se présente à la direction du mouvement du bateau, & avec quelle vîtesse il est tiré dans l'eau calme, ou bien quelle est la vîtesse de l'eau qui le choque.

Je suppose comme des principes ce qui est connu de la nature de l'eau & du mouvement, & dont M. Mariotte rapporte toutes les expériences.

1°. Que les corps pesans étant tombés depuis le repos jusqu'à quelque hauteur que ce soit, ont acquis en ce point une vîtesse propre pour leur faire parcourir d'un mouvement uniforme, un espace double de celui qu'ils ont parcouru en descendant d'un mouvement accéléré depuis le repos, & dans un tems égal à celui qu'ils ont employé à descendre jusqu'à ce point.

2°. Que les vîtesses de ces corps sont entr'elles dans la raison soudoublée, ou dans la raison des racines des espaces qu'ils ont parcourus en descendant.

3°. Que les corps liquides suivent les mêmes loix que les corps solides, en ce qui regarde le mouvement qui dépend de leur pesanteur.

4°. Qu'un corps pesant parcourt en descendant d'un mouvement accéléré l'espace de 14 pieds en une seconde de tems.

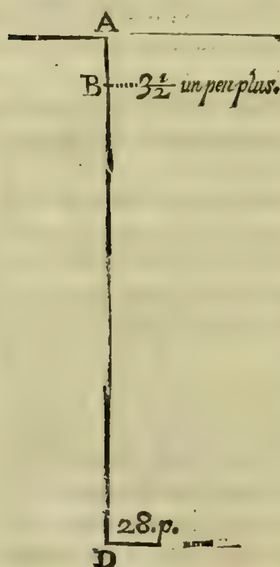
Il s'ensuit donc delà que l'eau qui sera tombée de la hauteur de 14 pieds, aura acquis une vîtesse capable de parcourir un espace de 28 pieds en une seconde de tems, & par conséquent l'eau qui sort par l'ouverture d'un tuyau à 14 pieds au-dessous du niveau de l'eau du réservoir, doit avoir une vîtesse propre à parcourir un espace de 28 pieds en une seconde de tems d'un mouvement uniforme. Cette propriété de l'eau est confirmée par toutes les expériences.

M. Mariotte avoit trouvé par une expérience qu'il fit au milieu de la riviere de Seine, à l'endroit où elle étoit la plus rapide, qu'elle parcouroit trois pieds & $\frac{1}{4}$ en une seconde

de tems; & dans le même endroit & au même-tems, il fit une autre expérience pour connoître quelle étoit la force de l'eau avec cette vîteſſe, & il trouva qu'elle faiſoit équilibre avec un poids de 3 livres & $\frac{3}{4}$, quand elle choquoit ou pouſſoit une petite planche fort mince de 36 pouces en ſuperficie. Il ſe ſervit pour cette expérience d'un tourniquet dont j'ai donné la figure dans ſon Traité du Mouvement des eaux, que j'ai fait imprimer après ſa mort, & dont il m'avoit laiſſé tous les Memoires. Il fit encore pluſieurs autres expériences ſur le même ſujet, qui confirmerent celle-ci.

Voici les conſéquences que je pourrois tirer des principes que j'ai avancés ci-devant, & des expériences de M. Mariotte.

Puiſqu'un corps peſant étant tombé de la hauteur de 14 pieds en une ſeconde de tems, a acquis une vîteſſe pour parcourir 28 pieds en une ſeconde d'un mouvement uniforme : Soit *AD* la hauteur d'un réſervoir de 14 pieds; l'eau ſortira donc en *D* avec une vîteſſe telle qu'elle pourra parcourir 28 pieds en une ſeconde de tems d'un mouvement uniforme. Et pour revenir à l'expérience de M. Mariotte, je cherche quelle eſt la hauteur du réſervoir *AB*, enſorte que l'eau en *B* ſoûtînt ſur une ſurface de 36 pouces ou d'un quart de pied, 3 livres & $\frac{3}{4}$, & je trouve en poſant pour la peſanteur du pied cubique d'eau 70 livres, que cette hauteur *AB* n'eſt que de 31 lignes, ou de 2 pouces 7 lignes à très-peu près.



Ces deux hauteurs *AD*, *AB* étant poſées avec la vîteſſe en *D* telle que je l'ai déterminée, je dis,

1. *Regle*

I. *Regle pour connoître la vîteſſe de l'eau par ſon effort ou hauteur de réſervoir.*

Que la racine de *AD* eſt
A la racine de *AB*,
Comme la vîteſſe en *D* eſt
A la vîteſſe en *B*. Ou bien ce qui eſt la même choſe,
AD eſt
A *AB*,
Comme le quarré de la vîteſſe en *D* eſt
Au quarré de la vîteſſe en *B*.

Et dans notre exemple on aura 14 pieds ou 2016 lignes, nombre fixe, ou bien 18,
A 31 lignes;
Comme 784 qui eſt le quarré de 28 pieds que l'eau en *D* doit parcourir en une ſeconde, & qui ſera un nombre fixe, ou bien 7,
A 12 & un peu plus, qui ſera auſſi le quarré de l'eſpace que l'eau doit parcourir en une ſeconde, étant tombée de *A* juſqu'en *B*.

Mais la racine quarrée de 12 eſt un peu moins de $3\frac{1}{2}$, qui ſera le chemin en pieds que l'eau doit parcourir en une ſeconde, d'un mouvement uniforme à la hauteur de *AB* au-deſſous du niveau de l'eau en *A* dans le réſervoir.

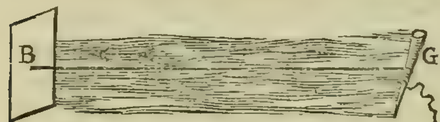
M. Mariotte met dans ſon expérience la vîteſſe de l'eau de 3 pieds $\frac{1}{4}$, qui eſt un peu moins que celle que je trouve ici; mais il n'étoit pas poſſible de faire cette expérience à un ou deux pouces près, qui eſt toute la différence qu'il y a entre ſon expérience & ce que je conclus des principes, en poſant le poids que ſoutenoit l'eau tel qu'il l'avoit trouvé où il pourroit auſſi y avoir quelque petite erreur.

Cette conſéquence n'étant tirée que des principes des corps liquides en mouvement, on peut dire que l'eau coulante dans l'eau même, a la même vîteſſe que ſi elle ſortoit par une ouverture au-deſſous de la ſuperficie d'un réſervoir, dont la hauteur eſt déterminée par celle de l'effort de l'eau

coulante contre un corps; ce qui eſt une connoiſſance fort conſidérable & fort utile pour le mouvement & pour l'eſfort des eaux coulantes, qui ne ſont point retenues par aucun empêchement.

On pourra donc par ce moyen connoître les différens efforts de l'eau contre un bateau, & par conſéquent la force qui ſera néceſſaire pour le retenir dans une eau courante, ou pour le faire marcher dans une eau calme ou courante, lorſque la vîteſſe de l'eau qui choque le bateau dans ces différens cas, ſera donnée; puiſqu'on peut rapporter cet effort à celui qui doit ſoutenir une charge d'eau contre une ſuperficie donnée au-deſſous d'un réſervoir à une certaine hauteur, laquelle eſt déterminée par la vîteſſe propoſée.

Mais dans l'examen que je fais ici de l'effort de l'eau contre les bateaux, je ſuppoſe ſeulement au lieu des bateaux, une ſuperficie plane & perpendiculaire au courant de l'eau; ce qui revient à très-peu près, à la ſurface irréguliere que le bateau préſente au mouvement.



Je ſuppoſe donc qu'il y ait une ſurface *B* qui ſoit plongée verticalement dans une eau courante, & que le courant de l'eau choque directement cette ſurface; mais qu'au milieu de cette ſurface il y ait une corde qui y ſoit attachée, laquelle eſt retenue par ſon autre extrémité en un point fixe *G*.

Premierement, il eſt évident que l'effort que l'eau fait pour pouſſer la ſurface *B*, ſera auſſi le même avec lequel le point fixe *G* ſera tiré, puiſque toute la réſiſtance que la ſurface *B* fera au courant de l'eau, elle la doit tirer ou emprunter du point fixe *G*, ſans quoi elle ne pourroit faire aucune réſiſtance.

Mais ſi l'on veut connoître quel eſt cet effort, la ſurface *B* étant donnée avec la vîteſſe de l'eau, ou le chemin

qu'elle fait en une ſeconde de tems, il faut ſe ſervir de la régle ſuivante, laquelle ſe déduit de ce que j'ai dit ci-devant.

2. *Regle pour connoître l'effort de l'Eau par ſa vîteſſe.*

Prenez le quarré du nombre des pieds du chemin que fait l'eau en une ſeconde, & diviſez ce quarré par 56, qui eſt un nombre fixe, & qui ſert dans tous les cas propoſés, le Quotient de la diviſion ſera la hauteur des pieds d'eau qu'il faut poſer au-deſſus de la ſurface donnée pour avoir l'effort ou la charge que fait l'eau : C'eſt pourquoi ſi l'on multiplie cette hauteur par la ſurface donnée, on aura le ſolide d'eau qu'il faut ſoûtenir, & qui eſt l'effort que l'on cherche.

On devroit prendre 70 livres pour chaque pied cubique, & 5 gros $\frac{320}{1728}$ pour chaque pouce cubique; mais pour les calculs ordinaires on pourra prendre 5 gros $\frac{1}{3}$, ce qui revient à très-peu près à 72 livres pour le pied : C'eſt pourquoi dans la ſuite je me ſervirai de 72 livres pour un pied.

Si l'on prend la vîteſſe donnée en pouces, & qu'on en diviſe le quarré par 56, on aura les lignes de hauteur de l'eau qu'il faut poſer au-deſſus de la ſuperficie propoſée.

Pour la démonſtration de cette regle, on ſçait que la vîteſſe de l'eau eſt telle qu'elle fait 28 pieds en une ſeconde de tems, quand elle ſort par une ouverture à 14 pieds au-deſſous de la ſuperficie d'un réſervoir ; & par conſéquent le quarré de 28 pieds de vîteſſe, eſt au quarré du nombre de pieds en une ſeconde de la vîteſſe propoſée, comme la hauteur de 14 pieds de réſervoir, à la hauteur requiſe ; ou bien le quarré de 28 pieds de vîteſſe eſt à 14 pieds de hauteur, qui eſt une raiſon fixe pour tout, laquelle eſt auſſi de 56 à 1, comme le quarré des pieds de vîteſſe propoſée à la hauteur de l'eau requiſe en pieds.

Mais ſi au lieu des pieds de vîteſſe propoſée on prend des pouces, alors ſuivant la regle on devroit diviſer le nombre par 56 multiplié par 12 pour avoir des pouces : mais ſi l'on

divise seulement par 56, on aura des douziémes de pouces, qui sont des lignes.

Exemple.

Soit une vîtesse d'eau proposée telle qu'elle fasse 6 pieds en une seconde de tems; le quarré de 6 est 36, qui étant divisé par 56 donne au Quotient $\frac{36}{56}$ ou $\frac{9}{14}$ de pied, ce qui revient à 92 lignes $\frac{1}{2}$ à très-peu près, ou à 7 pouces 8 lignes $\frac{1}{2}$ de hauteur d'eau au-dessus de la surface proposée. On trouve aussi la même chose en posant 72 pouces de vîtesse au lieu de 6 pieds.

Maintenant si la surface proposée est de 36 pouces en quarré, on les doit multiplier par la hauteur trouvée; ce qui donnera en solidité 277 pouces $\frac{1}{2}$, & 1480 gros en pesanteur d'eau, ou 11 livres 9 onces, qui sera la mesure de l'effort de l'eau contre la superficie proposée.

Conséquence.

Il s'ensuit de-là que si un bateau présentoit au courant de l'eau une superficie d'une toise ou de 36 pieds, qui est 144 fois plus grande que celle que nous venons de poser dans l'exemple précédent, & que la vîtesse de l'eau fût la même, c'est-à-dire, telle qu'elle pût faire 6 pieds en une seconde, il faudroit aussi une force 144 fois plus grande que celle que nous avons trouvée de 11 livres 9 onces, laquelle seroit de 1665 livres: Il faudroit donc un effort de 1665 livres pour retenir un bateau tel que je viens de le supposer dans une eau courante avec la vîtesse de 6 pieds en une seconde.

Mais si l'eau ne faisoit que 4 pieds en une seconde, qui peut être à peu près la vîtesse du Rhône, car il n'y a point de riviére ordinaire qui puisse faire 6 pieds en une seconde; & supposant que le bateau remonte contre le courant de l'eau de deux pieds en une seconde, il s'ensuivra de même que l'eau qui choquera le bateau aura une vîtesse de six

pieds par seconde ; c'est pourquoi il faudroit dans ce cas, un effort de 1665 livres.

Examen de la force des chevaux pour tirer un bateau ou un corps plongé dans une eau courante ou calme.

Un grand bateau Foncet sur la Seine présente au courant de l'eau une surface de 3 toises ou de 108 pieds, & posant que l'eau dans son courant entre le milieu & les bords fait 2 pieds $\frac{1}{2}$ en une seconde de tems. On attache à ce bateau 12 chevaux pour le tirer & le faire remonter seulement de 1 pied $\frac{1}{2}$ en une seconde; ce qui sera en une heure 900 toises, & 9000 toises en dix heures, qui est le tems que les chevaux peuvent travailler chaque jour, & ce sera 4 lieues de 2250 toises chacune, supposé qu'ils marchent d'un mouvement égal, & qu'ils ne soient point retardés par plusieurs empêchemens qui surviennent dans la navigation.

Maintenant puisque nous supposons que l'eau en une seconde de tems descend de 2 pieds $\frac{1}{2}$, & que le bateau remonte de 1 pied $\frac{1}{2}$ dans le même tems, la vîtesse de l'eau qui choquera le bateau en remontant sera de 4 pieds en une seconde ; & par la régle précédente le quarré de 4 pieds ou de 48 pouces sera 2304, qui étant divisés par 56 donnent au Quotient 41 $\frac{1}{7}$ qui sont des lignes de hauteur d'eau, ou bien 3 pouces 5 lignes $\frac{1}{7}$. C'est pourquoi cette hauteur étant multipliée par 108 pieds de la superficie du bateau, on aura 26 pieds $\frac{1}{3}$ cubiques d'eau à très-peu près ; & comme nous posons la pesanteur de chaque pied cubique de 72 livres, on aura donc 1896 livres, qui mesurent l'effort qu'il faut pour tirer ce bateau dans les conditions proposées ; & chaque cheval soûtiendroit 158 livres en faisant 1 $\frac{1}{2}$ pied par seconde.

Ce que je viens de démontrer de l'eau courante de la Seine, se doit entendre de même d'une eau calme, si l'on fait que la vîtesse avec laquelle le bateau seroit tiré, soit de 4 pieds par seconde : car il y auroit alors la même vîtesse

d'eau de 4 pieds par ſeconde, laquelle choqueroit le bateau.

Ce ſeroit auſſi la même choſe, ſi l'on ſuppoſoit que dans une eau calme ou dans une eau courante il y eût un point fixe, & qu'un bateau y étant attaché avec une corde, on le fît mouvoir vers le point fixe en tirant la corde, la puiſſance qui tireroit étant placée dans le bateau : car il ne s'agit que de vaincre la réſiſtance de l'eau qui court contre le bateau avec une certaine vîteſſe, ce qui détermine l'effort de la puiſſance.

Or il eſt certain que de toutes les maniéres qu'on puiſſe appliquer une puiſſance à une machine pour tirer un corps attaché à une corde, on ne peut rien gagner : car ſi la puiſſance eſt foible, elle tirera toujours plus lentement, & ſi elle eſt forte, elle tirera plus vîte le corps qui eſt attaché à la corde, & ſi l'on ſe ſert de la même puiſſance, le mouvement ſera toujours proportionné au tems, & tout cela ſans compter les frottemens & les autres incommodités qui peuvent arriver de la part des machines qu'on emploie pour augmenter la force.

Il me faut maintenant examiner le mouvement des bateaux qu'on fait marcher avec des rames. Mais avant que d'entrer dans cet examen, on doit conſidérer que tout effort eſt emprunté de quelque réſiſtance, comme on le peut voir dans les leviers ; car ſi l'on appuie ſur l'extrémité d'un levier qui eſt retenu par ſon autre extrémité, l'effort qu'on fait ſur les parties du milieu de ce levier, eſt emprunté de la réſiſtance où le levier eſt arrêté ; puiſqu'il eſt certain que ſi l'extrémité du levier n'étoit point arrêtée, on ne pourroit faire aucun effort ſur les parties du milieu de ce levier, quelque puiſſance qu'on appliquât à ſon autre extrémité. De même, ſi l'on tire une corde pour faire mouvoir un poids qui lui ſoit attaché, on ne le tirera point quelque force qu'on y emploie, à moins qu'on n'emprunte l'effort d'un point fixe où l'on ſera poſé, & l'on fera autant d'effort à pouſſer ce point fixe, qu'à tirer le corps qui eſt attaché à la corde. C'eſt encore la même choſe pour les corps qu'on pouſſe.

Suppofons maintenant que dans une eau calme il y ait deux bateaux, & qu'à l'un de ces bateaux on ait attaché une corde par l'une de fes extrémités, & que l'autre extrémité de cette corde foit tirée par une puiffance qui eft placée dans l'autre bateau. Or la puiffance qui tire la corde fait autant d'effort pour pouffer le bateau où elle eft, que pour tirer celui où la corde eft attachée, fuppofant que la direction de la puiffance foit la même que celle de la corde : c'eft pourquoi par cet effort de la puiffance les deux bateaux doivent s'approcher l'un de l'autre. Et fi l'effort de la puiffance eft donnée avec la furface des bateaux, qui eft plongée dans l'eau, & qui fe préfente au mouvement, on déterminera la vîteffe avec laquelle ils marcheront.

Mais puifqu'il fe fait un même effort fur chacun des deux bateaux, tant pour en tirer l'un que pour pouffer l'autre, la quantité de l'eau qui détermineroit ou qui mefureroit cet effort, feroit la même pour le mouvement de chacun des deux bateaux; & par conféquent les hauteurs de l'eau, comme dans des réfervoirs, qui feroient cet effort, feroient entr'elles dans la raifon réciproque des furfaces des bateaux, lefquelles fe préfentent au mouvement. Mais les racines de ces hauteurs donnent les vîteffes: Donc les vîteffes des bateaux feront entr'elles dans la raifon réciproque des racines des furfaces des bateaux.

De même auffi fi les vîteffes des bateaux étoient données avec leurs furfaces, on auroit l'effort de la puiffance qui les feroit mouvoir. Quelques exemples éclairciront cette propofition.

Qu'il y ait dans une eau calme deux bateaux, dont la furface de l'un foit de 16 pieds, & celle de l'autre de 64 pieds. Je parle feulement des furfaces qui fe préfentent au mouvement, ou qui font directement oppofées l'une à l'autre. Il doit donc arriver que le bateau de 16 pieds de furface étant pouffé ou tiré avec un effort égal à celui qui pouffe ou qui tire le bateau de 64 pieds, on doit confidérer les efforts qui pouffent ces furfaces comme deux folides

parallelepipedes d'eau égaux entr'eux; & par conséquent leurs hauteurs seront réciproques des surfaces, quelle que puisse être la quantité de ces solides. Mais nous avons démontré que les vîtesses de ces bateaux sont toujours comme les racines des hauteurs des solides d'eau : Donc la vîtesse de celui qui a 16 pieds de surface sera 8, qui est la racine de 64; & la vîtesse de celui qui a 64 pieds de surface sera 4, qui est la racine de 16.

Ainsi quelque effort qu'on employe pour faire mouvoir ces bateaux, celui qui a 64 pieds de surface marchera avec une vîtesse exprimée par 8, & l'autre avec une vîtesse exprimée par 4, ce qui est la raison de 2 à 1.

Il est donc évident delà que si le bateau qui a 64 pieds de surface se meut d'une vîtesse propre à faire 2 pieds en une seconde, celui qui a 16 pieds de surface se mouvra d'une vîtesse propre à faire 4 pieds aussi en une seconde.

Mais ces vîtesses étant données, nous pouvons déterminer l'effort nécessaire pour faire mouvoir ces bateaux vers un point fixe placé entre les bateaux dans la ligne de leur mouvement, en se servant de la regle que nous avons donnée ci-devant. Supposons donc pour le bateau de 16 pieds une vîtesse de 2 pieds par seconde, ou de 24 pouces, son quarré sera 576, lequel étant divisé par 56 donnera $10\frac{2}{7}$, qui sont des lignes de hauteur d'eau sur la surface du bateau, lesquelles déterminent l'effort; car posant 72 livres pour le pied d'eau, on aura 82 livres à très-peu près pour l'effort nécessaire à faire mouvoir ce bateau de 2 pieds en une seconde, comme on l'a supposé.

Mais puisque la vîtesse de ce bateau de 16 pieds de superficie doit être à la vîtesse de l'autre bateau comme 2 à 1 suivant ce qu'on a trouvé, il faut faire le même calcul pour l'autre bateau, en divisant le quarré de 1 pied ou de 12 pouces par 56, & le Quotient qui sont des lignes de hauteur d'eau, étant multiplié par la surface du bateau, donnera le même effort de 82 livres pour faire mouvoir ce bateau par l'espace de 1 pied en une seconde. Ces deux bateaux seront donc mûs avec le même effort de 82 livres

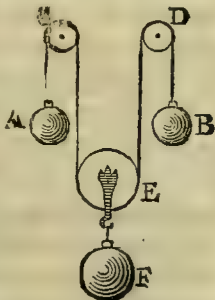
par

par une ſeule puiſſance, & ils s'approcheront l'un de l'autre de 3 pieds en une ſeconde, puiſque l'un ſe meut par l'eſpace de 2 pieds, & l'autre par l'eſpace de 1 pied vers un même point fixe placé entre les deux bateaux.

On auroit pû auſſi ſuppoſer que le bateau de 16 pieds auroit fait tel autre chemin qu'on auroit voulu, & que dans le même tems l'autre bateau de 64 pieds auroit fait un chemin de la moitié; ce qui ne change rien à ce que je viens de trouver.

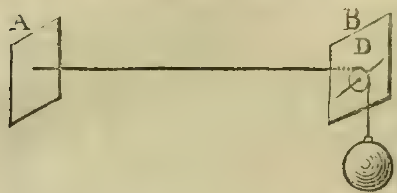
Mais comme il n'y a dans cet exemple qu'une puiſſance de 82 livres, qui étant dans un bateau tire la corde qui eſt attachée à l'autre bateau, il s'enſuit que cette puiſſance dévidera ou tirera 3 pieds de corde en une ſeconde; au lieu qu'avec la même force ſi l'un des bateaux étoit immobile, on ne dévideroit que la quantité de corde qui conviendroit au mouvement de l'autre bateau. Puiſque ce n'eſt pas la quantité de corde qu'on dévide qui détermine l'effort pour le mouvement, comme il eſt facile à voir que s'il n'y avoit rien d'attaché à la corde, on en dévideroit tant qu'on voudroit ſans faire aucun effort, en ſuppoſant la corde ſans peſanteur, comme on fait ici.

S'il reſtoit encore quelque doute ſur ce que je dis, que le plus ou le moins de corde qu'on dévide ne diminue ni n'augmente pas l'effort qu'on fait, on pourra conſidérer ce qui arrive aux poids *ABF*, dont *A* & *B* ſont attachés aux extrémités d'une corde, laquelle paſſe par-deſſus deux poulies *CD*, & ſoutient en ſe ployant la poulie *E*, qui porte par ſa chappe le poids *F*. Car ſoit qu'on abbaiſſe ou qu'on éleve le poids *A*, le poids *F* fera toujours le même effort ſur le poids *B* qu'il faiſoit auparavant, quoique ce poids *F* monte ou deſcende.



On peut auſſi ſe former une idée plus claire de ce que j'ai dit de l'effort de la puiſſance qui tire les bateaux, en les rapportant à une machine. Car ſi l'on imagine deux

ſurfaces *A*, *B*, plongées perpendiculairement dans une eau calme, leſquelles ſoient paralleles entr'elles, & qu'au milieu de la ſurface *B* il y ait une petite poulie *D* qui y ſoit attachée, & qui ait ſon plan perpendiculaire au plan de la ſurface *B*, & que l'axe de cette poulie ſoit couché horizontalement ſur la même ſurface *B*. Si l'on attache donc une corde au milieu de la ſurface *A*, & que cette corde étant horizontale paſſe par-deſſus la poulie *D*, & qu'enſuite elle ſoutienne un poids *E*; il eſt évident que ce poids *E* fera deux efforts tout enſemble égaux chacun à l'effort du poids, l'un pour tirer la ſurface *A*, & l'autre pour pouſſer la ſurface *B*; & ſoit qu'une ſeule des ſurfaces ſoit mobile, ou toutes deux, le poids fera toujours le même effort pour les tirer, avec cette différence ſeulement que s'il n'y a qu'une des ſurfaces mobile, le poids deſcendra par un eſpace égal au mouvement de la ſurface mobile; & ſi elles ſont toutes deux mobiles, ſon chemin ſera égal au mouvement des deux ſurfaces enſemble : car on n'a pas d'égard au peu d'accélération que le poids feroit dans le commencement de ſa deſcente, puiſqu'il ne peut deſcendre qu'autant que les ſurfaces qu'il fait mouvoir, peuvent faire de chemin au travers de l'eau ; & enfin dans cette comparaiſon du poids à la puiſſance, il ne s'agit pas de l'accélération des poids en deſcendant, puiſque la puiſſance à laquelle le poids eſt comparé n'a aucune accélération ; je n'ai pas d'égard non plus au frottement de la poulie ſur ſon axe, ni à la difficulté de la corde à ſe ployer.

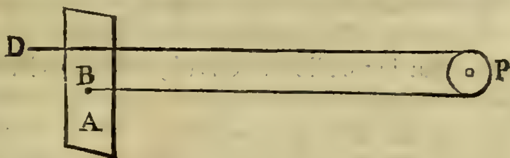


On connoît donc par-là que quelque vîteſſe que le poids puiſſe avoir en deſcendant, ſon action qui dépend de ſa péſanteur, ſera toujours la même pour tirer & pour pouſſer les deux ſurfaces enſemble, puiſqu'il ne peut agir ſur l'une de ces ſurfaces pour la tirer, ſans agir en même tems de la même maniere ſur l'autre pour la pouſſer.

Ce feroit encore la même chofe, fi l'on imagine qu'une puiffance étant foutenue fur quelque appui, éleve perpendiculairement un poids foutenu à une corde ; car foit qu'il foutienne feulement le poids, ou qu'il l'éleve lentement ou promptement, l'appui fera toujours chargé de même de ce poids outre la pefanteur de la puiffance, pourvû que le milieu dans lequel on éleve le poids ne faffe aucune réfiftance.

Cette efpéce de mécanique eft tout-à-fait différente de celle des corps qui font attachés au bras d'un levier, où la pefanteur du corps, & l'efpace qu'il eft en état de parcourir étant multipliés l'un par l'autre, donnent une quantité de mouvement, qu'on confidere ordinairement pour avoir l'effort réciproque de ces corps, & pour en conclure l'équilibre. Mais ici nous examinons des corps dans un mouvement continu & uniforme, & fans aucun effort de percuffion.

On peut encore confidérer différentes maniéres de mouvement des corps plongés dans l'eau ; comme fi l'on imagine qu'il y a une furface *A* plongée perpendiculairement dans l'eau, & qu'à fon milieu



B il y ait une corde qui y foit attachée, laquelle paffant par-deffus la poulie *P* qui eft placée en un point fixe, retourne en *D* vers la furface où la puiffance qui tire la corde eft appliquée ; les deux parties de la corde doivent être paralleles entr'elles.

Or il eft évident que la puiffance appliquée en *D*, & qui pouffe la furface *A* pour tirer la corde, fait contre cette furface le même effort pour la pouffer vers *P*, que celui qu'elle fait à même tems pour tirer cette même furface par le moyen de la corde attachée en *A* ; ainfi la furface *A* fera pouffée vers *P* avec un effort double de celui de la puiffance.

On pourroit auſſi dans cette diſpoſition de machine, appliquer un poids comme on a fait ci-devant au lieu de la puiſſance, en attachant une petite poulie à la ſurface *A*, & la corde où le poids ſeroit ſuſpendu, paſſeroit ſur cette poulie.

On voit par-là que l'on doit tirer un très-grand avantage de cette maniere d'appliquer une puiſſance, puiſque la même puiſſance étant dans le bateau fait un effort double de celui que cette même puiſſance feroit, ſi elle tiroit le bateau en marchant ſur le terrein, ou bien étant dans le bateau, & tirant le bout d'une corde qui ſeroit attachée à un point fixe pour faire marcher le bateau. Ainſi par cette maniere d'appliquer une puiſſance à un bateau, on voit qu'il ne faut que la moitié de la force pour faire le même effet que ſi le bateau étoit tiré par une puiſſance qui marcheroit à terre : mais auſſi cette puiſſance moindre que la moitié de l'autre, doit faire le double du chemin de celle qui ſeroit à terre dans un même tems; mais le plus grand chemin de la puiſſance ne doit pas être conſidéré pour une augmentation de force, comme je l'ai expliqué ci-devant.

On voit auſſi que dans cette maniere d'appliquer la puiſſance par la poulie de renvoi, c'eſt la même choſe que des deux bateaux qu'on fait mouvoir ou marcher l'un vers l'autre; car dans ce cas-là la puiſſance eſt appliquée à deux ſuperficies, & dans celui-ci elle eſt appliquée ſur la même : c'eſt pourquoi on doit trouver une puiſſance moindre, ſi la ſeule ſurface eſt moindre que les deux autres enſemble, ſuppoſant la même vîteſſe, ou bien on aura une plus grande vîteſſe avec une même puiſſance.

Voici quelques expériences que j'ai faites, qui confirmeront ce que j'avance pour l'augmentation de la force par le moyen de la poulie de renvoi, dont je viens de parler. Je m'aſſis ſur une eſpéce de Traîneau dans un lieu pavé de pierres fort unies, & ayant attaché une corde à 5 ou 6 toiſes loin de moi, contre un mur & à la même hauteur où j'étois, enſorte que la corde étoit horizontale, je tirai le bout de cette corde pour me faire avancer vers le

point fixe : mais quoique j'employaſſe toute ma force, je ne pouvois qu'à peine avancer. Alors j'attachai au même endroit du point fixe une poulie, & ayant fait paſſer la corde dont je me ſervois par-deſſus cette poulie, j'en attachai un des bouts au Traîneau ſur lequel j'étois, & je commençai à tirer l'autre bout que je tenois, & je n'eus aucune peine à me faire avancer vers le point fixe; car ſuivant ce que j'ai dit ci-devant, il ne me falloit plus alors que la moitié de la force que j'employois auparavant pour me tirer moi-même.

Le grand frottement que le Traîneau faiſoit en coulant ſur le pavé, quoiqu'il fût fort uni, m'engagea de faire encore une autre expérience plus ſimple pour le même ſujet. J'attachai une corde à un lieu fort élevé, & je tâchai de monter au long de cette corde en m'y ſoutenant avec les bras; mais ma force n'étoit pas aſſez grande pour pouvoir relever tout mon corps ſur un ſeul bras en me tenant d'une main, & prendre la corde plus haut avec l'autre main. C'eſt pourquoi j'attachai une poulie à la place où la corde étoit attachée auparavant, & ayant fait paſſer la corde par deſſus la poulie, je fis une eſpéce d'anneau à l'un des bouts dans lequel je mis le pied comme dans un étrier, & tirant enſuite l'autre bout de la corde, je me levois en-haut avec beaucoup de facilité.

Cette expérience eſt facile à faire, & ſi l'on conſidere ce qui en doit arriver, on voit que lorſqu'on ſe ſoutient en l'air par le moyen de cette corde, les bras ne font que la moitié de l'effort qu'ils feroient, s'ils ſoutenoient tout le corps, étant appliqués à une corde ſimple : car la chappe de la poulie eſt dans ce cas l'appui d'une balance, aux extrémités des bras de laquelle eſt ſoutenu tout le poids du corps, qui ſe diſtribue également des deux côtés, & dans cet état d'équilibre l'effort des bras ne doit être que de la moitié de la péſanteur du corps : C'eſt pourquoi pour peu qu'ils faſſent d'effort au-delà de cette moitié, comme d'une livre, ils déchargeront l'autre moitié d'autant; & alors les bras l'emporteront de deux livres ſur la péſanteur du corps,

& si l'on dévide la corde avec ce même effort, on s'élevera facilement vers la poulie. Je n'ai point ici d'égard au frottement de la poulie sur son pivot, ni aux autres difficultés qui peuvent arriver de la part de la corde.

Pour ce qui est de la vîtesse avec laquelle on s'éleve, elle dépend de la vîtesse avec laquelle on remue les bras pour dévider plus de corde, sans qu'il soit besoin d'augmenter la force, puisque le milieu n'augmente pas sa résistance. Il faut prendre garde que si l'on fait ces expériences sur l'eau, & qu'étant dans un bateau on tire la corde qui passe par-dessus la poulie, & qui est attachée à un autre bateau par son extrémité, si ces deux bateaux sont égaux, il faudra une force double de celle qu'on employeroit si la corde étoit attachée au même bateau où l'on est, à cause du double de résistance de l'eau contre les deux bateaux; ce qui n'arrive pas à l'air qui fait trop peu de résistance dans un mouvement lent pour y avoir égard; & de plus cette même cause de résistance de l'eau demande une proportion de vîtesse dans le mouvement, ou un effort proportionné à la vîtesse à laquelle on n'a pas d'égard non plus quand le mouvement se fait dans l'air.

Je ne manquerai pas à la premiere occasion de faire l'expérience sur une eau calme dans un bateau; car dans une eau courante il y a plusieurs choses à considérer, comme je l'ai expliqué, lesquelles ne se rencontrent pas dans l'eau calme.

On peut encore considérer ces sortes de mouvemens d'une autre maniere. Supposons que dans une eau calme il y ait un bateau qui soit tiré par le même endroit par deux puissances opposées & appliquées à deux cordes, qui ne fassent qu'une même ligne droite. Premierement, il est évident que si ces puissances qui sont appliquées à ces cordes, sont égales entr'elles, le bateau demeurera immobile. Mais si l'une est plus forte qûe l'autre, celle qui sera la plus forte tirera le bateau vers l'endroit où elle est, & les deux puissances étant données, on déterminera le chemin que la plus grande fera faire au bateau. Car si l'on cherche

par la régle les deux différentes vîtesses séparément pour tirer ce bateau, lesquelles conviennent à ces deux forces; leur différence sera celle dont la plus grande force fera marcher le bateau; & par conséquent elle donnera la quantité de corde que celle qui est la plus grande doit dévider, & au contraire, celle que la plus foible filera ou lâchera; car l'une en doit autant tirer que l'autre en dévide, puisque nous supposons que les deux puissances sont placées dans des points fixes.

Tout ce que j'ai dit ci-devant des bateaux qui sont tirés par des cordes, doit s'entendre de même des bateaux qui sont poussés directement vers le même endroit avec des puissances égales ou inégales & opposées.

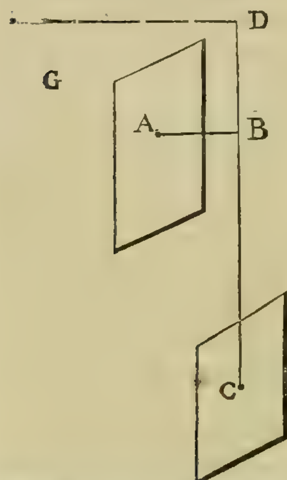
Voici maintenant de quelle maniere il faut appliquer ce que je viens de dire, au mouvement des bateaux par le moyen des rames.

Il est difficile de construire une machine simple qui montre la surface qu'un bateau présente au mouvement de l'eau, & de placer des rames dont le point d'appui soit au milieu de cette surface; mais il est encore plus difficile d'appliquer la puissance motrice à l'extrémité de ces rames, & de faire aussi que cette puissance, où les rameurs s'appuyent directement contre le milieu de la surface qui représente le bateau, lorsqu'ils tirent ou qu'ils poussent les rames. Mais à cause que le bateau a une grande longueur par rapport à sa surface qui se présente au mouvement, il n'y aura pas une grande différence pour le mouvement, si l'on appuye ces rames sur le bord du bateau, au lieu du vrai point d'appui qui devroit être au milieu de la surface, & si la puissance qui tire l'extrémité des rames en s'appuyant contre le bateau, n'a pas ses directions perpendiculaires à la rame & à cette surface tout ensemble. Car pour ce qui est des directions de la puissance, il n'en peut résulter qu'un peu moins de force, dont la puissance agira contre l'un & contre l'autre, puisqu'aussi-bien ces directions changent continuellement dans le travail.

Nous supposons donc ici que ces choses sont en effet

comme on les voit repréſentées dans la Figure ſuivante pour faire un calcul plus ſimple, ſans entrer dans une plus grande diſcuſſion, qu'on pourra toujours entreprendre quand on voudra avoir égard à tout ce qui peut y apporter du changement.

Soit donc la ſurface *A* celle du bateau qui ſe préſente au mouvement, duquel on ne conſidere point la longueur, puiſqu'auſſi-bien cette longueur ne fait aucun effort contre le mouvement de l'eau. Au milieu de cette ſurface *A* il y a un appui *A B* qui lui eſt attaché ferme, & qui lui eſt élevé perpendiculairement. Son extrémité ſert d'appui à la rame *D C*, & le point *C* eſt le milieu de la pale de la rame, laquelle eſt repréſentée par la ſurface *C*. Enfin on ſuppoſe que la puiſſance eſt appliquée perpendiculairement en *D* pour tirer l'extrémité *D* du bras de la rame, & qu'elle s'appuye auſſi perpendiculairement contre le point *A* de la ſurface *A*.



Or il eſt évident que ſi la puiſſance tire l'extrémité *D* de la rame vers *G* en s'appuyant contre la ſurface en *A*, à l'oppoſite de l'appui *A B*, elle fera avancer la pale *C* vers *F*. Mais la puiſſance abſolue doit être réduite à une puiſſance relative par rapport aux longueurs des bras *B D*, *B C* de la rame conſidérée comme un levier; car *B C* ſera toujours à *B D*, comme la puiſſance abſolue à la puiſſance relative appliquée en *C* pour pouſſer vers *F*. Mais auſſi l'appui *B* ou la ſurface *A* eſt pouſſée par un effort meſuré par la puiſſance abſolue jointe à la puiſſance relative pour la faire avancer vers *G*, ſelon les loix de la Mécanique. Au contraire la même ſurface *A* étant pouſſée par la puiſſance abſolue pour la faire avancer

cer vers *B* ou *F*, les efforts égaux & opposés se détruisant l'un l'autre, il ne reste à l'effort avec lequel la surface *A* est poussée ou s'avance vers *G*, que celui de la puissance relative, qui est le même que celui avec lequel la surface *C* est poussée ou s'avance vers *F*. Ces deux efforts seront donc toujours égaux dans tous les cas.

Maintenant pour déterminer la vîtesse du mouvement de ces surfaces, les puissances étant données; ou bien les vîtesses ou le chemin étant donnés, déterminer la puissance, on en fera le calcul par les regles précédentes, comme on verra dans les exemples suivans.

Exemples.

Si la surface *A* est de 80 pieds & la puissance de 1000 livres, c'est-à-dire, que cette puissance puisse soûtenir un poids de mille livres, en divisant 1000 par 80, on aura au Quotient 12 $\frac{1}{2}$, qui sont 12 livres $\frac{1}{2}$ sur chaque pied de superficie. Mais posant 72 livres pour un pied de hauteur d'eau sur un pied de superficie, c'est-à-dire, un pied cubique d'eau, on fera,

Comme 72 livres

A 12 livres $\frac{1}{2}$,

Ainsi un pied ou 144 lignes de hauteur d'eau sur un pied de superficie

A 25 lignes de hauteur d'eau aussi sur un pied de superficie.

Je dis maintenant par la premiére regle,

Comme 2016 lignes nombre fixe, ou bien 18

A 25 lignes de hauteur d'eau,

Ainsi 784 nombre fixe, ou bien 7

A 9 $\frac{3}{4}$ dont la racine est un peu plus de 3 pieds, qui sera la vîtesse ou le chemin en une seconde de tems que le bateau doit parcourir par rapport à un point fixe, comme si la puissance s'appuyoit contre ce point fixe.

Mais maintenant si la surface *C* est triple de la surface *A*, ou bien de 240 pieds, on trouvera comme on vient de

faire, en posant la même puissance de 1000 livres, qui doit aussi agir contre cette surface, une charge d'eau de 4 livres $\frac{1}{6}$ pour pied; mais on fera

Comme 72 livres

A 4 livres $\frac{1}{6}$,

Ainsi 144 lignes de hauteur d'eau sur un pied de superficie

A 8 lignes & un peu plus de hauteur d'eau, ce qui est le tiers de la hauteur qu'on avoit trouvée sur l'autre surface. Car avec la même puissance les hauteurs d'eau qu'on trouve doivent être réciproques des superficies, & cette superficie est posée triple de l'autre.

Je dis maintenant par la regle,

Comme 2016 lignes nombre fixe, ou bien 18

A 8 lignes $\frac{1}{3}$,

Ainsi 784 nombre fixe, ou bien 7

A 3 $\frac{1}{3}$ à très-peu près, dont la racine quarrée est 1 pied $\frac{3}{4}$ à peu près, qui est la vîtesse ou le chemin que la rame C doit faire en une seconde de tems, en s'éloignant d'un point fixe par l'effort de la puissance.

Mais nous avons trouvé que la même puissance, qui est toujours la puissance relative par rapport à la puissance absolue, pousse le bateau & la rame, & les écarte chacun d'un point fixe qui seroit placé entre deux; sçavoir le bateau de 3 pieds en une seconde de tems, & la rame aussi dans le même tems de 1 pied $\frac{3}{4}$. Il faut donc que le bateau & la rame s'écartent l'un de l'autre de 4 pieds $\frac{3}{4}$ en une seconde; ce qui est la somme des chemins tant du bateau que de la rame.

Mais si l'on donne la vîtesse ou le chemin du bateau dans un tems déterminé par rapport à un point fixe, on trouvera la puissance qu'il a fallu y employer par la seconde regle. Comme si l'on proposoit le chemin de 30 toises en une minute, & que le bateau présentât au mouvement de l'eau 4 pieds de superficie.

Le bateau fera donc 3 pieds par seconde; c'est pourquoi par la seconde regle, le quarré de 3 pieds ou de 36 pouces

qui eſt 1296 étant diviſé par 56 nombre fixe, donne 23 $\frac{1}{7}$, qui ſont des lignes de hauteur d'eau qu'il faut ſuppoſer au-deſſus de la ſuperficie de 4 pieds. Mais un pouce de hauteur d'eau ſur la ſuperficie d'un pied peſe 6 livres, en ſuppoſant, comme on a fait ici, 72 livres pour un pied cubique; on aura donc pour les 23 lignes $\frac{1}{7}$, 11 livres 15 onces à très-peu près, leſquelles étant multipliées par 4 qui ſont les pieds de ſuperficie du bateau, donnent 47 livres $\frac{3}{4}$ pour la meſure de l'effort de la puiſſance qui feroit marcher le bateau, comme ſi elle ſoûtenoit ce poids.

Mais il faut remarquer que cet effort n'eſt que l'effort de la puiſſance relative, & que la puiſſance abſolue peut être plus grande ou moindre, ſuivant les différentes longueurs des bras de la rame; il faudra donc réduire cette puiſſance relative à la puiſſance abſolue, en faiſant

Comme la longueur du bras de la rame depuis le point d'appui juſqu'à la main, eſt

A la longueur de l'autre bras depuis le même point d'appui juſqu'au milieu de la partie de la pale qui entre dans l'eau,

Ainſi la puiſſance trouvée par le calcul, eſt

A la puiſſance abſolue.

Application aux bateaux qui traverſent la Seine.

Je n'ai point d'égard ici au mouvement de l'eau en deſcendant, & je ne conſidere que le chemin du bateau dans ſa traverſe, lequel eſt cependant entraîné par le courant de l'eau; & je ſuppoſe enfin que les Bateliers ne ſe ſoûtiennent point contre le courant de l'eau.

Un Batelier fait 20 toiſes environ ou 120 pieds en ramant dans ces bateaux en une minute de tems, avec un effort qui paroît médiocre, & que nous déterminerons dans la ſuite. Ceci eſt une obſervation. La ſurface du bateau qui ſe préſente au mouvement de l'eau eſt de 3 pieds environ, & la ſurface des deux rames plongées dans l'eau peut être enſemble de 4 pieds. Enfin la diſtance du point d'appui à la

main du rameur, eſt à peu près la même que celle du milieu de la rame plongée dans l'eau au même appui : c'eſt pourquoi dans ce cas la puiſſance relative eſt égale à la puiſſance abſolue.

Par ce qu'on donne ici de la vîteſſe du bateau, nous avons 2 pieds ou 24 pouces par chaque ſeconde de tems; & par la regle le quarré de ces 24 pouces eſt 576, qui étant diviſé par 56 nombre fixe, donne 10 $\frac{1}{5}$ de ligne à peu près pour une hauteur d'eau au-deſſus de la ſurface propoſée. Mais comme cette ſurface eſt de 3 pieds, on trouvera 15 livres & $\frac{3}{5}$ à peu près pour l'effort de la puiſſance qui doit vaincre la réſiſtance de l'eau contre la ſurface propoſée. Cet effort n'eſt pas conſidérable, puiſqu'un homme peut très-facilement élever en tirant par le moyen d'une poulie ſimple un poids de 15 ou 16 livres par l'eſpace de deux pieds en une ſeconde de tems. Pour ce qui eſt du mouvement de la main, il doit être double avec la même force, c'eſt-à-dire, de 4 pieds en une ſeconde; car la pale de la rame s'écarte autant que le bateau du même point fixe & en ſens contraires dans cet exemple.

Je n'ai point d'égard au mouvement interrompu du rameur; car quoiqu'il ne travaille que la moitié du tems, il peut facilement faire un effort double dans cette moitié & ſe repoſer dans l'autre, & ſur-tout dans la ſituation où il eſt : car il ne fait avec les bras, en demeurant dans la même place, que la moitié de l'effort de celui qui tireroit un bateau ſur le bord de l'eau, lequel eſt encore obligé de marcher & de porter la charge de ſon corps.

Autre application au mouvement des Galeres.

La ſurface de la Galere qui ſe préſente au mouvement de l'eau eſt de 80 pieds; & il y a 26 rames de chaque côté, ou 52 rames en tout. Je mets trois rameurs à chaque rame. Chaque rame a 36 pieds de longueur, & la pale 9 pouces de largeur; il y en a dans l'eau ordinairement 4 pieds $\frac{1}{2}$, & la diſtance depuis l'appui de la rame juſqu'à la main,

n'eſt que le tiers de l'autre partie depuis l'appui juſqu'au milieu de la partie de la pale qui trempe dans l'eau. On trouve donc que la ſurface de la partie de la rame qui eſt plongée dans l'eau, eſt de 3 pieds $\frac{3}{8}$, & cette ſurface de toutes les rames enſemble ſera de 175 pieds $\frac{1}{2}$.

Maintenant nous ſçavons qu'une galere avec trois rameurs par rame fait ordinairement 2800 toiſes en une heure, & par conſéquent 46 toiſes 4 pieds, ou bien 280 pieds en une minute; & enfin 4 pieds 8 pouces ou 56 pouces en une ſeconde. Je cherche donc l'effort que doivent faire les rameurs.

Par la ſeconde regle je prends le quarré de 56 pouces, & j'ai 3136 que je diviſe par 56 nombre fixe ou conſtant, ce qui me donne 56 lignes de hauteur d'eau au-deſſus des 80 pieds de la ſurface propoſée; & par conſéquent en multipliant 56 par 80, on a 4480 lignes de hauteur d'eau ſur un pied de ſuperficie, leſquelles étant diviſées par 144 lignes pour un pied de hauteur; on aura pour toute la charge 31 pieds 1 pouce 4 lignes; ce qui étant réduit au poids à 72 livres pour pied cubique, vaut 2240 livres pour la meſure de l'effort de la puiſſance relative des rameurs, laquelle agit également ſur la pale des rames & ſur le corps de la Galere.

Mais diviſant ce poids à 156 rameurs, chacun n'en doit ſoûtenir que 14 livres $\frac{1}{3}$ à peu près pour ſon effort relatif.

Il faut maintenant réduire la puiſſance relative de chaque rameur à ſa puiſſance abſolue, en faiſant comme 1 eſt à 2, qui eſt la raiſon de la partie de la pale de la rame depuis l'appui juſqu'à la main, à la partie depuis le même appui juſqu'au milieu de la partie de la pale plongée dans l'eau; ainſi la puiſſance relative qu'on vient de trouver de 14 livres $\frac{1}{3}$ ſera à la puiſſance abſolue 28 livres $\frac{2}{3}$.

Mais auſſi chaque rameur qui fait cet effort de 28 livres $\frac{2}{3}$ en une ſeconde, ne devroit pouſſer l'extrémité de la rame avec la main, que par un eſpace de 2 pieds 4 pouces, ſi la pale de la rame étoit appuyée contre un point fixe : car le chemin de la pale eſt au chemin de la main, comme les lon-

gueurs depuis l'appui 2 à 1. Mais à cauſe que la rame doit s'écarter auſſi du même point fixe qui ſeroit entre la Galere & la rame & par rapport auquel on vient de trouver le chemin de la main de 2 pieds 4 pouces, il faut encore déterminer quel chemin doit faire la pale de la rame en une ſeconde.

Nous venons de trouver que la puiſſance qui agit contre la ſurface de la Galere, qui eſt de 80 pieds, eſt de 2240 livres; & comme ce doit être la même puiſſance qui agit contre toutes les rames enſemble qui ont 175 pieds $\frac{1}{2}$ de ſurface, la hauteur d'eau ſur ces rames ſera réciproque de celle qui eſt ſur la ſurface de la Galere que nous avons trouvée de 56 lignes: & par conſéquent on fera comme 175 pieds $\frac{1}{2}$ eſt à 80 pieds, ainſi 56 lignes à 25 lignes $\frac{1}{2}$ à peu près, qu'il doit y avoir de hauteur d'eau ſur toute la ſurface des rames, ou ſur chaque pied. Je fais donc par la premiére régle,

Comme 2016 lignes, nombre fixe
A 25 lignes $\frac{1}{2}$ de hauteur d'eau,
Ainſi 784 nombre fixe
A 10 à peu près dont la racine quarrée eſt 3 pieds $\frac{1}{7}$ ou 38 pouces environ, que les rames doivent faire en une ſeconde, dans le même tems que le corps de la Galere fait 56 pouces.

Mais à cauſe des différentes longueurs des bras de la rame qui ſont comme 2 à 1, la main ne doit faire que 19 pouces de chemin, ou 1 pied 7 pouces en une ſeconde par rapport au mouvement de la rame; & par conſequent la main des rameurs qui fait auſſi 2 pieds 4 pouces en une ſeconde, par rapport au mouvement de la Galere, ſera en tout à chaque ſeconde 3 pieds 11 pouces, avec le même effort meſuré par 28 livres $\frac{2}{3}$.

Cet effort & ce mouvement ne ſont que médiocres; & comme dans l'uſage des rames ordinaires le travail eſt interrompu, les rameurs peuvent facilement recompenſer le tems perdu où ils ne font aucun effort, & où ils ſe repoſent en quelque façon, en travaillant avec plus de vigueur à chaque coup de rame.

Il ne ſera pas maintenant difficile de déterminer quel effort on doit employer pour remonter une riviére par le moyen des rames, & quelle ſera la vîteſſe. Car ſi la force ou la puiſſance eſt donnée, avec le tems donné, il n'y aura qu'à trouver, comme on a fait ci-devant, quel doit être le chemin dans une eau calme, & ôter de ce chemin le mouvement ou le chemin de la riviére en deſcendant, le reſte ſera le mouvement du bateau en remontant pour le tems propoſé, pourvû que le mouvement du bateau conſideré comme dans une eau calme, ſoit plus grand que celui de l'eau; car s'il eſt moindre, il eſt évident que le bateau ne laiſſera pas encore de deſcendre malgré le travail des rameurs.

Mais ſi l'on donne le chemin qu'on veut faire dans un tems donné en remontant la riviére, dont on connoît auſſi le mouvement, ou le chemin, ou la vîteſſe en deſcendant, il faudra joindre ces deux mouvemens enſemble, & chercher par les régles précédentes quelle eſt la puiſſance qui peut les ſoûtenir contre la ſurface du bateau qui ſe préſente au mouvement de l'eau, & cette même puiſſance agiſſant auſſi contre les rames, il en faudra tenir compte dans le mouvement du bras ou de la main des rameurs, comme on a fait ci-devant pour les Galeres.

Par exemple, ſi une riviére deſcend de 4 pieds en une ſeconde de tems, & qu'on veuille remonter 3 pieds auſſi par ſeconde contre le courant de l'eau, on aura une vîteſſe donnée de 7 pieds en une ſeconde, qu'il faut conſidérer pour faire le calcul comme dans une eau calme.

Pour ce qui regarde toutes les machines qu'on pourroit employer pour cet effet, on ſçait en général qu'elles n'ont d'autre utilité que de mettre à profit les puiſſances naturelles, comme le mouvement de l'eau & le vent, en ſe ſervant des voiles, & qu'on peut auſſi par leur moyen récompenſer le tems en employant une plus grande puiſſance, & profiter d'une petite puiſſance pour faire un grand effort. Mais dans le mouvement des bateaux ou des Galeres par le moyen des rames, il eſt facile à voir qu'on ne

peut jamais tirer qu'un petit mouvement d'une foible puissance : car si la machine augmente l'effort, il faudra toujours beaucoup plus de tems, en supposant que le tems & le chemin sont toujours en même raison : mais il n'en est pas de même dans l'effort des animaux qui tirent ou qui poussent en marchant ou en se mouvant; car c'est une supposition de quelques Mécaniciens, par laquelle on prouveroit qu'un homme qui peut élever un poids de 100 livres à 10 pieds de hauteur en une minute, pourroit élever dans le même tems un poids d'une livre à 1000 pieds de hauteur ; ce qui est absolument impossible ; car un homme ne peut faire qu'un certain mouvement tout au plus dans un certain tems, quand même il ne tireroit aucun poids.

Il ne sera donc pas difficile par ce que j'ai démontré dans ce Mémoire, de connoître quel succès on doit attendre des promesses que font la plupart des Machinistes, qui se persuadent de pouvoir faire remonter des bateaux sur des riviéres assez rapides, en y appliquant quelques machines dont ils ne connoissent pas toujours les effets, & en s'imaginant que la force de leur génie, sans aucune étude, est plus que suffisante pour leur faire déterminer quel est l'effort nécessaire pour vaincre la résistance des corps liquides, ou en repos, ou mis en mouvement, par le moyen d'une machine, qui est une mécanique d'un genre plus relevé, & d'une bien plus grande discussion que celle des simples corps solides, où l'on ne considére ordinairement que l'équilibre.



SECTION

SECTION INDEFINIE
DES ARCS CIRCULAIRES
En telle raiſon qu'on voudra, avec la maniére d'en déduire les Sinus, &c.

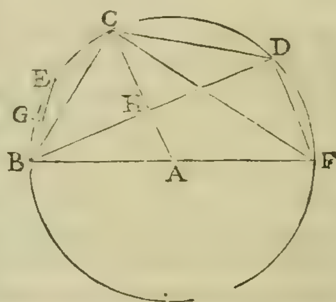
Par M. BERNOULLI Profeſſeur à Bâle.

Extraite d'une de ſes Lettres écrite de Bâle le 13. Juillet 1702.

DAns ce que mon Frere donna des Segmens & des Secteurs cycloïdaux quarrables, au mois de Juillet des Actes de Leipſik de 1699. Il dit qu'il avoit auſſi l'art d'en trouver une infinité de Zones quarrables, dont il donnoit ſeulement quelques exemples, en ſupprimant ſa méthode. J'y penſai, & le mois de Septembre ſuivant j'en donnai une très-ſimple dans les mêmes Actes, laquelle fournit auſſi une infinité de pareilles Zones quarrables, que je déterminai enſuite (au mois de Décembre 1700. de ces Actes) par le moyen d'une Courbe, laquelle (quoique mécanique) a cela de ſingulier, qu'outre la cycloïde en queſtion, elle n'exige pour ſa conſtruction que des lignes droites & circulaires; ce qui me parut réſoudre le Problême tout auſſi ſimplement que le feroit un Problême ſolide par la ſeule régle & le compas, outre la Section conique qu'on y voudroit ſuppoſer. 1702. 6. Décembre.

Cependant les mêmes vérités ſe pouvant trouver par des voyes ſouvent très-différentes, cette méthode n'étoit point celle de mon Frere : Il a marqué enſuite, au mois d'Avril des Actes de Leipſik de 1701. que la ſienne conſiſtoit dans une progreſſion telle que ſont celles qu'il y donne. Mais prévoyant aſſez comment une telle progreſſion ſe pouvoit auſſi trouver par la méthode qui m'a donné autrefois celles de M. Leibnitz pour la détermination

des Sinus, &c. par le moyen des arcs donnés, j'en suis demeuré là jusqu'à ce qu'enfin M. Herman étant parvenu depuis par une route très-différente & très-belle à une progression qui peut servir de même à couper telle Courbe qu'on voudra en raison donnée, il me prit envie d'essayer jusqu'où ma méthode me pouvoit conduire de ce côté-là : & non-seulement j'apperçus aussi-tôt que la Section indéfinie de l'arc circulaire, & l'invention de son Sinus, &c. tirée de cet arc lui-même, ne faisoient proprement qu'un même Problême; mais encore arrivai-je enfin à celle de M. Herman : Voici pour ce qui regarde la question présente.



LEMME. *Si l'on appelle* f *la corde* CD *d'un arc quelconque d'un cercle dont le rayon soit pris pour l'unité, l'on aura* $\sqrt{4ff - f^4}$ *pour la valeur de la corde* BD *d'un arc double de celui-là.*

DEMONST. En effet, si outre le diamétre BF & le rayon AC, l'on fait les droites BC & CF, l'on aura deux triangles isoscelles que leurs angles égaux CDB & AFC, rendront semblables ; & qui par conséquent donneront $AF. CF\left(\sqrt{\overline{BF}^2 - \overline{BC}^2}\right) ::$ $CD. BD.$ c'est-à-dire, $1. \sqrt{4 - ff} :: f. BD = \sqrt{4ff - f^4}$ ou $\overline{BD}^2 = 4ff - f^4$. *Ce qu'il falloit démontrer.*

Il suit de-là que si dans le demi-cercle $BCDF$, on prend plusieurs arcs BG, BE, BC, BD, &c. en progression double; c'est-à-dire, dont le second BE soit double du premier BG pris à discrétion, le troisiéme BC double du second, le quatriéme BD double du troisiéme, &c. Et dont les cordes étant aussi BG, BE, BC, BD celle du premier BG soit appellée x; celle du dernier BD, a; & celle de son complément DF au demi-cercle, $b = \sqrt{4 - aa}$:

Il suit, dis-je, du Lemme précédent, que $\overline{BE}^2$ (quarré de la corde de l'arc double de BG) $= 4xx - x^4$; ce qui étant pris pour ff, l'on aura de même $\overline{BC}^2$ (quarré de la corde de l'arc double de BE, ou quadruple de BG) $= 16xx - 20x^4 + 8x^6 - x^8$; Et en prenant encore cela pour ff, l'on aura encore de même $\overline{BD}^2$ (quarré de la corde de l'arc double de BC ou octuple de BG) $= 64xx - 336x^4$, &c. Et toujours de même, comme dans la Table suivante.

Arcs multiples de BG.	*Quarrés des cordes de ces Arcs.*
1	xx.
2	$4xx - x^4$
4	$16xx - 20x^4 + 8x^6 - x^8$
8	$64xx - 336x^4 + 672x^6 - 660x^8 +$ [$+ 352x^{10} - 104x^{12} + 16x^{14} - x^{16}$

Présentement pour trouver une expression générale de la corde d'un arc indéfiniment multiple d'un autre, il ne s'agit plus que d'observer suivant quelle loi se fait la progression des coefficiens de tous ces termes. Or je remarque que tous ces coëfficiens résultent de l'addition de nombres figurés entr'eux : Par exemple, les coëfficiens de la premiére rangée perpendiculaire, qui sont les quarrés 1, 4, 16, 64, naissent de l'addition d'une double rangée de nombres triangulaires, c'est-à-dire, de nombres figurés du premier ordre; les coëfficiens de la seconde rangée perpendiculaire qui sont 1, 20, 336, résultent aussi de l'addition d'une double rangée de nombres triangulo-pyramidaux, c'est-à-dire, de nombres figurés du troisiéme ordre; les coëfficiens de la troisiéme rangée perpendiculaire, qui sont 8, 672, se forment encore de même de l'addition d'une double rangée de triang-triang-pyramidaux, c'est-à-

dire, de nombres figurés du cinquiéme ordre; Et ainsi à l'infini, comme on le voit dans la Table suivante.

	1. *Ord. Fig.*	3. *Ord. Fig.*	5. *Ord. Fig.*
1	1 + 0 = 1	0 + 0 = 0	0 + 0 = 0
2	3 + 1 = 4	1 + 0 = 1	0 + 0 = 0
3	6 + 3 = 9	5 + 1 = 6	1 + 0 = 1
4	10 + 6 = 16	15 + 5 = 20	7 + 1 = 8
5	15 + 10 = 25	35 + 15 = 50	28 + 7 = 35
6	21 + 15 = 36	70 + 35 = 105	84 + 28 = 112
7	28 + 21 = 49	126 + 70 = 196	210 + 84 = 294
8	36 + 28 = 64.	210 + 126 = 336.	462 + 210 = 672.

C'est pourquoi la maniére de trouver tous les derniers termes de chaque rangée de nombres figurés par le moyen du nombre de ceux qui les précede, étant connue, il est visible, que l'on aura aussi celle de trouver tous les termes de la progression dont il s'agit ici : Par exemple, si n est le nombre des termes, on trouvera nn pour le dernier de la premiére rangée; $\frac{nn.\,nn-1}{3.\;4}$ pour le dernier de la seconde; $\frac{nn.\,nn-1.\,nn-4}{3.\;4.\;5.\;6}$ pour le dernier de la troisiéme; $\frac{nn.\,nn-1.\,nn-4.\,nn-9}{3.\;4.\;5.\;6.\;7.\;8}$ pour le dernier de la quatriéme, &c. D'où l'on voit qu'en supposant l'arc BD indéfiniment multiple de BG, c'est-à-dire, comme valant l'arc BG pris autant de fois qu'il y a d'unités dans n; l'on aura $\overline{BD}^2$ (quarré de la corde BD) ou $aa = nnxx - \frac{nn.\,nn-1}{3.\;4}x^4 + \frac{nn.\,nn-1.\,nn-4}{3.\;4.\;5.\;6}x^6 - \frac{nn.\,nn-1.\,nn-4\;nn-9}{3.\;4.\;5.\;6.\;7.\;8}x^8 + \&c.$ Et $\overline{DF}^2$ ou $bb = 4 - aa = 4 - nnxx + \frac{nn.\,nn-1}{3.\;4.}x^4 - \frac{nn.\,nn-1.\,nn-4}{3.\;4.\;5.\;6}x^6 + \frac{nn.\,nn-1.\,nn-4.\,nn-9}{3.\;4.\;5.\;6.\;7.\;8}x^8 - \&c.$ Lesquelles valeurs donneront celles de a & de b par le moyen des interpolations de M. Wallis, ou en la maniére que voici.

Soient deux Progressions feintes $a = nx - px^3 + qx^5 - rx^7 + sx^9 - tx^{11} + \&c.$ Et $b = 2 - pxx + qx^4 - rx^6 + sx^8 - tx^{10} + \&c.$ qu'il faut ensuite quarrer pour avoir

$$\begin{array}{llllll} aa = nnxx & -2npx^4 & +2nqx^6 & -2nrx^8 & +2nsx^{10} & -\&c. \\ & & +pp & -2pq & +2pr & \\ & & & & +qq & \end{array}$$

$$\begin{array}{lllllll} \text{Et } bb = 4 & -4pxx & +4qx^4 & -4rx^6 & +4sx^8 & -4tx^{10} & +\&c. \\ & & +pp & -2pq & +2pr & -2ps & \\ & & & & +qq & -2qr & \end{array}$$

Lesquels quarrés comparés terme à terme avec les correspondans des progressions qu'on vient de trouver, détermineront les valeurs des coëfficiens $p, q, r, s,$ &c. Et de cette maniére l'on aura $a = nx - \frac{n.nn-1}{4.\ 6}x^3 + \frac{n.nn-1.nn-9}{4.\ 6.\ 8.\ 10}x^5 - \frac{n.nn-1.nn-9.nn-25}{4.\ 6.\ 8.\ 10.\ 12.\ 14}x^7 + \&c.$ Et $b = 2 - \frac{nn}{4}xx + \frac{nn.nn-4}{4.\ 6.\ 8}x^4 - \frac{nn.nn-4.nn-16}{4.\ 6.\ 8.\ 10.\ 12}x^6 + \frac{nn.nn-4.nn-16.nn-36}{4.\ 6.\ 8.\ 10.\ 12.\ 14.\ 16}x^8 - \&c.$ où la loi de la progression est très-facile à reconnoître. Mais parce que dans la premiére 1, 9, 25, &c. expriment les quarrés de tous les nombres impairs, & que dans la seconde 4, 16, 36, &c. expriment aussi les quarrés de tous les nombres pairs, on voit que quelque nombre entier rationel que soit n, il y aura toujours quelque terme qui s'évanouira avec ceux qui le suivent dans l'une ou dans l'autre de ces progressions: De maniére qu'alors cette progression se changera en une équation Algébraïque finie, laquelle, disposée comme l'on dispose d'ordinaire celles dont le premier terme n'est point affecté, se changera en celle-ci $x^n - nx^{n-2} + \frac{n.n-3}{2}x^{n-4} - \frac{n.n-4.n-5}{2.\ 3}x^{n-6} + \frac{n.n-5.n-6.n-7}{2.\ 3.\ 4}x^{n-7} \ldots$

$$\ldots\ldots\ldots \left\{\begin{array}{l} \text{Si } n \text{ est impair ☊ } nx \text{ ☋ } a \\ \text{Si } n \text{ est pair ☊ } \frac{nnxx}{4} \text{ ☋2☊} b \end{array}\right\} = 0, \text{ laquelle donne}$$

tout d'un coup celle de telle Section déterminée qu'on voudra, en prenant n pour le nombre des parties requises: Par exemple, si l'on veut diviser un arc de cercle ou un

angle en 3, 5, 7, ou en 6 parties égales, il faut prendre $n=3$, 5, 7, ou 6 dans la précédente équation générale ; & elle se changera en celles-ci pour les Sections requises, lesquelles sont précisément les mêmes qui se trouvent par la voie ordinaire.

$$x^3 - 3x + a = 0$$
$$x^5 - 5x^3 + 5x - a = 0$$
$$x^7 - 7x^5 + 14x^3 - 7x + a = 0$$
$$x^6 - 6x^4 + 9xx - 2 + b = 0$$

Voilà pour ce qui regarde la Section des arcs circulaires ou des angles en tel nombre de parties égales qu'on voudra ; présentement ces arcs étant donnés, voici la maniére d'en trouver les cordes ou les sinus : le passage de l'un à l'autre est facile. Pour cela concevons que la corde BG (que nous avons appellée x) est infiniment petite, de maniére qu'elle se confonde avec l'arc BG, & que le nombre n (qui marque combien de fois cet arc BG est surpassé par l'arc BD) soit infini : Alors on aura l'arc BD (que j'appelle présentement f) $= nx$. Cela posé, les nombres 1, 9, 25, &c. de même que 4, 16, 36, &c. se trouvant nuls par rapport à nn, les équations $a=nx$, &c. Et $b=2-\frac{nnxx}{4}$ &c. qu'on vient de trouver, se changeront en celles-ci : $a=nx-\frac{n^3x^3}{4.6}+\frac{n^5x^5}{4.6.8.10}-\frac{n^7x^7}{4.6.8.10.12.14}+$ &c. Et $b=2-\frac{nnxx}{4}+\frac{n^4x^4}{4.6.8}-\frac{n^6x^6}{4.6.8.10.12}+\frac{n^8x^8}{4.6.8.10.12.14.16}-$&c. lesquelles (à cause de $nx=f$) se changent encore en $BD=a=f-\frac{f^3}{4.6}+\frac{f^5}{4.6.8.10}-\frac{f^7}{4.6.8.10.12.14}+$ &c. Et en $DF=b=2-\frac{ff}{4}+\frac{f^4}{4.6.8}-\frac{f^6}{4.6.8.10.12}+$ $+\frac{f^8}{4.6.8.10.12.14}-$&c. C'est ainsi que l'arc BD étant donné, j'en ai autrefois déterminé la corde BD, & celle de son complément DF.

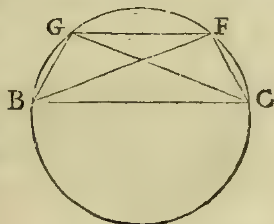
Si présentement on veut le Sinus d'un arc proposé, soit cet arc $BC\left(\frac{arc.\ BD}{2}=\frac{1}{2}f\right)=g$, son Sinus $BH\left(\frac{1}{2}BD=\frac{a}{2}\right)=s$; $AH\left(\frac{1}{2}DF=\frac{1}{2}b\right)=c$; $HC=v$: à ce compte l'on aura $a=2s$, $b=2c$, & $f=2g$; lesquelles valeurs de a, b, f, étant substituées en leurs places dans les deux der-

niércs égalités précédentes, l'on aura s (Sin. droit de l'arc BC) $= g - \frac{g^3}{2.3} + \frac{g^5}{2.3.4.5} - \frac{g^7}{2.3.4.5.6.7} +$ &c. c (Sin. compl.) $= 1 - \frac{gg}{2} + \frac{g^4}{2.3.4} - \frac{g^6}{2.3.4.5.6} +$ &c. Donc v (Sin. verf.) $1 - c = \frac{gg}{2} - \frac{g^4}{2.3.4} + \frac{g^6}{2.3.4.5.6} - \frac{g^8}{2.3.4.5.6.7.8} +$ &c. lefquelles progreffions font précifément les mêmes que celles que M. Leibnitz a données dans les Actes de Leipfik au mois d'Avril de 1691 page 179. Et de cette maniére l'on voit que nous avons donné la folution de deux Problêmes à la fois : fçavoir, la divifion d'un angle ou d'un arc de cercle en raifon donnée, & réciproquement le Sinus d'un arc circulaire ou d'un angle donné quelconque. Au refte il eft à remarquer que M. Newton en réfolvant le premier de ces Problêmes, eft tombé dans la même progreffion que nous, comme on le voit page 384 de l'Algébre de M. Wallis, imprimée à Oxfort en 1693.

P. S.

Un des principes fur lefquels M. Herman s'eft fondé dans la recherche de la multifection de l'angle, eft la propriété du quadrilatére infcrit dans le cercle, dont le produit des diagonales eft égal à la fomme des produits des côtés oppofés. Sur quoi j'ai trouvé que l'on peut auffi déduire notre formule de cette même propriété, en cherchant fans interruption les cordes ou les quarrés des cordes de l'arc double, triple, quadruple, quintuple, &c. Et non par fauts, comme j'ai fait celles de l'arc double, quadruple, octuple, &c. par l'autre méthode : en voici la démonftration.

V. le Mémoire de M. de Lagni fur une propofition de Géometrie élem.



Dans le quadrilatére infcrit au cercle $BGFC$, foit $BG = FC = x$, $GF = s$, BF ou $GC = t$, & $BC = v$. l'on aura par ladite propriété $tt = xx + sv$; & par conféquent $v = \frac{tt - xx}{s}$, &

$vv = \frac{t^4 - 2ttxx + x^4}{ss}$. Or si GF ou s est posée égale à BG ou x, BF ou t sera la corde de l'arc double, & BC ou v la corde de l'arc triple de BG; & si s est la corde de l'arc double, t sera celle du triple, & v celle du quadruple de l'arc BG; & si s est celle du triple, t sera celle du quadruple, & v celle du quintuple; & ainsi de suite. Donc la corde de l'arc simple étant x, & celle du double $\sqrt{4xx - x^4}$, l'on connoîtra par cette équation celle du triple; & de même par la corde de l'arc double, & par celle du triple, on trouvera celle du quadruple; & par celles des arcs triple & quadruple, l'on sçaura celle du quintuple, &c. ainsi de suite, comme l'on voit ici.

QUARRÉS DES CORDES.

1	xx
2	$4xx - x^4$
3	$9xx - 6x^4 + x^6$
4	$16xx - 20x^4 + 8x^6 - x^8$
5	$25xx - 50x^4 + 35x^6 - 10x^8 + x^{10}$
6	$36xx - 105x^4 + 112x^6 - 54x^8 + 12x^{10} - x^{12}$

CORDES ELLES-MESMES.

1	x
2	$x\sqrt{4 - xx}$
3	$3x - x^3$
4	$\overline{2x - x^3}\sqrt{4 - xx}$
5	$5x - 5x^3 + x^5$
6	$\overline{3x - 4x^3 + x^5}\sqrt{4 - xx}$.

Où l'on remarque avec plaisir que toutes les cordes dont l'exposant du multiple est un nombre impair, deviennent rationelles pendant que les autres sont sourdes, mais toutes commensurables entr'elles, & divisibles par $\sqrt{4 - xx}$.

SOLUTION

SOLUTION D'UN PROBLEME

Concernant le Calcul intégral, avec quelques abrégés par rapport à ce calcul.

Par M. BERNOULLI, Professeur à Groningue.

Le tout extrait d'une de ses Lettres écrite de Groningue le 5 Août 1702.

PROBLEME.

Soit la différentielle $\frac{p\,dx}{q}$, *dont* p *&* q *expriment des quantités rationelles composées comme l'on voudra d'une seule variable* x *& de constantes; on demande l'intégrale ou la somme Algébraïque, ou du moins qu'on la réduise à la quadrature de l'hyperbole ou du cercle, l'un ou l'autre étant toujours possible.* 1702. 13. Décemb.

SOLUT. Soit divisée p par q jusqu'à ce qu'enfin la plus grande dimension de x dans le reste soit moindre que dans q, à moins que la plus grande dimension de x dans p ne fût déja moindre que dans q, auquel cas il n'y auroit point de division à faire. Prenez ensuite l'intégrale du quotient de cette division; ce qui est toujours possible, puisque ce quotient (quant aux x) sera toujours entier & rationel. Mais pour l'intégrale du reste (ce qui est proprement le point de la difficulté), voici comme on la trouve. Soit ce reste appellé r, & supposons que $\frac{r\,dx}{q} = \frac{a\,dx}{x+f} + \frac{b\,dx}{x+g} + \frac{c\,dx}{x+h} +$ &c. c'est-à-dire, $\frac{rdx}{q}$ égale à autant de différentielles logarithmiques que la plus grande dimension de x dans q a d'unités. Et là, il est à remarquer que a, b, c, &c. de même que f, g, h, &c. sont des quantités

conſtantes indéterminées; & pour en avoir les valeurs il faut réduire cette ſomme $\frac{adx}{x+f} + \frac{bdx}{x+g} + \frac{cdx}{x+h} +$ &c. à un dénominateur commun le plus petit qu'il ſoit poſſible; ce qui la rendra ſemblable à la propoſée $\frac{rdx}{q}$, en ce que x ſe trouvera au même degré dans le dénominateur de l'une & de l'autre. Quant au degré de x dans r, s'il arrivoit qu'il y fût moindre que dans l'autre numerateur, il faudroit y ſuppoſer ceux qui y manqueroient en les affectant de o. Cela fait, il faut égaler entr'eux les termes correſpondans tant des numérateurs que des dénominateurs de ces deux ſommes; ce qui donnera autant d'équations qu'il y aura de coefficiens indéterminés dans la ſeconde, leſquels ſe détermineront enfin par le moyen de ceux de la propoſée, dont les valeurs données dans r & dans q, donneront celles de ces coefficiens cherchés, à moins qu'il ne s'y trouvât de la contradiction, ce qui marqueroit qu'il y auroit encore quelque choſe d'abſolument intégrable dans la fraction reſtante. L'en ayant donc ſéparé par la diviſion, cette comparaiſon de terme à terme réuſſira toujours dans le reſte. Par le mot de *Coefficient* je n'entends pas ſeulement un nombre, mais auſſi toute grandeur conſtante qui affecte quelque dimenſion que ce ſoit de x.

Autrement. Soit $\frac{rdx}{q} = \frac{sdx}{t} + \frac{adx}{x+f}$, en prenant t pour une grandeur compoſée de x qui deſcendent par degrés juſqu'à une grandeur purement conſtante, & dont la plus grande dimenſion ſoit ſeulement d'une unité moindre que dans q, pendant que les autres ſont affectées de grandeurs conſtantes: De même par s j'entends une ſuite de dimenſions de x affectées de conſtantes, & qui deſcendent tellement par degrés que leur plus grande ſoit d'une unité moindre que la plus grande de celles qui ſont dans t. De cette maniére $\frac{sdx}{t} + \frac{adx}{x+f}$ donnera $\frac{sx+sf+at}{tx+tf} \times dx =$ $= \frac{rdx}{q}$ ou les x des dénominateurs monteront à un même degré. Ainſi en faiſant le reſte comme ci-deſſus, on trou-

vera les valeurs des grandeurs conſtantes indéterminées qu'on y aura ſuppoſées : De ſorte que $\frac{r\,dx}{q}$ ſe trouvera réſolue en $\frac{s\,dx}{t} + \frac{a\,dx}{x+f}$, où les x de t ſeront déja d'un degré plus bas que dans q. On réſoudra de même $\frac{s\,dx}{t}$ en $\frac{v\,dx}{w} + \frac{b\,dx}{x+g}$, & ainſi de ſuite, juſqu'à ce qu'enfin on ſoit arrivé à de ſimples racines de x dans les dénominateurs des fractions ſuppoſées ; ce qui étant, la reſtante $\frac{r\,dx}{q}$ de la propoſée, ſe trouvera réſolue en ces ſimples-ci : $\frac{a\,dx}{x+f} + \frac{b\,dx}{x+g} + \frac{c\,dx}{x+h} +$ &c. Il ne reſte donc plus qu'à faire voir comment les intégrales de ces derniéres fractions (qu'on voit dépendre de la deſcription de la logarithmique ou de la quadrature de l'hyperbole, ſoit réelle ſoit imaginaire) ſe peuvent exprimer en grandeurs exponentielles ou parcourantes : le voici.

On ſçait que $\frac{dx}{x+f}$, $\frac{dx}{x+g}$, $\frac{dx}{x+h}$, &c. ſont les différentielles des Logarithmes de $x+f$, $x+g$, $x+h$, &c. Et qu'ainſi $\int\frac{dx}{x+f}$, $\int\frac{dx}{x+g}$; $\int\frac{dx}{x+h}$, &c. ſeront ces Logarithmes eux-mêmes : De ſorte que l'on aura $\int\frac{dx}{x+f} = l\,\overline{x+f}$, & ainſi des autres, où l ſignifiera *logarithme*, comme d ſignifie *différentielle*. Donc $\int\frac{a\,dx}{x+f} + \int\frac{b\,dx}{x+g} + \int\frac{c\,dx}{x+h} +$ &c. $= a\,l\,\overline{x+f} + b\,l\,\overline{x+g} + c\,l\,\overline{x+h} +$ &c. (par la nature des Logarithmes) $=$ Log. $\overline{x\,4f}^{\,a} \cdot \overline{x+g}^{\,b} \cdot \overline{x+h}^{\,c} \cdot$ &c. *Ce qu'il falloit faire.*

COROLLAIRE.

On voit de-là comment les équations différentielles rationelles, ou qui par les maniéres de Diophante ou par d'autres peuvent devenir rationelles, & dont les variables avec leurs différences ſe trouvent ſéparées de toutes autres tant variables que différentielles, peuvent toujours ſe ré-

duire à des équations Algébraïques ou à d'exponentielles; ce qui doit être d'un grand uſage dans la méthode inverſe de Tangentes. En effet, ſi l'on ſuppoſe l'équation $\frac{s\,dx}{t} = \frac{\sigma\,dy}{\theta}$ dont x & y ſoient les variables (s & t ne ſont compoſées que de conſtantes & de telles dimenſions de x qu'on voudra; de même σ & θ ne ſont faites que de conſtantes & de telles dimenſions de y qu'on voudra auſſi : le tout délivré des ſignes radicaux), & que l'on prenne X & Y pour ce que les quotiens qui réſultent des diviſions de s par t, & de σ par θ, ont d'abſolument intégrale, c'eſt à-dire, pour les intégrales de ce que ces quotiens ont d'abſolu & ſans fraction; l'on aura $X + \text{Log.}\, \overline{x+f}^{\,a} . \overline{x+g}^{\,b} . \overline{x+h}^{\,c}$.&c. $= Y + \text{Log.}\, \overline{y+\varphi}^{\,\alpha} . \overline{y+\gamma}^{\,\beta} . \overline{y+\lambda}^{\,\varkappa}$. &c. Et ſi l'on prend préſentement l'unité (par laquelle on conçoit que X & Y ſont multipliées) pour un Logarithme conſtant dont n ſoit le nombre, la réduction des Logarithmes aux puiſſances donnera cette équation exponentielle $n^{X} . \overline{x+f}^{\,a} . \overline{x+g}^{\,b} . \overline{x+h}^{\,c}$.&c. $= n^{Y} . \overline{x+\varphi}^{\,\alpha} . \overline{y+\gamma}^{\,\beta} . \overline{y+\lambda}^{\,\varkappa}$.&c. laquelle dégénére quelquefois en purement Algébraïque, comme lorſque X & Y ſont nuls, & que a, b, c, de même que $\alpha, \beta, \varkappa$, ſont commenſurables.

Pour faire préſentement ſentir la beauté & l'univerſalité de cette méthode, voici un bel exemple : C'eſt le premier des deux Problêmes qui ſe trouvent propoſés dans les Actes de Leipſik au mois de Mai de 1698. page 232. & deſquels je trouvai auſſi-tôt la ſolution que je donnai au mois d'Octobre de la même année de ces Actes page 473. Où il eſt pourtant à remarquer qu'au lieu de $\int \frac{a^3 dz + 4azzdz}{aaz - 6z^3}$ il faut $\int \frac{-a^3 dz - 4azzdz}{3aaz + 2z^3}$, & non pas $\int \frac{a^3 dz + 4azzdz}{aaz - 2z^3}$. Ce premier problême, dis-je, (lequel conſiſte à trouver une Courbe qui coupe à angles droits toutes les Paraboles décrites ſur un même axe, dont chacune ait ſon paramé-

tre égal à la diſtance de ſon ſommet à un même point fixe de cet axe) ne ſe borne pas aux ſeules Paraboles ordinaires, il s'étend à toutes, de quelque degré qu'elles ſoient, & de maniére que la Courbe cherchée ſe trouve toujours Algébraïque ou exponentielle. En effet, en prenant x pour le paramétre variable d'une parabole quelconque, m pour ſon expoſant, & $y = xz$ pour l'appliquée de la Courbe cherchée ; on trouvera (1) $\frac{dx}{x} = \frac{-mmz^{2m-2} - 1}{mz^{m-1} + z + mz^{2m-1}} \times dz$, & non pas $\frac{1 + mmz^{2m-2}}{mz^{m-1} - z - mz^{2-m1}} \times dz$. Ainſi notre équation ne ſe trouvant compliquée d'aucuns ſignes radicaux, quand même l'expoſant m ſeroit irrationel, elle pourra toujours devenir Algébraïque ou du moins Exponentielle par le moyen de la précédente Regle univerſelle ; & par ce moyen la Courbe cherchée ſe trouvera auſſi toujours Algébraïque ou Exponentielle.

Au reſte il eſt à remarquer que la facilité & la briéveté du calcul dépend beaucoup du choix des variables : Par exemple, ſi au lieu de l'appliquée de la Parabole l'on appelle ſon abſciſſe y & ſon paramétre variable $x = yz$, l'on aura (2) $\frac{dy}{y} = \frac{\overline{-m+1} \times z^{\frac{m-2}{m}} - mm}{mz^{\frac{2m-2}{m}} + mmz + mm} \times yz$; mais ſi (toutes choſes demeurant les mêmes) l'on ſuppoſe $y = tx$, l'on aura (3) $\frac{dx}{x} = \frac{-t^{\frac{2-2m}{m}} - mm}{mt^{\frac{2-m}{m}} + mmt + mm} \times dt$. Et ſi (les choſes demeurant encore les mêmes que dans la premiére équation) on ſuppoſe $x = zy$, cette ſuppoſition donnera enfin

(4) $\frac{dy}{y} = \frac{\overline{mm - m} \times z^{-2m+1} - mz^{-m+1}}{mz^{-2m+2} + mz^{-m+2} + 1} \times dz$.

La ſeconde équation univerſelle rend le Problême très-facile dans les Paraboles ordinaires ; car l'expoſant m de

ces Paraboles étant $= 2$, cette équation universelle (2) donne cette particuliére $\frac{dy}{y} = \frac{-5}{6z+4} \times dz = \frac{-\frac{5}{6}}{z+\frac{2}{3}} \times dz$ qui est très-simple, & qui par la Regle précédente se réduit à cette équation purement Algébraïque $y \times \overline{2y+3x}^5 =$ à quelque quantité constante prise à discrétion, par exemple égale à a^6; ce qui donnera $x = -\frac{2}{3}y + \frac{1}{3}\sqrt[5]{\frac{a^6}{y}}$: De sorte que la Courbe cherchée se trouvera enfin Algébraïque & très-facile à construire. Si quelqu'un veut bien se donner la peine de faire le calcul nécessaire pour trouver le degré de la Courbe, en prenant à l'ordinaire x & y pour ses coordonnées, il la trouvera de 12 dimensions, ayant pour équation

$$31104yyx^{10} + 25920y^4x^8 + 8640y^6x^6 + 1480y^8x^4 + 120y^{10}xx + 4y^{12} - 4a^6y^6 + a^{12} = 0.$$
$$-64a^6x^6 - 582a^6yyx^4 + 228a^6y^4xx$$

SCHOLIE.

Puisque dans l'exemple précédent des Paraboles, de même que dans les autres, les formules cy-dessus (1), (2), (3), (4), & ce que l'on en pourroit peut-être encore trouver d'autres, donnent des dimensions différentes; il est visible qu'il y a du choix à faire entre ces formules, & qu'il est important de choisir celle qui donne le moins de dimensions. Par exemple, si l'exposant des Paraboles est $=-1$, c'est-à-dire, si ces Paraboles dégénérent en Hyperboles ordinaires; alors on aura deux formules, sçavoir (2) & (4), lesquelles n'éléveront z ou t qu'à quatre dimensions, pendant que les deux autres les éléveront à cinq. Si l'on choisit la derniére, l'on aura $\frac{dy}{y} = \frac{-2z^3-zz}{z^4+z^3-1} \times dz$, laquelle équation différentielle (à cause des quatre dimensions de z dans son dénominateur) se peut résoudre en quatre simples par le moyen de la précédente Regle générale; & si l'on en fait exactement le calcul sui-

vant cette Regle, on trouvera $\frac{dy}{y} =$ à la somme de quatre quantités différentielles simples que voici, dans lesquelles la lettre n désigne la racine de cette équation $n^6 - 3n^5 + 3n^4 - n^3 + 4nn - 4n + 1 = 0$, laquelle donne

$$n = \tfrac{1}{2} \pm \sqrt{\tfrac{1}{4} + \sqrt[3]{-\tfrac{1}{2} + \sqrt{\tfrac{283}{108}}} - \sqrt[3]{\tfrac{1}{2} + \sqrt{\tfrac{283}{108}}}}$$

$$\left.\begin{array}{l}
\dfrac{\dfrac{\overline{-4nn+5n-2}\sqrt{2n+1} - \overline{n+1}\sqrt{-2n+1}}{\overline{8nn-8n+3}\sqrt{2n+1}} \times dz}{z + \frac{1}{2} - \frac{1}{2}n + \overline{n-1}\sqrt{\dfrac{\frac{1}{2}n + \frac{1}{4}}{-2n+1}}} \\[3ex]
\dfrac{\dfrac{\overline{-4nn+5n-2}\sqrt{2n+1} + \overline{n-1}\sqrt{-2n+1}}{\overline{8nn-8n+3}\sqrt{2n+1}} \times dz}{z + \frac{1}{2} - \frac{1}{2}n - \overline{n+1}\sqrt{\dfrac{\frac{1}{2}n + \frac{1}{4}}{-2n+1}}} \\[3ex]
\dfrac{\dfrac{\overline{-4nn+3n-1}\sqrt{2n-3} + n\sqrt{-2n+1}}{\overline{8nn-8n+3}\sqrt{2n-3}} \times dz}{z + \frac{1}{2}n - n\sqrt{\dfrac{\frac{1}{2}n - \frac{3}{4}}{-2n+1}}} \\[3ex]
\dfrac{\dfrac{\overline{-4nn+3n-1}\sqrt{2n-3} - n\sqrt{-2n+1}}{\overline{8nn-8n+3}\sqrt{2n-3}} \times dz}{z + \frac{1}{2}n + n\sqrt{\dfrac{\frac{1}{2}n - \frac{3}{4}}{-2n+1}}}
\end{array}\right\} = \frac{dy}{y}.$$

Mais n ayant ici deux valeurs réelles, si l'on se sert de la plus grande, l'on aura $-2n+1$ négatif; & par conséquent les deux premiéres de ces quatre différentielles seront imaginaires; & par conséquent aussi constructibles dépendamment de la rectification d'un arc de cercle: pour les deux derniéres, elles seront réelles & constructibles par le moyen de la Logarithmique. Au contraire, si l'on se sert de la moindre valeur de n, alors les deux premiéres de ces mêmes différentielles seront réelles, & les deux autres imaginaires. Ainsi de l'une & de l'autre maniére la construction de la Trajectrice cherchée des hyper-

boles, dépend en partie de la quadrature du cercle, & en partie de la quadrature de l'hyperbole ou de la defcription de la Logarithmique.

Maniéres abrégées de transformer les différentielles composées en fimples, & réciproquement ; Et même les fimples imaginaires en réelles composées.

PROBL. I. Transformer la différentielle $\frac{adz}{bb-zz}$ en une différentielle Logarithmique $\frac{adt}{2bt}$, & réciproquement.

Faites $z = \frac{t-1}{t+1} \times b$, & vous aurez $\frac{adz}{bb-zz} = \frac{adt}{2bt}$. Réciproquement prenez $t = \frac{+z+b}{-z+b}$, & vous aurez $\frac{adt}{2bt} = \frac{adz}{bb-zz}$.

Corol. On transformera de même la différentielle $\frac{adz}{bb+zz}$ en $\frac{-adt}{2bt\sqrt{-1}}$ différentielle de Logarithme imaginaire; & réciproquement.

PROBL. II. Transformer la différentielle $\frac{adz}{bb+zz}$ en différentielle de fecteur ou d'arc circulaire $\frac{-adt}{2\sqrt{t-bbtt}}$; & réciproquement.

Faites $z = \sqrt{\frac{1}{t} - bb}$, & vous aurez $\frac{adz}{bb+zz} = \frac{-adt}{2\sqrt{t-bbtt}}$.

Réciproquement prenez $t = \frac{1}{zz+bb}$, & vous aurez $\frac{-adt}{2\sqrt{t-bbtt}} = \frac{adz}{bb+zz}$.

PROBL. III. Transformer la différentielle $\frac{adz}{bb-zz}$ en différentielle de fecteur hyperbolique $\frac{adt}{2\sqrt{t+bbtt}}$; & réciproquement.

Faites $z = \sqrt{\frac{1}{t} + bb}$, & enfuite $t = \frac{1}{bb-zz}$; & vous aurez ce qu'on demande.

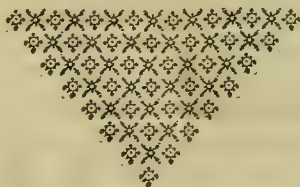
PROBL.

PROBL. IV. Transformer la différentielle Logarithmique $\frac{adt}{2bt}$ en différentielle de secteur hyperbolique $\frac{adr}{2\sqrt{r + bbrr}}$.

Faites $t = \frac{b + \sqrt{\frac{1}{r} + bb}}{b - \sqrt{\frac{1}{r} + bb}}$; & vous aurez ce qu'on demande.

Corol. 1. On transformera de même la différentielle Logarithmique imaginaire $\frac{adt}{2bt\sqrt{-1}}$ en différentielle de secteur circulaire réel. Car en faisant $t = \frac{b\sqrt{-1} + \sqrt{\frac{1}{r} - bb}}{b\sqrt{-1} - \sqrt{\frac{1}{r} - bb}}$, l'on aura $\frac{adr}{2\sqrt{r - bbrr}}$.

Corol. 2. Puisque (*Probl.* 2.) $\int \frac{adz}{bb + zz}$ dépend de la quadrature du cercle, & que d'ailleurs $\frac{adz}{bb + zz}$ est $= \frac{\frac{1}{2}adz}{bb + bz\sqrt{-1}} + \frac{\frac{1}{2}adz}{bb - bz\sqrt{-1}}$, qui sont deux différentielles de Logarithme imaginaire; on voit que les Logarithmes imaginaires se doivent prendre pour des secteurs circulaires réels: parce que la compensation qui se fait de ces grandeurs imaginaires ajoutées ensemble, les détruit de maniére que la somme en devient toute réelle.



OBSERVATIONS

Sur un Fœtus trouvé dans une des Trompes de la matrice.

PAR M. DU VERNEY l'aîné.

EN l'année 1689. une femme âgée d'environ vingt-trois ans se fit apporter à l'Hôtel-Dieu. Elle étoit tombée toute droite sur ses pieds d'un cinquiéme étage dans une cour sur un tas de sable, & cette chûte fit écarter pas embas les deux os de la jambe droite, ce qui causa deux grosses tumeurs aux chevilles du pied. Au bout de cinq semaines la malade fut attaquée d'une fiévre avec frisson, dont elle mourut au cinquiéme jour. Comme elle avoit dit à la personne qui la gouvernoit, qu'elle se croyoit grosse, M. de Jouy, Chirurgien de cet Hôpital, qui en fut averti, en fit l'ouverture. Après avoir examiné avec soin la matrice, il n'y vit aucune marque de grossesse; mais en observant les parties voisines, il apperçût dans la trompe droite une tumeur qu'il ouvrit, & y découvrant quelques ossemens, cela l'obligea d'appeller M. Saviard l'un des principaux Chirurgiens de cet Hôpital, qui prit la résolution sur le champ de me l'envoyer pour l'examiner à loisir. Je trouvai que c'étoit un fœtus enduit tout autour d'une humeur mucilagineuse, de la même grandeur, & dans la même situation que la figure le représente.

Les tégumens de ce fœtus étoient si secs & si minces, qu'à travers on pouvoit distinguer une grande partie de ses os. Le cordon étoit fort desséché, de même que le placenta qui tenoit à la partie supérieure de la trompe, & les membranes qui enveloppoient cet enfant, étoient aussi presque entiérement effacées.

La partie de la trompe qui le contenoit avoit ses mem-

branes séches & un peu caleuses, & la portion de ce canal qui étoit entre la tumeur & la matrice étoit fort menue. L'ayant suivie avec soin jusqu'à son insertion dans le fonds de cette partie, je la trouvai si exactement fermée, que ni le souffle ni les injections n'y pûrent faire découvrir aucune ouverture.

La matrice, les ovaires, la trompe gauche & son pavillon, même celui de la trompe droite, étoient dans leur état naturel.

Quoique tous les visceres de la poitrine & du bas ventre de ce fœtus fussent fort secs & d'un très-petit volume, on ne laissoit pas de les bien distinguer, & ce petit enfant qui étoit mâle étoit desséché si proprement, qu'on auroit dit que la nature avoit pris soin de l'embaumer.

Le dessein qu'on voit ici fut gravé en la même année 1689. par l'ordre de la Compagnie, & cinq ans après j'ai encore eu le bonheur de vérifier la même observation sur une femme morte à l'Hôpital de la Salpetriere, dont le fœtus étoit dans la trompe gauche : mais j'ai toujours différé de faire imprimer ces observations, parce qu'elles doivent tenir leur place dans un ouvrage que j'ai dessein de publier touchant la génération. En attendant que je le donne, j'ai crû pouvoir joindre ici quelques remarques sur ce fait extraordinaire.

Nous dirons donc premierement que rien ne prouve mieux que les œufs passent des ovaires dans la matrice par les trompes, que les fœtus qui y ont été trouvés. Nous avons sur ce sujet un assez grand nombre d'observations. Les Journaux des Sçavans en rapportent plusieurs exemples, & depuis peu M. de Littre, l'un des membres de cette Compagnie, lui a fait voir un semblable fait. Riolan en a rapporté plusieurs histoires. Harvée assûre avoir vû un fœtus dans une des trompes, & Vassal Chirurgien de Paris en l'année 1669. y en trouva aussi un. Il est vrai qu'il crût que dans le sujet où il l'observa il y avoit deux matrices, & cependant il ne laissa pas de nommer aussi l'endroit où étoit l'enfant, une aide de cette partie : mais parce

que M. Mauriceau a rapporté ce fait différemment, nous croyons devoir dire de quelle maniere Vassal s'est expliqué. Voici à peu près ses termes :

Une femme, dit-il, âgée de trente-deux ans, avoit eu en différentes grossesses onze enfans, sept garçons & quatre filles, dont elle étoit toujours accouchée heureusement & à terme : mais étant devenue grosse pour la douziéme fois, au troisiéme mois de sa grossesse, elle sentit dans le bas ventre de cruelles douleurs dont elle mourut, & on y trouva une très-grande quantité de sang, & au côté droit de la matrice un grand sac ouvert où étoit le fœtus. Cet Auteur remarque que c'étoit une partie peu capable d'extension ; ce qui fait connoître que c'étoit la trompe, & non pas une double matrice, qui est une partie toujours capable de se dilater & de s'étendre, parce qu'elle devient plus épaisse en s'étendant; ce qui n'arrive pas à la trompe, outre que par l'inspection de la figure on voit que la partie où le fœtus est renfermé, n'est autre chose que le canal de la trompe dilaté dans son milieu, que le côté qui va s'insérer dans la matrice est le commencement de ce canal, & que l'autre est en effet le pavillon. Aussi Tilingius qui a fait une dissertation sur cet évenement, Graaf & d'autres qui en ont écrit depuis, ont fait voir que cette matrice n'étoit autre chose que la trompe droite, qui s'étoit extrêmement dilatée par l'accroissement du fœtus, lequel ayant atteint son troisiéme ou quatriéme mois en brisant sa prison, avoit causé la mort de sa mere & la sienne en même-tems.

Depuis M. Mauriceau dans son traité des Accouchemens a dit, que ce n'étoit point une seconde matrice, mais une extension de sa propre substance, qu'il nomme une hernie de cette partie ; ce qu'il prétend prouver par la remarque suivante.

Les ligamens ronds de la matrice s'attachent, dit-il, aux côtés de son fonds Or il est certain que suivant la figure donnée par Vassal, le ligament rond du côté droit aboutissoit à la partie où le fœtus étoit contenu, & qu'il y étoit fortement attaché. Il faut donc, ajoute-t-il, con-

clure que cet enfant avoit été formé dans une partie de la matrice qui avoit été ainsi prolongée ; ce qu'il prétend encore prouver par la figure qu'il en a donnée, où il paroît que le corps de la matrice est plus mince de ce côté-là que de l'autre. Il est aisé de répondre à ces deux difficultés : Car 1°. Il n'y a qu'à jetter les yeux sur la figure que Vassal nous en a donnée, pour être convaincu que le corps de la matrice avoit la même épaisseur au côté droit qu'au gauche. 2°. Il est vrai que dans cette figure le ligament rond du côté droit est un peu éloigné du fonds de la matrice; mais il est aisé de juger que Vassal n'a pas prétendu en donner un dessein fort correct, & qu'il ne s'est pas servi d'un dessinateur fort habile, comme on le voit par la maniere dont les vaisseaux sanguins sont représentés, par la figure des trompes & de leurs pavillons, & par celle de presque toutes les autres parties, & qu'il n'a eu en vue que de marquer la situation extraordinaire de ce fœtus.

La figure que M. Mauriceau nous a donnée est fort différente de celle de Vassal ; car ce dernier a fait représenter le sac de la trompe avec le fœtus posé presque perpendiculairement, au lieu que M. Mauriceau donne à l'ouverture de ce sac une situation horizontale, & qu'il a mis le fœtus hors du sac, prétendant qu'il a été trouvé dans le bas ventre, bien que Vassal, qu'il semble que l'on doive en croire, assûre qu'il étoit enveloppé de ses membranes dans la situation où il le représente. D'ailleurs leurs figures sont si différentes, que l'on voit qu'il y a eu de l'affectation dans celle qui a paru la derniere, & il est difficile de croire que ce soit la représentation du même fait : mais comme Vassal avoit le sujet entre les mains, & qu'il n'étoit prévenu en faveur d'aucun systême, il est aisé de croire qu'il a été sincere, & qu'à l'exactitude près dans ce qui n'est pas essentiel, son dessein a été fait de la maniere que les choses paroissoient; ce que je puis même justifier par un autre que j'ai entre les mains, qui en fut fait sur le sujet même par un de nos plus célébres Académiciens.

L'opinion des Anciens & de la plûpart des Modernes,

eſt que la fécondation ſe fait ſeulement dans la matrice. Cependant les fœtus qui ont été trouvés dans les ovaires, dans les trompes, & même dans la capacité du bas ventre, ſont des preuves inconteſtables que les œufs qui ont ſervi à ces conceptions ont été rendus féconds dans les ovaires, & peu de gens doutent à préſent que la trompe ne ſoit le véritable chemin par où ces œufs paſſent dans la matrice; mais il n'eſt pas ſi aiſé de ſçavoir pourquoi ces œufs s'y arrêtent quelquefois. On peut néanmoins en former des conjectures aſſez certaines dans le ſujet dont il s'agit; car j'ai trouvé la portion de la trompe qui étoit entre ſa dilatation & la matrice, exactement fermée, ainſi l'œuf a dû s'y arrêter; & bien que l'interception de ce paſſage puiſſe venir de pluſieurs cauſes, comme l'adhérance des parois de ces canaux ne peut arriver que difficilement ſans inflammation, il y a lieu de croire que c'étoit la cauſe de cet accident. Ce défaut ne ſe rencontre pas ſeulement du côté que la trompe s'embouche dans la matrice, je l'ai encore trouvé plus ſouvent à l'autre extrémité, & le pavillon même par différens vices ou de nature ou de maladie, peut être hors d'état de recevoir l'œuf. En effet, je l'ai vû dans pluſieurs ſujets collé inſéparablement à l'ovaire, en d'autres uni aux ligamens larges, & quelquefois tellement rentré en lui-même, qu'on ne voyoit aucune apparence de franges ni d'ouverture; bien qu'il y ait encore des gens qui conteſtent que l'œuf entre dans la trompe par ſon pavillon. Cependant je dirai que les diverſes ſituations qu'il prend, & les différens lieux où il s'attache, ſont des marques viſibles de tous les divers mouvemens dont il eſt capable; & comme une partie de ces franges tient à l'ovaire, il eſt aiſé de concevoir qu'il ſe tourne de ce côté là encore plus facilement que d'aucun autre. On doit donc être ſurpris que des gens, d'ailleurs fort habiles, voyant que la trompe en certaines rencontres ſe trouve ainſi fermée, tirent delà une conſéquence qu'elle ne peut pas ſervir de canal à l'œuf, d'autant que les femmes en qui ces parties ſe ſont trouvées ainſi diſpoſées avoient eu des enfans: car

il ne s'enſuit aucunement, que lors de la conception les trompes ne fuſſent pas ouvertes; d'ailleurs comme il eſt rare que les deux pavillons ſe trouvent fermés en même-tems, ce qui ſeroit véritablement une cauſe de ſtérilité, lorſque l'une des deux trompes eſt ouverte, la femme ne laiſſe pas de concevoir par le moyen des œufs qui ſont portés à la matrice par celle dont le canal eſt libre.

Quand on fait réflexion que la tunique intérieure des trompes eſt glanduleuſe & ſpongieuſe; que celle qui l'embraſſe eſt compoſée de pluſieurs couches de fibres muſculeuſes; que les vaiſſeaux ſanguins qui s'y diſtribuent ſont en grand nombre à proportion de la grandeur de la partie, & que ce ſont des branches de ceux qui arroſent la matrice; qu'après la conception ces trompes ſont de même que la matrice plus ſouples & plus molles; que leurs vaiſſeaux & leurs glandes ſont plus gonflées: ceux, dis-je, qui obſerveront toutes ces choſes, n'auront pas de peine à concevoir qu'un fœtus puiſſe croître & ſe nourrir dans ces conduits toutes les fois que l'œuf s'y trouve arrêté par quelque cauſe que ce puiſſe être; & il eſt aiſé de croire, que quand le fœtus qui s'y eſt formé eſt parvenu à une telle grandeur que cette partie ne le peut plus contenir, ou qu'étant au terme ordinaire il eſt obligé d'en ſortir; il eſt, dis-je, facile de comprendre par la ſtructure de la partie, que ſi ce fœtus ſort ſans déchirer le ſac où il eſt renfermé, il ſortira plus aiſément par l'extrémité de la trompe qui regarde le pavillon, que par celle qui regarde la matrice du côté de laquelle, outre les obſtacles qui l'y ont retenu, il trouve beaucoup plus de réſiſtance, cette ouverture étant plus étroite & moins capable de dilatation; ainſi il eſt évident, que dans l'un & dans l'autre cas il doit tomber dans la cavité du bas ventre, quoiqu'il ait été formé dans la trompe. C'eſt pourquoi l'on doit juger que la plûpart des enfans qui ont été trouvés dans cette cavité avoient été nourris dans les trompes, bien qu'une partie ſoit auſſi provenue des œufs qui y étoient tombés en ſortant de l'ovaire: mais ces fœtus ſont plus ſouvent ſortis

des trompes, ou par le pavillon, ou en rompant & déchirant les parois du sac de la trompe, & tous ces accidens peuvent arriver, parce que ces canaux ne sont pas capables d'une assez grande extension pour les contenir, ou trop foibles pour supporter le poids du fœtus, ou par quelque effort qu'il fait pour en sortir, ou enfin par quelques secousses violentes de la part de la mere; & comme il se trouve tant de causes qui peuvent faire sortir les fœtus de la trompe, & les empêcher d'y demeurer aussi long-tems que dans la matrice, il ne faut pas s'étonner qu'on ait si peu d'exemples d'enfans qui y ayent été retenus jusqu'au terme ordinaire. En effet, presque tous ceux qui y ont été formés, selon qu'on en a pû juger par leur grandeur, n'avoient été au plus que jusqu'à six mois, & l'on a même observé dans ces rencontres, que les moindres accidens ont été capables de prématurer ces espéces d'accouchemens.

Il n'est pas aisé de déterminer quel étoit précisément l'âge de ce fœtus, & on n'a appris de la mere aucunes circonstances qui pussent en donner une connoissance certaine.

Il est vrai qu'on juge ordinairement de l'âge des fœtus par le tems de la cessation des mois; mais ce jugement est incertain, parce qu'il y a des femmes, qui pendant les premiers mois de leur grossesse ne laissent pas d'être reglées, & que lorsque les fœtus sont dans les trompes quelques-unes le sont, & d'autres ne le sont pas. En voici la raison.

Il y a beaucoup d'apparence que les causes des mois des femmes ne dépendent pas d'aucun levain naturel & particulier à la matrice. La plus grande partie des Physiciens n'en reconnoissent plus d'autres dans le corps de l'animal, que ceux qui servent à la dissolution des alimens; ainsi quoique la cause des ordinaires ne soit pas parfaitement connue, il paroît assez vrai-semblable qu'ils proviennent de la surabondance du sang: parce que son volume étant augmenté jusqu'à un certain point, il sort plus aisément par les conduits de la tunique intérieure de la matrice que par les autres.

Suivant

Suivant ce qu'on vient de dire, on voit que si l'enfant renfermé dans la trompe y prend à peu près autant de nourriture que s'il étoit dans la matrice, la mere n'aura point ses regles, & qu'elles ne paroîtront qu'après la mort du fœtus de quelque maniere qu'elle arrive ; mais s'il reçoit moins de nourriture, & que son accroissement soit plus lent, la mere aura toujours ses ordinaires, parce qu'il restera assez de sang pour fournir à l'une & à l'autre de ces fonctions. C'est pourquoi, la conjecture la moins incertaine qu'on peut faire de l'âge des fœtus dans les trompes étant d'en juger par la grandeur de leurs os, ainsi qu'on fait des enfans qui sont dans la matrice ; la comparaison que j'ai faite de celui dont je parle avec d'autres, m'a fait juger qu'il avoit environ quatre mois ; & bien que d'abord l'on soit porté à croire que la mort de ce fœtus est arrivée lorsque sa mere est tombée d'une si grande hauteur, d'autant plus que s'il eût été dans la matrice même, il n'auroit pû résister à une secousse si violente ; il y a néanmoins lieu de douter qu'il ne fût pas déja mort lorsque cet accident funeste arriva, parce que si l'on fait attention que le sac de la trompe étoit entier, que le placenta étoit encore collé aux parois de cette partie, & que tous les membres de son corps étoient entiérement desséchés, on verra que ce n'est pas sans fondement qu'on peut attribuer au défaut de nourriture la cause de sa mort, & penser qu'elle auroit même précédé de long-tems cette chûte. En effet, il semble qu'elle auroit dû causer le déchirement du sac de la trompe, ou du moins le détachement du placenta, si dès-lors il n'eût pas déja été desséché & fortement collé aux parois de ce canal.

Pour expliquer ce qu'on vient de dire, on observera que les vaisseaux qui se distribuent dans les trompes étant en plus petit nombre que ceux qui vont à la matrice, ils ne peuvent pas lui fournir une aussi grande quantité de sucs nourriciers. Cependant, comme le fœtus a besoin d'une nourriture plus abondante à mesure qu'il croît, il fait tous ses efforts pour rompre sa prison ; c'est pourquoi la trom-

pe qui se ressent de ces ébranlemens est aussi agitée de mouvemens convulsifs. Tout cela fait que pour l'ordinaire le placenta se détache & se décolle, & que le sac formé par la dilatation de la trompe se rompt : mais si le fœtus est languissant & trop foible pour faire d'assez grands efforts, il arrive que faute de sang & de sucs nourriciers, les glandes de la tunique intérieure de la trompe & les racines du placenta se flétrissent & se desséchent, & que la matiere destinée à l'accroissement des parties du fœtus diminuant de jour en jour, toutes ses fonctions s'affoiblissent, & il meurt en langueur : d'où il s'ensuit que dans le fait dont nous parlons, le sac de la trompe a dû demeurer en son entier, & le placenta uni & collé à ses parois; parce que, suivant les apparences, il n'étoit survenu aucun effort capable de les détacher.

Nous remarquerons encore que ce fœtus, ainsi maigre & décharné, étant resté après sa mort pendant quelques mois dans la trompe, les parties les plus aqueuses & les plus volatiles avoient eu le tems de transpirer; ainsi il n'est plus resté que la peau aride collée sur les os, & les fibres des muscles extrêmement séches & réduites à un très-petit volume.

Le cordon & le placenta étoient aussi fort desséchés, dont la raison est que tous les vaisseaux de l'animal, lorsqu'il n'y passe plus de sang s'affaissent, & que leurs parois se collant l'une à l'autre, ils s'effacent en quelque maniere.

Ce fœtus s'est trouvé légerement enduit d'une humeur mucilagineuse, qui n'étoit autre chose que la portion la plus glaireuse & la plus épaisse de la liqueur de l'amnios dont la plus subtile avoit transpiré, & il s'en étoit fait une espéce de momie, qui n'avoit ni mauvaise odeur, ni aucun indice de corruption; car l'humidité & les autres impressions de l'air sur les parties du corps des animaux étant la principale cause de leur corruption, il ne faut pas s'étonner si ce fœtus qui étoit extrêmement sec & renfermé dans la trompe sans aucune communication avec l'air, a pû se conserver si long-tems, de même que les animaux en-

fermés dans la machine du vuide sont moins sujets à la corruption.

On observera encore que la mere de ce fœtus, pendant tout le cours de sa maladie, ne s'est plainte d'aucune douleur dans le flanc droit, & que toutes celles qu'elle a ressenties ne provenoient que de sa chûte; & bien que pendant la vie de son enfant, la compression qu'il faisoit aux parties voisines du lieu où il étoit, ait pû lui causer quelques incommodités, elles ont dû cesser après sa mort; & si la mere n'eût pas perdu la vie par cet accident, elle n'eût gueres été plus incommodée de ce fœtus qu'elle auroit porté dans la trompe, que si elle n'en eût point eu; parce que l'enfant étoit fort léger, & qu'étant sans corruption, il n'en pouvoit émaner aucuns sels ni aucuns levains capables, ou de picquer les membranes voisines, ou d'exciter quelque fermentation dans le sang. Tout l'inconvénient qui eût pû arriver, est qu'il n'eût passé aucun œuf par la trompe droite; mais comme la gauche étoit dans son état naturel, rien n'eût empêché qu'elle n'eût encore eu des enfans.

Je croi que ce que je viens de dire peut suffire par rapport au fœtus dont on voit ici la figure : car quant au reste des observations que j'ai faites sur les parties de la génération & sur leurs usages, comme je les réserve pour un plus grand ouvrage que j'ai dessein de faire sur cette matiere, je n'ajouterai rien à ce que je viens de rapporter.

Explication de la Figure.

A. Le fond de la matrice.

B. Son col, *a.* Son ouverture.

C. La portion du vagina qui embrasse le col de la matrice.

D D. Les ligamens ronds.

E E. Les ligamens larges.

F F. Les ovaires.

G G. Les trompes.

HH. Les pavillons des trompes.

II. L'ouverture de chaque pavillon.

KKKK. Le sac de la trompe droite, ouvert pour faire voir le fœtus qu'elle contenoit.

LLLL. Le fœtus dont les tégumens & les muscles étoient si desséchés qu'on pouvoit distinguer au travers presque tous les os.

M. Le placenta avec son cordon, tous deux fort desséchés.

N. Quelques portions des membranes du fœtus.

O. La partie de la trompe qui étoit entre son sac & le fond de la matrice, & qui étoit fort menue & exactement fermée.

P. Le bras droit un peu relevé pour laisser voir la main gauche, le cordon & le bas-ventre.

APPLICATION DES SONS HARMONIQUES

A la composition des Jeux d'Orgues.

PAR M. SAUVEUR.

ON a expliqué dans les Memoires de l'Académie Royale des Sciences de l'année 1701. page 297. en quoi consiste le Systême général des Intervalles des Sons, & dans la Section IX. la nature des Sons harmoniques, dont on a fait une application dans la Section X. à la Trompette marine, au Cor de chasse, à la Trompette ordinaire & aux ressauts des Instrumens à vent. L'occasion que j'ai eu d'examiner les Jeux d'Orgues avec le sieur Deslandes, un des plus habiles Facteurs d'Orgues, m'a fait remarquer que les Sons harmoniques servoient aussi de principe à la composition des Jeux d'Orgues, & aux mélanges que les





ran le fils


H
I
K
N
M
L
F
K
O
A
L
K
K
F
H
G
I
E
E
C
B
a
D
D

Organiſtes font de ces Jeux. Ce que l'on va expliquer en peu de mots.

Pour comprendre la compoſition des Jeux d'Orgues de la maniere dont les Facteurs l'entendent, il faut donner une idée des parties de l'Orgue qui doivent ſervir au ſujet dont il s'agit.

I. *L'Orgue* eſt un Buffet contenant les tuyaux dont les Jeux ſont compoſés. On déſigne la grandeur de l'Orgue par la longueur de ſon plus grand tuyau ; ainſi l'on dit une Orgue de 32 pieds, de 16 pieds, de 8 pieds & de 4 pieds.

Dans les Egliſes l'Orgue a deux parties ; ſçavoir, le grand corps de l'Orgue, qu'on appelle auſſi *la grande Orgue*, & le *Poſitif* qui eſt le buffet qu'on met ordinairement devant la grande Orgue.

II. L'Orgue a au moins *un Clavier* lorſqu'elle n'a qu'un corps ; elle en a au moins deux lorſqu'il y a un poſitif : dans les grandes Orgues il y en a quatre, & quelquefois cinq. De plus les pédales ont leur clavier, dont les marches ſe jouent avec les pieds.

Nous avons marqué dans la ſeconde Planche une figure de clavier, qui eſt ordinairement diviſé en quatre octaves, qui ſont la ſeconde ſous-octave, la premiere ſous-octave, l'octave moyenne, la premiere octave, & une touche de la ſeconde octave.

Chaque octave eſt diviſée en douze *touches* ou *marches*, dont les ſept noires marquent les ſons naturels, & les cinq blanches les *feintes*, c'eſt-à-dire les *dieſes* & les *b mols*. Dans la ſeconde ſous-octave la premiere feinte manque ; de ſorte que ce clavier a ordinairement quarante-huit touches ou marches. Quelques Organiſtes font ajouter à ce nombre une ou pluſieurs touches dans la troiſiéme ſous-octave, auſſi-bien que dans la ſeconde octave. Remarquez que les Facteurs de Clavecin & d'Epinette mettent toujours des touches noires pour les ſons naturels, & des blanches pour les feintes ; & les Facteurs d'Orgue font ordinairement le contraire.

Nous avons marqué ſous la figure de ce clavier les let-

tres, les *dieſes* & les *b mols*, dont les Facteurs ſe ſervent pour déſigner les touches & les diviſions de leur regle, qu'ils appellent *Diapaſon*. Dans la quatriéme ligne ſont les noms UT, RE, MI, &c. que l'on donne ordinairement à ces touches lorſqu'on chante en *b* quarre. La cinquiéme contient les clefs de chaque octave ſelon notre Syſtême général. La ſixiéme, les noms PA, RA, GA, &c. ſelon le même Syſtême. Nous nous ſervirons dans la ſuite des noms & des clefs de notre Syſtême pour exprimer ces touches, afin d'éviter les circonlocutions ou les équivoques.

Les Pédales ont environ deux ou trois octaves, à la volonté des Organiſtes qui font fabriquer les Orgues, & ainſi le nombre des marches eſt indéterminé.

III. Chaque touche ou marche ouvre *une ſoupape*, qui répond par ſa longueur à autant de trous qu'il y a de rangs de tuyaux ſur le ſommier.

Les trous de chaque rang ſont ouverts ou fermés par une regle percée de quarante-huit trous, qu'on appelle *Regiſtre*. En tirant le regiſtre on trouve les tuyaux d'un rang, parce que l'on fait répondre les trous du regiſtre aux trous du ſommier; enſorte qu'ouvrant une ſoupape, le vent a la liberté de paſſer dans le tuyau qui répond au trou ouvert de la ſoupape : mais lorſqu'on pouſſe un regiſtre, les quarante-huit trous du regiſtre ne répondant à aucun trou du ſommier, les tuyaux du rang qui répond au regiſtre pouſſé ſe trouvent bouchés; d'où il ſuit que ſi on tire pluſieurs regiſtres, on ouvre pluſieurs rangs de tuyaux. La même choſe arrive ſi à un regiſtre répondent pluſieurs rangs.

IV. *Un Jeu* eſt un ou pluſieurs rangs de tuyaux ſur un même regiſtre; de ſorte qu'un Jeu eſt *ſimple* lorſqu'il n'y a qu'un rang qui répond à un regiſtre, & un Jeu eſt *composé* lorſqu'il y a pluſieurs rangs qui répondent à un ſeul regiſtre. Les Organiſtes diſent qu'un Jeu eſt compoſé, lorſqu'en tirant un regiſtre il y a pluſieurs tuyaux ſur marche, c'eſt-à-dire, qui jouent lorſqu'on baiſſe une marche.

Les tuyaux qui compoſent les Jeux d'Orgues ſont de

deux sortes : les uns sont *à bouche* comme une flûte douce, & les autres sont *à anche*. Nous les avons représentés dans la premiere Planche.

V. Les tuyaux *à bouche*, que l'on appelle tuyaux *de mutation*, sont composés, 1°. *Du pied A A B B*, qui est en cone creux. C'est lui qui reçoit le vent qui fait sonner le tuyau. 2°. A ce pied est attaché *le corps B B D D* du tuyau. 3°. Entre le pied & le corps d'un tuyau, il y a un diaphragme *E E F* qu'on appelle *biseau*, qui a une petite ouverture longue & étroite, & un peu en biseau, pour laisser échaper le vent. On l'appelle *lumiere*. 4°. Au-dessus de cette ouverture est *la bouche B B C C* du tuyau, qui est une fenêtre dont la lévre d'enhaut *C C* qui est en biseau, coupe le vent qui sort de la lumiere.

Les tuyaux sont d'étain fin, d'étoffe, ou de bois.

Les tuyaux *d'étain fin* sont toujours ouverts par leurs extrémités *D D*, & sont d'une petite facture, c'est-à-dire, qu'ils sont fort étroits ; leur son est fort éclatant, clair & net.

Les tuyaux *d'étoffe*, c'est-à-dire de plomb mêlé d'un douziéme d'étain sont d'une grosse facture, c'est-à-dire, plus larges que ceux d'étain : les plus longs sont bouchés, les moyens sont à cheminée ou à fuseau, & les plus petits sont ouverts. Les tuyaux bouchés, à cheminée & à fuseau ont aux côtés de la bouche deux *oreillettes*, qu'on écarte ou qu'on serre vers la bouche pour hausser & baisser le son.

Les tuyaux *de bois* sont quarrés, & leur extrémité *D D* est bouchée par un tampon *G G* garni de cuir.

Les sons des tuyaux d'étoffe & de bois sont fort doux, & les Facteurs les font servir ensemble. Ils font généralement de bois les grands tuyaux qui sont bouchés, & les petits d'étoffe. Entre ceux-ci les plus grands sont bouchés & à oreillettes ; les suivans sont à cheminée & à fuseau, & ont des oreillettes, & les plus petits sont ouverts : le nombre des uns & des autres est indéterminé, & dépend de la volonté du Facteur.

Les tuyaux les plus longs rendent un son plus bas, c'est-à-

dire, plus grave, & les tuyaux les plus courts rendent un ſon plus haut, c'eſt-à-dire plus aigu. Les Facteurs font leurs longueurs & leurs largeurs dans des rapports réciproques à leurs ſons; ils les reglent ſur les diviſions de leur regle, qu'ils appellent *Diapaſon.* Mais les tuyaux bouchés n'ont que la moitié de la longueur de ceux qui ſont ouverts, & qui rendent le même ſon. Le tuyau ouvert le plus long eſt de 16 pieds, & dans les Orgues extraordinaires il eſt de 32 pieds; le plus court eſt de 4 lignes & demie.

Les tuyaux en pédale ſont toujours ouverts, quoiqu'ils ſoient de bois & d'étoffe; ils ſont d'une fort groſſe facture.

VI. Un tuyau d'anche eſt compoſé *d'un pied A A B B*, qui porte le vent dans *l'échalote CD*, qui eſt un demi-cylindre creux arrêté à ſon extrémité *D* dans *un noyau I I* par un *tampon* de bois *FG.* L'échalote eſt recouverte par une platine de cuivre battu *E E F F*, qui eſt arrêtée à ſon extrémité *FF* dans le noyau par le même tampon de bois, & ſon autre extrémité *E E* eſt libre, enſorte que l'air entrant dans l'échalote, la fait trembler ou battre contre l'anche; plus la partie *EL* de la languette qui eſt libre eſt longue, plus le ſon qu'elle forme eſt grave. Cette longueur *EL* eſt reglée par la *raſette L M*, qui eſt un fil de fer qui paſſe par le noyau, & ſort dans les tubes *H H K K*, quand ils ſont courts, & hors de ces tubes lorſqu'ils ſont longs. Ces raſettes avancent ou reculent pour regler la longueur *E L* de la partie libre de la languette : c'eſt pourquoi on l'appelle auſſi *mouvement*, *gouvernail* ou *reſſort.* Le noyau *I I* qui ſert à arrêter l'anche, c'eſt-à-dire l'échalote, la languette, le tampon & la raſette, ſert auſſi à boucher le pied du tuyau, & à obliger le vent à ne ſortir que par l'anche. Enfin au noyau eſt ſoudé *la partie H H K K*, que les Facteurs appellent *le Tube*, dont l'ouverture intérieure eſt la continuation de celle de l'échalote. La forme du tube eſt différente dans les différens jeux d'anches.

Le degré d'aigu & de grave du ſon d'un tuyau à anche, dépend de la longueur de la languette & de la longueur

CK

CK du tuyau, qui ſe prend depuis l'extrémité *C* de l'échalote, juſqu'à l'extrémité *K* du tube.

La qualité du ſon dépend de la largeur de l'anche, de la languette & du tube, auſſi-bien que de l'épaiſſeur de la languette & de la figure du tube, & enfin de la quantité du vent.

Les pédales à anches ont les tubes plus gros, les échalotes plus larges, & les languettes plus épaiſſes, & on leur donne plus de vent.

VII. Pour avoir les noms de tous les Jeux ſimples d'une Orgue, voyez la I. Planche dans laquelle il y a quatre parties.

La premiere contient deux colomnes. Dans la premiere colomne ſont *les Octaves, les Tierces & les Quintes* de chaque Octave, dans l'ordre deſquelles ſe rencontrent ces Jeux. Dans la ſeconde colomne ſont *les Sons harmoniques* que rend le premier ou plus long tuyau de chaque Jeu, & qui ſont les plus graves. On y a ajouté en petits chiffres les Sons harmoniques des derniers tuyaux de ces mêmes Jeux.

La ſeconde partie contient les longueurs des tuyaux *à bouche* ou *de mutation*. Dans la premiere colomne ſont marquées les longueurs des *tuyaux ouverts* qui ſont par Octaves; car les Facteurs ne déſignent les autres que par Tierces ou Quintes des précédens. Dans la ſeconde colomne ſont marquées les longueurs des *tuyaux bouchés*, qui ne ſont que les moitiés des précédens.

La troiſiéme partie contient les noms des *Jeux à bouche*. Dans la premiere colomne ſont les noms des Jeux dont les tuyaux ſont d'étain fin & ouverts; ſçavoir, *le* 32 *pied, le* 16 *pied, le* 8 *pied, le Preſtant, la Doublette* & le *Flageolet*. On appelle *Montre* le plus grand de ces Jeux dans l'Orgue; ainſi la Montre peut être un 32 pied, un 16 pied, un 8 pied, ou un 4 pied.

Ces Jeux ſont de la petite facture, c'eſt-à-dire, que les tuyaux ſont étroits, excepté le Flageolet dont les tuyaux ſont auſſi larges que ceux d'étoffe.

Pour concevoir plus facilement la liaison de ces six Jeux à bouche d'étain fin, nous ajouterons la Table suivante dans laquelle chaque Jeu renferme ses 4 Octaves.

Table des Jeux d'Etain fin.

Octaves.	0.	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.
Intervalles diatoniques.	I.	VIII.	XV.	XXII.	XXIX	XXXVI.	XLIII.	L.	LVII.	LXIV.
Sons harmoniques.	$\dot{1}$.	$\dot{2}$.	$\dot{4}$.	$\dot{8}$.	$\dot{16}$.	$\dot{32}$.	$\dot{64}$.	$\dot{128}$.	$\dot{256}$.	512.
	pieds.						pouces.		lignes.	
Longueurs des tuyaux.	32.	16.	8.	4.	2.	1.	6.	3.	18.	9.

Jeux.

le 32 pied ——— *la Doublette*

le 16 pied ——— *le Flageolet*

le 8 pied ———

le Prestant ———

Nous désignerons les Jeux d'étain par les Sons harmoniques $\dot{1}$. $\dot{2}$. $\dot{4}$. $\dot{8}$. $\dot{16}$. $\dot{32}$. avec un point dessus.

Dans les quatre colomnes suivantes sont les Jeux à bouche, dont les tuyaux sont de bois ou d'étoffe.

La seconde colomne contient les Jeux qui sont par Octave; sçavoir, *les Bourdons*, *la Flute* & *la Quarte de Nazard.*

La troisiéme colomne comprend ceux qui sont les Tierces des précédentes Octaves; sçavoir, *la Tierce* & *la petite Tierce*, ou *la Tiercette.*

La quatriéme, ceux qui sont les Quintes des précédentes Octaves; sçavoir, *le double Nazard*, *le Nazard* & *le Larigot.* Nous désignerons ces Jeux de bois ou d'étoffe par 1. 2. 4. 8. 16: 10. 20: 6. 12. 24.

Ces Jeux en général sont de la grosse facture, c'est à-dire, que les tuyaux sont larges; de plus les plus longs tuyaux sont bouchés, les moyens sont à cheminée ou à fuseau, & les plus courts sont ouverts.

La cinquiéme colomne contient les Jeux en Pédales; sçavoir, les *Pédales de Flûte de* 8, *de 4 pieds*, & *de Nazard*. Les tuyaux des Pédales sont ouverts, & plus gros que les autres. Nous désignerons ces Jeux par $\underline{4}$. $\underline{8}$. $\underline{12}$. avec un trait dessous.

La quatriéme partie contient les Jeux à anches, dont la variété dépend principalement de la forme du tube. La premiere colomne contient *la Regale*, dont le tube est court & étroit. Nous la marquerons par 4″. Dans la seconde est contenue *la Voix humaine*, dont le tube est court & large. Nous la marquerons par 4′. Dans la troisiéme est *le Cromorne*, qui a le tube long & cylindrique. Il sera marqué par $\dot{4}$. Dans la quatriéme, sont la *Bombarde*, *la Trompette* & *le Clairon*, qui ont le tube en cone. Ils seront marqués par $\overset{v}{2}$. $\overset{v}{4}$. $\overset{v}{8}$. Et dans la cinquiéme, sont les Jeux en Pédales, qui sont plus gros, & ont les anches plus épaisses. Ces Jeux sont *les Pédales de Bombardes*, *de Trompette*, *de Clairon* & *de la Voix humaine*. Nous les marquerons par $\underline{\overset{v}{2}}$. $\underline{\overset{v}{4}}$. $\underline{\overset{v}{8}}$. $\underline{4'}$.

Les Regales ne sont d'usage que dans les petites Orgues. Dans les grandes Orgues on ajoute quelquefois un second Jeu de Trompette sur un clavier particulier, & ce jeu s'appelle petite Trompette. La Bombarde est rare.

Pour diversifier le Son des Jeux d'Orgue, on ajoûte *un Tremblant*, qui est une soupape attachée au porte-vent, qui laisse échaper le vent par reprise. Il y en a à vent perdu & à vent clos. On les fait forts ou lents.

VIII. Dans la Planche I. nous avons marqué les Sons harmoniques que rendent les premiers tuyaux de chaque Jeu de l'Orgue, que fait jouer la Touche ou la Marche *subbis*-PA. Dans la Planche II. nous avons marqué les Sons harmoniques de toutes les Marches de l'Orgue pour tous les Jeux simples & composés.

Dans la premiere partie supérieure sont, 1°. Les Octaves. 2°. Les Touches ou Marches d'un Orgue. 3°. Les caracteres *C. D. E*, &c. dont se servent les Facteurs. 4°. Les PLANCHE II.

clefs *subbis. sub. sem. bis* des Octaves selon notre Systême général. 5°. Les noms PA, RA, &c. du même Systême.

La seconde partie inférieure de la Planche II. contient deux parties. La premiere contient trois colomnes. Dans la premiere colomne sont les *Intervalles diatoniques* de chaque Jeu au son fondamental qui est celui du tuyau de 32 pieds. Dans la seconde sont les *Intervalles par Octaves* de tous ces Jeux, avec les Tierces & les Quintes de ces Octaves. Dans la troisiéme sont les *longueurs des tuyaux* ouverts à bouche depuis 32 pieds jusqu'à 4 lignes & demie.

La seconde partie contient les Sons harmoniques de tous les tuyaux de chaque Jeu.

Dans la premiere colomne *subbis*-PA sont les Sons harmoniques 1. 2. 3. 4. 5. 6. 8. 10. 12. 16. 20. 24. 32. des premiers tuyaux des Jeux d'Orgues marqués dans la Ire. Planche. Nous avons ajouté 48. 64. 96. 128. 192. 256. 384. 512. 768. 1024. qui serviront pour les Jeux composés. Par cette colomne jointe aux trois précédentes, l'on trouvera le rapport du premier Son de chaque Jeu aux longueurs de leurs tuyaux, à leurs Octaves & à leurs Intervalles diatoniques au Son fondamental. Par exemple, je trouve que 24 de la colomne *subbis*-PA est le 24e Son harmonique dont le tuyau ouvert a 1 pied $\frac{1}{3}$ de longueur, qu'il est la Quinte de la quatriéme Octave, & qu'il est la XXXIIIe à l'égard du Son fondamental que rend le tuyau de 32 pieds.

Chaque Son harmonique de la colomne *subbis*-PA représente celui du premier Son de chaque Jeu ; & pour avoir le Son des autres touches du même Jeu, suivez la ligne de ce Jeu. Prenons, par exemple, la Quarte de Nazard 16. Je cherche 16. dans la colomne *subbis*-PA. Alors *subbis*-RA sera 18, *subbis-go* sera 19 $\frac{1}{5}$, *subbis*-GA 20, *subbis*-SO 21 $\frac{1}{3}$, *subbis*-sa 22 $\frac{1}{2}$, *subbis*-BO 24, & ainsi de suite jusqu'à la derniere touche *bis*-PA. On peut faire la même chose à toutes les autres lignes pour chaque autre Jeu.

Les nombres qui expriment les Sons de chaque Octave sont proportionnels à ceux-ci : 480. 500. 540. 576. 600. 640. 675. 720. 768. 800. 864. 900. comme l'on peut voir

au rang qui commence par 48. ces nombres marquent les rapports justes des Intervalles diatoniques au Son PA.

Remarquez, 1°. Que dans l'Orgue les tuyaux qui répondent aux touches PA de toutes les Octaves, rendent des Sons exactement harmoniques à l'égard du Son fondamental 1, ou du plus long tuyau de 32 pieds.

2°. Que les tuyaux qui sont sur une même touche rendent des Sons harmoniques à l'égard du Son du premier tuyau de cette touche, qui tient lieu de Son fondamental; car les Sons des tuyaux de chaque touche ont même rapport entr'eux, que les Sons de la premiere touche *subbis*-PA, lesquels sont harmoniques.

3°. Dans chaque rang les Sons des touches PA ou de même nom sont harmoniques, parce qu'ils sont en raison double.

4°. Ceux d'un rang qui sont de différent nom ne sont point harmoniques dans l'Orgue, non plus que dans le Clavecin; parce qu'ils sont dans des Intervalles tempérés exprimés par Merides, comme nous avons montré au Clavecin dans la seconde ligne de la Planche III. dans les Memoires de l'Académie de l'année 1701. pag. 364. & les Merides marquent des nombres incommensurables de vibrations. Cependant nous les marquons par les Sons harmoniques, parce que 1°. Ils ne sont pas fort éloignés des Sons tempérés, & qu'ils sont exprimés par de petits nombres. 2°. Les tuyaux reglés, selon les Sons mêmes tempérés sur le diapason des Facteurs, ne rendent pas les Sons justes, il faut que l'oreille du Facteur y supplée en les accordant. 3°. Ces Sons harmoniques nous seront plus commodes pour regler les Jeux composés.

5°. Nous n'avons mis des nombres à toutes les touches pour exprimer les Sons harmoniques, qu'après ceux qui sont plus grands que 16; parce qu'il n'y a que ceux-là qui soient nécessaires pour regler les Jeux composés. C'est pourquoi nous avons supprimé les Jeux en Tierces après 32.

6°. Pour connoître la longueur de tel tuyau qu'on voudra d'un Jeu, prenez le nombre qui exprime le Son harmonique de ce tuyau, divisez 32 pieds par ce nombre, le

quotient donnera la longueur de ce tuyau. Par exemple, pour avoir la longueur du tuyau *ſub*-BO de la Doublette 16, je cherche dans la colomne *ſubbis*-PA le nombre 16, & dans ſon rang je cherche le tuyau *ſub*-BO, j'y trouve 48. Je diviſe 32 pieds par 48, le quotient eſt 8 pouces pour la longueur de ce tuyau.

IX. Les Facteurs pour regler les longueurs des tuyaux de chaque Jeu, ſe ſervent d'une regle diviſée qu'ils appellent *Diapaſon*. Pour avoir les diviſions de ce Diapaſon, ſervez-vous de notre Monochorde général marqué dans la Planche II. page 364. des Memoires de l'Académie de l'année 1701. de cette maniere. Ayez une regle diviſée comme la ligne du *Monochorde général GH*; enſuite marquez ſur le Diapaſon des Facteurs la longueur d'un tuyau ouvert ſonnant PA ou UT. Appliquez le bout du Diapaſon ſur le bout *G* du Monochorde, le point PA marqué ſur ce Diapaſon tombera ſur une diviſion du Monochorde, je ſuppoſe que ce ſoit ſur *H*, pour avoir les diviſions des longueurs des tuyaux qui ſonnent pi. RA.*go*. GA. SO. ſa. BO, &c. Cherchez dans la Planche III. ligne 8 & 12 les Merides qui répondent à ces Notes que vous trouverez être 3. 7. 11. 14. 18. 21. 25, &c. Merides. Enſuite prenez les mêmes nombres de Merides ſur le Monochorde à commencer par *H*, & vis-à-vis les diviſions où tombent ces nombres de Merides, marquez des points ſur le Diapaſon; en continuant les diviſions pour 5 ou 6 Octaves de ſuite, vous aurez le Diapaſon diviſé. Au lieu des Notes PA. RA. GA, &c. les Facteurs marquent ſur les diviſions *C. D. E*, &c. avec leurs *dieſes* & *b mols*.

Si l'on veut régler la longueur des tuyaux par nos Sons harmoniques, diviſez d'abord la regle en pieds & pouces; enſuite pour avoir la longueur du tuyau qui forme le Son harmonique 6, diviſez le plus long tuyau qui eſt de 32 pieds par 6, le quotient ſera 5 pieds 4 pouces, qui déterminera le point où l'on doit marquer 6, & prenant la moitié de cette longueur de 5 pieds 4 pouces, enſuite la moitié de la moitié, & ainſi de ſuite; vous aurez les divi-

ſions des Octaves 12. 24. 48. *96*, &c. Si l'on veut avoir les diviſions 8. 16. 32. 64, &c. on diviſera les 32 pieds par 8. Il en eſt ainſi des autres.

Ou bien diviſez la regle par la précédente méthode, & avec les lettres *C*, *D*, *E*, &c. mettez les nombres des Sons harmoniques qui y conviennent, comme on peut voir dans la Planche II.

X. Les tuyaux de mutation d'une Orgue ayant été reglés avec le Diapaſon, ils ne ſont pas pour cela d'accord, il faut que l'oreille du Facteur acheve le reſte; & pour cela il commence par accorder le Preſtant, dont le plus long tuyau étant de 4 pieds & le plus court de 3 pouces, eſt le plus à la portée de l'organe de l'ouie.

Pour accorder le Preſtant les Facteurs font d'abord leur *partition*, c'eſt-à-dire, qu'ils commencent par accorder la premiere ſous-Octave du Preſtant; ce qui ſe fait de deux manieres, ſçavoir par quintes, & par accords parfaits.

Lorſqu'on veut accorder par quintes, il faut prendre d'ordre ces 12 notes:

go. de. SO. PA; BO; RA; LO.; GA; DO, ſa, pi, ba.

Commencez par telle note qu'il vous plaira dans la ſous-Octave; mais continuez d'ordre en montant juſqu'à ba, & enſuite reprenez la premiere note que vous avez priſe, & deſcendez juſqu'en *go*, prenant garde que lorſque vous ſortez de la premiere ſous-Octave, il faut reprendre l'Octave de la note qui eſt hors la ſous-Octave, & l'accorder dans la ſous-Octave. Comme ces Quintes doivent être foibles, il faut de l'uſage pour les accorder. Les Joueurs de Clavecin peuvent y ſuppléer par le Monochorde, en tout cas il faut examiner ſi les accords parfaits PA, *go*, BO, & GA, ba, DO, ſont bien tempérés, car alors la partition eſt juſte.

Pour accorder par accords parfaits, c'eſt-à-dire, par Tierces, Quintes & Octaves, ſervez-vous de la petite Table précédente qui a été miſe pour accorder par Quintes; prenez telle note qu'il vous plaira; accordez, 1°. Son Octave qui doit être juſte, 2°. Sa Quinte qui eſt la note ſuivante ou précédente dans cette petite Table. 3°. Prenez ſa Tierce

qui eſt majeure, lorſqu'entre les deux notes qui ſont la Quinte il y a un point, & mineure lorſqu'il y a une virgule, ou bien majeure & enſuite mineure lorſqu'il y a un point & une virgule. Cet accord parfait étant bien tempéré, il faut en faire un ſemblable à la note qui a ſervi de Quinte, & ainſi de ſuite, obſervant la même choſe que nous avons dit dans l'accord par Quintes lorſque l'on ſort de la ſous-Octave.

La partition étant faite, c'eſt-à-dire, la premiere ſous-Octave étant bien accordée, il faut accorder les Notes des autres Octaves par Octave, & l'on aura le Preſtant bien accordé.

Pour accorder les autres Jeux, on fait d'abord la partition en accordant par uniſſon une ou pluſieurs Octaves de ce Jeu avec l'Octave du Preſtant qui eſt à leur uniſſon. La partition de ce Jeu étant faite, on accorde le reſte par Octaves. La petite Table de la page 314. peut ſervir à marquer dans tous les Jeux les Octaves qui peuvent être accordées à l'uniſſon avec les Octaves du Preſtant; ſçavoir, depuis le 8 Son harmonique juſqu'au 128.

On accorde en général, 1°. Les tuyaux de bois bouchés, en enfonçant le tampon pour hauſſer le Son, & en le retirant pour baiſſer le Son. 2°. Les tuyaux ouverts ou à cheminée ou en fuſeau, en ouvrant ou reſſerrant le haut du tuyau avec l'accordoir, qui eſt un cone de cuivre convexe & concave. 3°. Les tuyaux à oreilles, en écartant ou ſerrant les oreilles. 4°. Les tuyaux à anches, en enfonçant la raſette, ou en la retirant.

Juſqu'à préſent nous avons reglé les Jeux ſimples de mutation des Orgues, & les nombres qui marquoient les Sons harmoniques de tous les tuyaux de ces Jeux ſimples; nous avons étendu dans la Table ces nombres juſqu'aux tuyaux des Jeux compoſés.

Dans l'Orgue il y a trois Jeux compoſés, le Cornet, la Fourniture & la Cimbale.

XI. *Le Cornet* eſt un jeu compoſé de cinq demi rangs, qui commencent à la touche PA qui eſt au milieu du Clavier,

vier; de ſorte que le Cornet ne contient que l'Octave moyenne du Clavier, la premiere Octave & une touche de la ſeconde Octave.

Les Sons harmoniques des cinq tuyaux de la touche PA ſont 16. 32. 48. 64. 80. Les Sons des 5 derniers de la touche *bis*-PA ſont 64. 128. 192. 256. 320. qui ſont proportionnels à 1. 2. 3. 4 5. Vous connoîtrez la longueur de ces tuyaux en cherchant ces nombres dans la colomne *ſubbis*-PA, vous trouverez vis-à-vis à gauche la longueur de ces tuyaux.

Il y a trois ſortes de Cornets, le grand Cornet, le Cornet ſéparé, que l'on appelle auſſi de *récit*, & le Cornet *d'écho* qui eſt renfermé dans le pied de l'Orgue. Ces trois Cornets ne different que par la groſſeur des tuyaux & par la force du vent; de plus l'on peut faire un Cornet entier en tirant les Jeux ſimples 4. 8. 12. 16. 20.

XII. La *Fourniture* eſt compoſée de pluſieurs rangs, & chaque rang eſt par repriſe; c'eſt-à-dire, que les tuyaux d'un rang vont en diminuant juſqu'à un certain tuyau, après lequel on en prend de grands qui vont en diminuant. On fait derechef une repriſe, & ainſi juſqu'à 6 ou 7 repriſes.

Les premiers tuyaux *ſubbis*-PA de chaque rang donnent les Sons harmoniques 16. 24. 32. 48. 64. 96. 128. 192. 256. 384. qui ſont les Octaves & les Quintes du Son fondamental, & jamais les Tierces.

Dans les petites Orgues on ſupprime 16, & les derniers indéfiniment. Dans toutes les Orgues le dernier tuyau *bis*-PA de chaque rang doit être la XIe. ou la XIIe. du premier tuyau, où doit rendre un Son harmonique au plus triple du premier Son.

Pour faire les repriſes d'un rang, par exemple, de 24, prenez 24 dans la touche *ſubbis*-PA, & dans ſon rang prenez d'ordre 27. 28. 30. 32. 33. 36. (je néglige les fractions) je continue dans le rang précédent (ne comptant point la ligne du milieu parce que c'eſt un Jeu en tierce) 25. 26. 28. 30. 32. 33. 36. 38. je continue de même dans le rang précédent 30 32, &c. De ſorte que dans chaque repriſe on finit

par un grand nombre qui repréſente le Son le plus aigu ou le plus petit tuyau de la repriſe, & on commence la nouvelle repriſe par un petit nombre qui repréſente le Son le plus grave ou le tuyau le plus long.

Il y a en général 4 manieres de faire des repriſes. 1. A deſſus égaux, c'eſt-à-dire, en faiſant les plus petits tuyaux de chaque repriſe égaux, excepté le dernier; par exemple, 24...40. 28...40. 32...40. 28...40. 32. 40. 28...64.

2. A baſſes égales, en faiſant les grands tuyaux égaux, excepté le premier, par exemple, 24...45. 32...40. 32.. 45. 32...40. 32..45. 32...64.

3. A deſſus & à baſſes alternativement égaux, excepté les derniers & les premiers, par exemple, 24...30. 32... 45. 32...45. 36...50. 36...51. 40...57. 40...64. je régarde 50 & 51 comme les mêmes.

4. A deſſus & baſſes montantes, par exemple, 24...40. 28...42. 33...50. 36...53. 43...60. 42... 64.

Les repriſes du premier rang étant reglées, celles des autres le ſont, puiſqu'elles ſe font aux mêmes endroits, en évitant toujours les Jeux de Tierces; de ſorte qu'il ſuffit d'avoir les repriſes de deux rangs, parce que les autres ſont à l'Octave de ceux-ci.

Pour marquer les tuyaux de chaque repriſe à la maniere des Facteurs, prenons pour exemple le rang 24, ayant ſes repriſes à deſſus égaux. 1°. Ecrivez dans la premiere colomne les Sons harmoniques du rang propoſé 24 juſqu'à deux Octaves en négligeant les fractions. 2°. Prenez ces nombres ou ceux qui en approchent * dans le rang 16 ou dans la 4e. Octave. 3°. Cherchez au haut des colomnes ſous les touches, les lettres qui répondent à ces nombres, vous aurez les lettres du Diapaſon des Facteurs. 4°. Mettez les 6 repriſes du premier rang, en écrivant 1, vis-à-vis des nombres des Sons harmoniques de chaque repriſe. 5°. Ecrivez de même 0, vis-à-vis les Sons harmoniques du ſecond rang pour avoir ſes repriſes. Il ſuffit d'avoir les repriſes de deux rangs, parce que les repriſes des autres rangs ſont à l'Octave des deux premiers.

** Les Sons qui répondent à ces nombres differens ſont les mêmes, parce qu'ils ſont reglés par le Syſtême temperé des Mérides.*

		Repriſes du 1. rang.						*Repriſes du 2. rang.*					
24	G	I											
	✖												
27	A	I											
28	*b*	I	I		I		I						
30	B	I	I		I		I						
32	C	I	I	I	I	I	I	o					
33	✖	I	I	I	I	I	I						
36	D	I	I	I	I	I	I	o					
38	*b*	I	I	I	I	I	I	o	o		o		o
40	E	I	I	I	I	I	I	o	o		o		o
43	F						I	o	o	o	o	o	o
45	✖						I	o	o	o	o	o	o
48	G						I	o	o	o	o	o	o
50	✖						I	o	o	o	o	o	o
54	A						I	o	o	o	o	o	o
57	*b*						I						o
60	B						I						o
64	C						I						o
67	✖												o
72	D												o
76	*b*												o
80	E												o
86	F												o
90	✖												
96	G												

La commodité des repriſes reglées à la maniere des Facteurs, conſiſte à trouver dans une même ligne tous les tuyaux d'une fourniture qui ſont d'une même longueur.

XIII. *La Cimbale* eſt ſemblable à la Fourniture, excepté qu'elle commence à une Quinte ou à une Octave plus haut; de ſorte que ſi la Fourniture commence à 24, la Cimbale commencera à 32 ou à 48; ainſi la Cimbale aura moins de rangs que la Fourniture. Les repriſes ſont ſemblables.

XIV. Juſqu'ici nous avons marqué tous les Jeux ſimples & composés qu'on peut mettre dans une Orgue; mais

les Facteurs reglent le nombre des Jeux ſimples & les rangs des Jeux compoſés, par la grandeur du buffet dans lequel doit être l'Orgue, par la diſpoſition des lieux qui favoriſent plus avantageuſement de certains Jeux, par le goût des Organiſtes, & par la dépenſe qu'on veut faire. Ainſi on ne pourroit faire autre choſe que de rapporter une liſte des Jeux de chaque Orgue en particulier.

XV. Les Organiſtes commencent par connoître d'abord leur Orgue, c'eſt-à-dire, les Jeux & l'effet particulier des mélanges de ces Jeux; car quoique les mélanges des mêmes Jeux produiſent à peu près le même effet, il y a toujours quelque différence qui engage l'Organiſte à les mélanger à peu près comme les Peintres font les couleurs, & chacun affecte ſouvent ſon goût particulier. Cependant il y a des regles générales qui dominent dans ces mélanges. La premiere eſt que dans tous ces mélanges les Sons des tuyaux d'Orgues qui ſont ſur une même touche ſont harmoniques; enſorte que ſi par hazard on s'en écarte, on doit regarder cela comme une eſpéce de diſſonance. La ſeconde eſt qu'on ne tire pas indifféremment tous les Jeux qui rendent des Sons harmoniques ſur chaque touche; mais on ſe regle, 1°. A la nature des piéces qu'on joue qui demandent différens mélanges, pour les Préludes, les Fugues, les Duo, les Trio, les Echo, les Récits, &c. 2°. Au goût & caprice de l'Organiſte, qui à la maniere des Cuiſiniers, aime des ragoûts plus doux ou plus piquans.

Mais pour ſçavoir comment dans la pratique la premiere regle s'exécute, propoſons-nous une Orgue ordinaire d'une Egliſe de Paris, qui a un grand corps & un poſitif, avec pluſieurs claviers pour le grand corps.

Sur le premier clavier du grand corps l'on tire les Jeux d'étain $\dot{2}$. $\dot{4}$. $\dot{8}$. $\dot{1}6$. les Jeux doux 2. 4. 8. 16. les Tierces 10. 20. les Quintes 12. 24. les Jeux d'anches 4'. $\overset{v}{4}$. $\overset{v}{8}$. les Jeux compoſés, la *Fourniture*, la *Cimbale* & le *grand Cornet* que nous deſignerons par les Lettres *F. S. C.*

Sur le ſecond clavier eſt le *Cornet ſeparé* ou *de récit*, & ſur un troiſiéme clavier eſt le *Cornet d'Echo*. Si l'on met un qua-

triéme clavier, ce sera pour les Jeux d'anches, par exemple, pour la Trompette, qu'on appelle pour lors *petite Trompette*.

Sur les Pédales sont 4. 8. 12. 4'. 4. 8.

Sur le clavier du Positif l'on tire les Jeux d'étain 4. 8. 16. les Jeux doux 4. 8. 16. les Tierces 10. 20. les Quintes 12. 24. le Jeu d'anche 4'. & les Jeux composés *F. S.*

On appelle Jeux du fond, les Jeux d'étain & les Jeux doux, qui sont par Octaves.

1°. Les Sons des tuyaux qui sont sur une même touche, sont dans le même rapport que ceux qui sont sur la premiere touche *subbis*-PA, comme nous avons montré ci-dessus à la seconde Remarque, page 216.

C'est pourquoi si un Jeu n'est pas entier comme le grand Cornet, pour comparer les Sons de ce Jeu avec ceux du fond qui sont sur une même touche, il faut continuer par pensée les rangs du Cornet jusqu'au *subbis*-PA, & comme les Sons des tuyaux de la Touche PA du Cornet sont 16. 32. 48. 64. 80. prenez ces Sons dans la colomne PA de la Planche II. & suivez leurs rangs jusques dans la colomne *subbis*-PA. Vous y trouverez 4. 8. 12. 16. 20. & alors vous considérerez le Cornet, comme si étant entier il étoit composé des rangs 4. 8. 12. 16. 20.

A l'égard de la Fourniture & de la Cimbale qui vont par reprises, il faut regarder chaque reprise comme une partie d'un Jeu simple qui auroit été continuée jusqu'au *subbis*-PA, & alors chaque rang de la Fourniture ou de la Cimbale sera équivalent à autant de Jeux simples qu'il y aura de reprises, & pour avoir la touche *subbis*-PA de chacun de ces Jeux simples, en faisant une reprise comme nous avons dit ci-dessus, article XII. continuez le rang de cette reprise jusqu'à la colomne *subbis*-PA de la Planche II. & sur cela vous formerez la Table suivante.

Dans cette Table la premiere colomne ou reprise marque les Sons de la premiere touche *subbis*-PA de la Fourniture & de la Cimbale, & par conséquent le premier Son de chaque rang.

Les autres colomnes marquent les Sons que formeroit

la touche *ſubbis*-PA, ſi chaque repriſe étoit continuée juſqu'à cette touche *ſubbis*-PA de la Planche II. Le nombre de ces repriſes n'eſt pas reglé, elles vont ordinairement juſqu'à la VIe. ou la VIIe.

Repriſes.	I.	II.	III.	IV.	V.	VI.	VII.
Sons des tuyaux continués juſqu'à la touche ſubbis-PA.	16.	12.	8.	6.	4.	3.	2.
	24.	16.	12.	8.	6.	4.	3.
	32.	24.	16.	12.	8.	6.	4.
	48.	32.	24.	16.	12.	8.	6.
	64.	48.	32.	24.	16	12.	8.
	96.	64.	48.	32.	24.	16.	12.
	128.	96.	64.	48.	32.	24.	16.
	192.	128.	96.	64.	48.	32.	24.
	256.	192.	128.	96.	64.	48.	32.
	384.	256.	192.	128.	96.	64.	48.

Maintenant lorſqu'on tire ſur le premier Clavier, la Fourniture avec les fonds, ſans leſquels la Fourniture & la Cimbale ne ſont pas d'uſage, pour ſçavoir les rapports des Sons des tuyaux qui ſont ſur une même touche, il faut connoître, 1°. Le Son le plus grave de la Fourniture, qui eſt ordinairement 16 ou 24; qu'on diſtinguera en baiſſant la touche *ſubbis*-PA, après avoir tiré la Fourniture ſeule. 2°. Le nombre des Jeux ſimples dont la Fourniture eſt compoſée; ce qu'on connoîtra en regardant la Fourniture dans le corps de l'Orgue. 3°. A quelle repriſe eſt la touche que l'on baiſſe; ce qui peut ſe connoître en parcourant le Clavier avec la Fourniture ſeule. Cela ſuppoſé, prenez dans la Table précédente les nombres qui répondent à la repriſe dans laquelle l'on eſt, & aux Jeux ſimples dont la Fourniture eſt compoſée, & qui ſont dans la premiere colomne; joignez ces nombres avec ceux qui déſignent les Sons des Jeux du fond qu'on aura tiré avec la Fourniture, vous connoîtrez par-là le rapport des Sons des tuyaux du fond avec ceux de la Fourniture.

Il faut faire la même chose pour la Cimbale, ou pour la Fourniture & la Cimbale ensemble.

En suivant cette méthode l'on trouvera que les Sons des tuyaux qui sont sur une même touche sont toujours harmoniques, excepté à la VIe. & VIIe. reprise, où le Son 3 n'est point harmonique avec le Son 2; & c'est peut-être pour cette raison que l'on supprime dans les Fournitures des petites Orgues les Jeux simples 16 & quelquefois 24.

Pour confirmer ce que je viens d'avancer, l'on peut parcourir les Jeux composés du P. Mersenne dans son Livre sixiéme des Orgues Propos. III. & XXXI, & le mélange des Jeux de M. Nivers Organiste du Roi dans son I. Livre d'Orgue, en substituant nos nombres en la place des noms des Jeux ou des lettres qu'ils employent; & en faveur de ceux qui n'ont pas ces Livres, nous rapporterons quelques exemples de mélanges, où cette marque ( ) signifie les Jeux qu'on peut mettre ou ôter, & celle-ci [ ] montre qu'il faut prendre l'un ou l'autre.

1. Pour les Jeux de fond.

Un Jeu doux 4. 8. ou $\dot{4}$. 4.

Un Jeu plus fort $\dot{8}$. 4.

Un Jeu encore plus fort ($\dot{2}$) ($\dot{4}$) $\dot{8}$. $\dot{16}$. 4.

2. Le gros Jeu de diminution, ou le gros Jeu de tierce ($\dot{4}$) ($\dot{16}$) (2) 4. [8. 8.] 10. 12. Dans le petit Jeu de tierce on ôte 2.

3. Le plein Jeu $\dot{2}$. $\dot{4}$. $\dot{8}$. $\dot{16}$. (2) 4 (8) *F. S.*

4. Le Grand-Jeu, ou le Grand-Chœur, ou le Dialogue ($\dot{2}$) $\dot{4}$. $\dot{8}$. $\dot{16}$. 4. (8) 10. 12. $\breve{4}$. $\breve{8}$. 4'. *C.* avec le tremblant à vent perdu.

5. Les Jeux d'anches sont ordinairement accompagnés de 4.

XVI. De tout ce que nous avons dit des Orgues, nous en pouvons tirer les conséquences suivantes.

1. La composition des Jeux d'Orgues est harmonique, comme il paroît par les nombres que nous avons mis dans la Table des Jeux d'Orgue.

2. Le mélange des Jeux eſt harmonique, & ſi l'on s'en écarte, c'eſt une eſpéce de diſſonance dans les Sons harmoniques, qui a du rapport avec les diſſonances qu'on employe dans la Muſique.

3. L'Orgue ne fait qu'imiter par le mélange de ſes Jeux, l'harmonie que la nature obſerve dans les corps ſonores, qu'on appelle harmonieux; car on y diſtingue les Sons harmoniques 1. 2. 3. 4 5. 6. comme dans les Cloches, & la nuit dans les longues cordes du Clavecin. Cette harmonie paroît ſur-tout dans les Cornets.

4. L'Orgue ſert à nous faire diſtinguer le Son le plus grave & le plus aigu, l'étendue de tous les Sons, & enfin ceux que l'on diſtingue plus nettement.

Le plus grave eſt celui d'un tuyau de 32 pieds, & le plus aigu d'un tuyau de 4 lignes & demie; ce qui fait 10 Octaves, comme l'on peut voir par la Table. Ces Sons s'étendent depuis le 1 Son harmonique juſqu'au 1024, qui marquent que le plus aigu fait 1024 vibrations, pendant que le plus grave n'en fait qu'une, l'Intervalle diatonique de ces Sons eſt d'une LXXIe.

Il y a lieu de croire que cette étendue pourroit s'augmenter abſolument d'environ deux Octaves, & qu'ainſi l'étendue abſolue des Sons ſeroit de 12 Octaves, ou juſqu'à l'Intervalle diatonique LXXXVe. ou enfin juſqu'au 4096e. Son harmonique.

Les Sons que les Facteurs diſtinguent plus aiſément ſont ceux du Preſtant, dont les tuyaux s'étendent depuis le 4 pied juſqu'au 3 pouce, ou le Son qui dans l'Orgue va depuis la 3e. Octave juſqu'à la 7e. ou depuis l'Intervalle diatonique XXIIe. juſqu'au LIIIe. ou enfin depuis le 8e. Son harmonique juſqu'au 128e.

F I N.



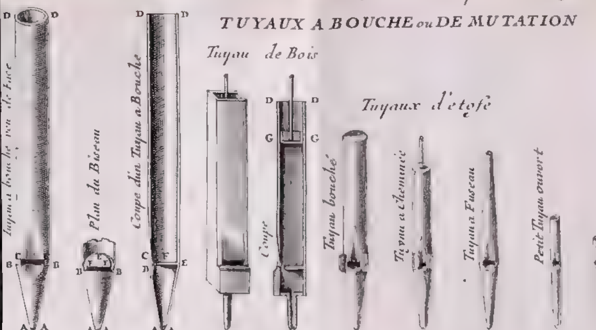
TABLE DES I.

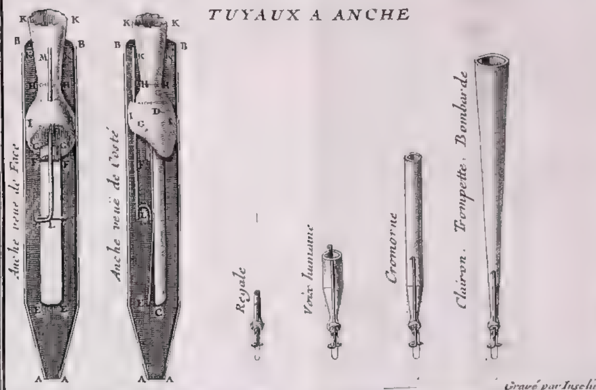
Octaves	Sons Harmoniques du 1er et dernier Tuyau.	*JEUX A BOUCHE ou DE MUTATIO*						
		Longueurs des Tuyaux		*Jeux dont les Tuyaux Sont d'estain fin et Ouverts.*	*Jeux dont les Tuyaux Sont de B ou d'etofe*			
		Ouverts	*Bouchez*		*Par Octaues*	*Par Tierces*	*Par Quintes*	*Jeu Pe*
Son Fondamental	1. *16*	*32 pieds*	*16 pieds*	le 32. Pied 1	le Bourdon de 16. Pieds 1			
1ere Octave	2. 32	*16 pieds*	*8 pieds*	le 16. Pied 2	le Bourdon de 8. Pieds 2			
Quinte	3. 48	*leur quinte*						
2e Octave	4. 64	*8 pieds*	*4 pieds*	le 8. Pied 4	le Bourdon de 4. Pieds 4			Ped Fl 1
Tierce	5. *80*	*leur Tierce*						
Quinte	6. *96*	*leur quinte*					le Double Nazard 6	
3e Octave	8. *128*	*4 pieds*	*2 pieds*	le Prestant 8	la Flute 8			Ped Fl P
Tierce	10. *160*	*leur Tierce*				la Tierce 10		
Quinte	12. *192*	*leur quinte*					le Nazard 12	Ped N
4e Octave	16. *256*	*2 pieds*	*1 pied*	la Doublete 16	la quarte de Nazard 16			
Tierce	20. *320*	*leur Tierce*				La Petite Tierce ou Tiercette 20		
Quinte	24. *384*	*leur quinte*					le Larigot 24	
5e Octave	32. *512*	*1 pied*	*6 pouces*	le Flageolet 32				

selin

TABLE DES JEUX D'ORGUE.

Octaves	Sons Harmoniques du 1er et dernier Tuyau	JEUX A BOUCHE ou DE MUTATION. Longueurs des Tuyaux: Ouverts	Bouchez	Jeux dont les Tuyaux Sont d'estain fin et Ouverts	Jeux dont les Tuyaux Sont de Bois ou d'etofe: Par Octaves	Par Tierces	Par Quintes	Jeux de Pedales	JEUX A ANCHE. Jeu dont le Tube est court et estroit	Jeu dont le Tube est court et large	Jeu dont le Tube est long et Cilindrique	Jeux dont les Tubes sont longs et Evasez	Jeux de Pedales
Son Fondamental	1. 16	32 pieds	16 pieds	le 32. Pied 1	le Bourdon de 16 Pieds 1								
1ere Octave	2. 32	16 pieds	8 pieds	le 16 Pied 2	le Bourdon de 8. Pieds 2							la Bombarde 2	Pedale de Bombarde 2
Quinte	3. 48	leur quinte											
2e Octave	4. 64	8 pieds	4 pieds	le 8. Pied 4	le Bourdon de 4 Pieds 4			Pedale de Flute de 8 Pieds 4	la Regale 4	la Voix humaine 4	le Cromorne 4	la Trompette 4	Pedale de voix humaine 4 de Trompette 4
Tierce	5. 80	leur Tierce											
Quinte	6. 96	leur quinte					le Double Nazard 6						
3e Octave	8. 128	4 pieds	2 pieds	le Prestant 8	la Flute 8			Pedale de Flute de 4 Pieds 8				le Clairon 8	Pedale de Clairon 8
Tierce	10. 160	leur Tierce				la Tierce 10							
Quinte	12. 192	leur quinte					le Nazard 12	Pedale de Nazard 12					
4e Octave	16. 256	2 pieds	1 pied	la Doublete 16.	la quarte de Nazard 16								
Tierce	20. 320	leur Tierce				La Petite Tierce ou Tiercette 20							
Quinte	24. 384	leur quinte					le Larigot 24						
5e Octave	32. 512	1 pied	6 pouces	le Flageolet 32									





APLIC…

…II. et derniere

Intervalles Diatoniques au Son Fondamental.	Intervalles par Octaves au Son Fondamental.	Longueur des Tuyaux ouverts a Bouche.	2e Sous-Octaue														2e Oct.
			C		D	b	E	F	*	G	*	A	b	B		♮	C
			VT		RE	b	MI	FA	*	SOL	*	LA	b	SI		si	ut
			Subb	is-													bis-
			PA		RA	go	GA	SO	ſa	BO	ba	LO	de	DO	e	DO	PA
Son fondame	Fon: ntal	32 pieds	1													15	16
VIII.e	1ere Octaue	16 pieds	2							3					$\frac{4}{5}$	30	32
XII.e	Quinte	$10\frac{2}{3}$ pds	3					4							$3\frac{1}{5}$	45	48
XV.e	2e Octaue	8 pieds	4				5			6					$\frac{3}{5}$	60	64
XVII.e	Tierce	$6\frac{2}{5}$ pieds	5			6					8		9		2	75	80
XIX.e	Quinte	$5\frac{1}{3}$ pieds	6					8		9		10			$6\frac{2}{5}$	90	96
XXII.e	3e Octaue	4 pieds	8		9		10			12				15	$5\frac{1}{5}$	120	128
XXIV.	Tierce	$3\frac{1}{5}$ pds	10			12				15	16		18		44	150	160
XXVI.	Quinte	$2\frac{2}{3}$ pds	12				15	16		18		20.			$12\frac{4}{5}$	180	192
XXIX.	4e Octaue	2 pieds	16		18	$19\frac{1}{5}$	20	$21\frac{1}{3}$	$22\frac{1}{2}$	24	$25\frac{3}{5}$	$26\frac{2}{3}$	$28\frac{4}{5}$	30	$30\frac{2}{5}$	240	256
XXXI.	Tierce	$1\frac{3}{5}$ pds	20			24	25			30	32		36		88	300	320
XXXIII	Quinte	$1\frac{1}{3}$ pds	24		27	$28\frac{4}{5}$	30	32	$33\frac{3}{4}$	36	$38\frac{2}{5}$	40	$43\frac{1}{5}$	45	$45\frac{3}{5}$	360	384
XXXVI	5e Octaue	1 pied	32		36	$38\frac{2}{5}$	40	$42\frac{2}{3}$	45	48	$51\frac{1}{5}$	$53\frac{1}{3}$	$57\frac{3}{5}$	60	$60\frac{4}{5}$	480	512
XL.e	Quinte	8 pouces	48		54	$57\frac{3}{5}$	60	64	$67\frac{1}{2}$	72	$76\frac{4}{5}$	80	$86\frac{2}{5}$	90	$91\frac{1}{5}$	720	768
XLIII.	6e Octaue	6 pouc.	64		72	$76\frac{4}{5}$	80	$85\frac{1}{3}$	90	96	$102\frac{2}{5}$	$106\frac{2}{3}$	$115\frac{1}{5}$	120	$21\frac{3}{5}$	960	1024
XLVII.	Quinte	4 pouc.	96		108	$115\frac{1}{5}$	120	128	135	144	$153\frac{3}{5}$	160	$172\frac{4}{5}$	180			
L.e	7e Octaue	3 pouc.	128		144	$153\frac{3}{5}$	160	$170\frac{2}{3}$	180	192	$204\frac{4}{5}$	$213\frac{1}{3}$	$230\frac{2}{5}$	240			
LIV.e	Quinte	2 pouc.	192		216	$230\frac{2}{5}$	240	256	270	288	$307\frac{1}{5}$	320	$345\frac{3}{5}$	360			
LVII.e	8e Octaue	18 lignes	256		288	$307\frac{1}{5}$	320	$341\frac{1}{3}$	360	384	$409\frac{3}{5}$	$426\frac{2}{3}$	$460\frac{4}{5}$	480			
LXI.e	Quinte	12 lig.	384		432	$460\frac{4}{5}$	480	512	540	576	$614\frac{2}{5}$	640	$691\frac{1}{5}$	720			
LXIV.	9e Octaue	9 lign.	512		576	$614\frac{2}{5}$	640	$682\frac{2}{3}$	720	768	$819\frac{1}{5}$	$853\frac{1}{3}$	$921\frac{3}{5}$	960			
LXVIII	Quinte	6 lig.	768		864	$921\frac{3}{5}$	960	1024									
LXXI.	10e Octaue	$4\frac{1}{2}$ lig.	1024														

Inselin Sculpsit

APLICATION DES SONS HARMONIQUES AUX JEUX D'ORGUES

Mem. de l'Acad. 1702 pag. 32 p. XII et derniere

2.e Sous-Octave

Intervalles Diatoniques au Son Fondamental	Intervalles par Octaves au Son Fondamental	Longueur des Tuyaux ouverts à Bouche	C		D	b	E	F	#	G	#	A	b	B
			VT		RE	b	MI	FA	#	SOL	#	LA	b	SI
			Subbas-											
			PA		RA	go	GA	SO	fa	BO	ba	LO	de	DO
Son dame	Fon ntal	32 pieds	1											
VIII.e	1.re Octave	16 pieds	2							3				
XII.e	Quinte	10⅔ p.ds	3					4						
XV.e	2.e Octave	8 pieds	4				5			6				
XVII.e	Tierce	6⅖ pieds	5			6					8		9	
XIX.e	Quinte	5⅓ pieds	6					8		9		10		
XXII.e	3.e Octave	4 pieds	8		9		10			12				15
XXIV	Tierce	3⅕ p.ds	10			12				15	16		18	
XXVI	Quinte	2⅔ p.ds	12				15	16		18		20.		
XXIX	4.e Octave	2 pieds	16		18	19⅕	20	21⅓	22½	24	25⅗	26⅔	28⅘	30
XXXI	Tierce	1⅗ p.ds	20			24	25			30	32		36	
XXXIII	Quinte	1⅓ p.ds	24		27	28⅘	30	32	33¾	36	38⅖	40	43⅕	45
XXXVI	5.e Octave	1 pied	32		36	38⅖	40	42⅔	45	48	51⅕	53⅓	57⅗	60
XL.e	Quinte	8 pouces	48		54	57⅗	60	64	67½	72	76⅘	80	86⅖	90
XLIII	6.e Octave	6 pouc.	64		72	76⅘	80	85⅓	90	96	102⅖	106⅔	115⅕	120
XLVII	Quinte	4 pouc.	96		108	115⅕	120	128	135	144	153⅗	160	172⅘	180
L.e	7.e Octave	3 pouc.	128		144	153⅗	160	170⅔	180	192	204⅘	213⅓	230⅖	240
LIV.e	Quinte	2 pouc.	192		216	230⅖	240	256	270	288	307⅕	320	345⅗	360
LVII.e	8.e Octave	18 lignes	256		288	307⅕	320	341⅓	360	384	409⅗	426⅔	460⅘	480
LXI.e	Quinte	12 lig.	384		432	460⅘	480	512	540	576	614⅖	640	691⅕	720
LXIV	9.e Octave	9 lign.	512		576	614⅖	640	682⅔	720	768	819⅕	853⅓	921⅗	960
LXVIII	Quinte	6 lig.	768		804	921⅗	960	1024						
LXXI	10.e Octave	4½ lig.	1024											

1.re Sous-Octave

Intervalles Diatoniques au Son Fondamental	Intervalles par Octaves au Son Fondamental	Longueur des Tuyaux ouverts à Bouche	C	#	D	b	E	F	#	G	#	A	b	B
			VT	#	RE	b	MI	FA	#	SOL	#	LA	b	SI
			Sub-											
			PA	pi	RA	go	GA	SO	fa	BO	ba	LO	de	DO
Son dame	Fon ntal	32 pieds	2							3				
VIII.e	1.re Octave	16 pieds	4				5			6				
XII.e	Quinte	10⅔ p.ds	6					8		9		10		
XV.e	2.e Octave	8 pieds	8		9		10			12				15
XVII.e	Tierce	6⅖ pieds	10			12				15	16		18	
XIX.e	Quinte	5⅓ pieds	12				15	16		18		20		
XXII.e	3.e Octave	4 pieds	16	16⅔	18	19⅕	20	21⅓	22½	24	25⅗	26⅔	28⅘	30
XXIV	Tierce	3⅕ p.ds	20			24	25			30	32		36	
XXVI	Quinte	2⅔ p.ds	24	25	27	28⅘	30	32	33¾	36	38⅖	40	43⅕	45
XXIX	4.e Octave	2 pieds	32	33⅓	36	38⅖	40	42⅔	45	48	51⅕	53⅓	57⅗	60
XXXI	Tierce	1⅗ p.ds	40		45	48	50			60	64		72	75
XXXIII	Quinte	1⅓ p.ds	48	50	54	57⅗	60	64	67½	72	76⅘	80	86⅖	90
XXXVI	5.e Octave	1 pied	64	66⅔	72	76⅘	80	85⅓	90	96	102⅖	106⅔	115⅕	120
XL.e	Quinte	8 pouces	96	100	108	115⅕	120	128	135	144	153⅗	160	172⅘	180
XLIII	6.e Octave	6 pouc.	128	133⅓	144	153⅗	160	170⅔	180	192	204⅘	213⅓	230⅖	240
XLVII	Quinte	4 pouc.	192	200	216	230⅖	240	256	270	288	307⅕	320	345⅗	360
L.e	7.e Octave	3 pouc.	256	266⅔	288	307⅕	320	341⅓	360	384	409⅗	426⅔	460⅘	480
LIV.e	Quinte	2 pouc.	384	400	432	460⅘	480	512	540	576	614⅖	640	691⅕	720
LVII.e	8.e Octave	18 lignes	512	533⅓	576	614⅖	640	682⅔	720	768	819⅕	853⅓	921⅗	960
LXI.e	Quinte	12 lig.	768	800	864	921⅗	960	1024						
LXIV	9.e Octave	9 lign.	1024											
LXVIII	Quinte	6 lig.												
LXXI	10.e Octave	4½ lig.												

Octave Moyenne

Intervalles Diatoniques au Son Fondamental	Intervalles par Octaves au Son Fondamental	Longueur des Tuyaux ouverts à Bouche	c	#	d	b	e	f	#	g	#	a	b	b
			ut		re		mi	fa		sol		la		si
			PA	pi	RA	go	GA	SO	fa	BO	ba	LO	de	DO
Son dame	Fon ntal	32 pieds	4				5			6				
VIII.e	1.re Octave	16 pieds	8		9		10			12				15
XII.e	Quinte	10⅔ p.ds	12				15	16		18		20		
XV.e	2.e Octave	8 pieds	16	16⅔	18	19⅕	20	21⅓	22½	24	25⅗	26⅔	28⅘	30
XVII.e	Tierce	6⅖ pieds	20			24	25			30	32		36	
XIX.e	Quinte	5⅓ pieds	24	25	27	28⅘	30	32	33¾	36	38⅖	40	43⅕	45
XXII.e	3.e Octave	4 pieds	32	33⅓	36	38⅖	40	42⅔	45	48	51⅕	53⅓	57⅗	60
XXIV	Tierce	3⅕ p.ds	40		45	48	50			60	64		72	75
XXVI	Quinte	2⅔ p.ds	48	50	54	57⅗	60	64	67½	72	76⅘	80	86⅖	90
XXIX	4.e Octave	2 pieds	64	66⅔	72	76⅘	80	85⅓	90	96	102⅖	106⅔	115⅕	120
XXXI	Tierce	1⅗ p.ds	80		90	96	100			120	128		144	150
XXXIII	Quinte	1⅓ p.ds	96	100	108	115⅕	120	128	135	144	153⅗	160	172⅘	180
XXXVI	5.e Octave	1 pied	128	133⅓	144	153⅗	160	170⅔	180	192	204⅘	213⅓	130⅘	240
XL.e	Quinte	8 pouces	192	200	216	230⅖	240	256	270	288	307⅕	320	345⅗	360
XLIII	6.e Octave	6 pouc.	256	266⅔	288	307⅕	320	341⅓	360	384	409⅗	426⅔	460⅘	480
XLVII	Quinte	4 pouc.	384	400	432	460⅘	480	512	540	576	614⅖	640	691⅕	720
L.e	7.e Octave	3 pouc.	512	533⅓	576	614⅖	640	682⅔	720	768	819⅕	853⅓	921⅗	960
LIV.e	Quinte	2 pouc.	768	800	864	921⅗	960	1024						
LVII.e	8.e Octave	18 lignes	1024											
LXI.e	Quinte	12 lig.												
LXIV	9.e Octave	9 lign.												
LXVIII	Quinte	6 lig.												
LXXI	10.e Octave	4½ lig.												

1.re Octave — 2.e Oct.

Intervalles Diatoniques au Son Fondamental	Intervalles par Octaves au Son Fondamental	Longueur des Tuyaux ouverts à Bouche	c	#	d	b	e	f	#	g	#	a	b	♮	c (2.e Oct.)
			ut		re		mi	fa		sol		la		si	ut
			Sem-												bis-
			PA	pi	RA	go	GA	SO	fa	BO	ba	LO	de	DO	PA
Son dame	Fon ntal	32 pieds	8		9		10			12				15	16
VIII.e	1.re Octave	16 pieds	16	16⅔	18	19⅕	20	21⅓	22½	24	25⅗	26⅔	28⅘	30	32
XII.e	Quinte	10⅔ p.ds	24	25	27	28⅘	30	32	33¾	36	38⅖	40	43⅕	45	48
XV.e	2.e Octave	8 pieds	32	33⅓	36	38⅖	40	42⅔	45	48	51⅕	53⅓	57⅗	60	64
XVII.e	Tierce	6⅖ pieds	40		45	48	50			60	64		72	75	80
XIX.e	Quinte	5⅓ pieds	48	50	54	57⅗	60	64	67½	72	76⅘	80	86⅖	90	96
XXII.e	3.e Octave	4 pieds	64	66⅔	72	76⅘	80	85⅓	90	96	102⅖	106⅔	115⅕	120	128
XXIV	Tierce	3⅕ p.ds	80		90	96	100			120	128		144	150	160
XXVI	Quinte	2⅔ p.ds	96	100	108	115⅕	120	128	135	144	153⅗	160	172⅘	180	192
XXIX	4.e Octave	2 pieds	128	133⅓	144	153⅗	160	170⅔	180	192	204⅘	213⅓	230⅖	240	256
XXXI	Tierce	1⅗ p.ds	160		180	192	200			240	256		288	300	320
XXXIII	Quinte	1⅓ p.ds	192	200	216	230⅖	240	256	270	288	307⅕	320	345⅗	360	384
XXXVI	5.e Octave	1 pied	256	266⅔	288	307⅕	320	341⅓	360	384	409⅗	426⅔	460⅘	480	512
XL.e	Quinte	8 pouces	384	400	432	460⅘	480	512	540	576	614⅖	640	691⅕	720	768
XLIII	6.e Octave	6 pouc.	512	533⅓	576	614⅖	640	682⅔	720	768	819⅕	853⅓	921⅗	960	1024
XLVII	Quinte	4 pouc.	768	800	864	921⅗	960	1024							
L.e	7.e Octave	3 pouc.	1024												
LIV.e	Quinte	2 pouc.													
LVII.e	8.e Octave	18 lignes													
LXI.e	Quinte	12 lig.													
LXIV	9.e Octave	9 lign.													
LXVIII	Quinte	6 lig.													
LXXI	10.e Octave	4½ lig.													

Ins : lin Sculpsit